クレーン作業中の多目的作業船と吊荷の波浪中連成運動評価

正 会 員 大坪 和久* 正 会 員 石田 圭*
 正 会 員 佐藤 宏* 正 会 員 長谷川賢太*
 正 会 員 荒木 元輝*

Evaluation of wave-induced coupled dynamics between multi-purpose offshore supply vessel and suspended load during crane lifting operation

by Kazuhisa Otsubo, *Member* Kei Ishida, *Member*
 Hiroshi Sato, *Member* Kenta Hasegawa, *Member*
 Motoki Araki, *Member*

Summary

As crane lifting operation in ocean is vital to construct offshore structures and install subsea facilities on the seafloor, evaluation of safety and availability for the crane lifting operation is needed before the construction. For these analysis, it's fundamental to predict wave-induced coupled dynamics between vessel and suspended load. The coupled dynamics makes the each mechanics more complex. In the case of the multi purpose offshore supply vessel, deep understanding about the mechanics is required because it offers various crane operations. Unfortunately it's not easy to understand how the parameters related to the suspended load (e.g. sling point) change the motion characteristics for the vessel. Therefore the objective of this paper is to understand the effect of the parameters on the coupled dynamics by sensitivity analysis using numerical simulation. The mathematical model used in the numerical simulation is explained and the accuracy of the numerical simulation is validated through scaled model experiments in this paper. The results of the sensitivity analysis show, especially in the case of irregular wave with peaks in long period range, the coupled dynamics plays significant role even if the suspended load is lightweight.

1. 結 言

構造物や施設を海底または海上に設置するためにはクレーン作業を必要とする場合がほとんどである。特に最近では構造物が複雑化及び大型化してきていることから、2隻の排水量の異なるクレーン船を使って同時作業をしたり、構造物の柔軟性を考慮して多数の吊点を設けてクレーン作業を行うなど、求められる作業が非常に高度化している¹⁾²⁾³⁾。一方、どのようなクレーン作業を行う場合においても作業時に発生する吊荷の振り回り運動は、船上設備や作業員にとっては大きなリスクとなるが、吊荷との連成によって船体運動は影響を受けるため、安全・稼働性評価の際には吊荷と船体運動の連成を考慮した評価が重要となる。

クレーン作業中の吊荷と船体の連成運動に関する研究は大別すると2つの研究がある。一つは吊荷が空中に懸下された状態での船体運動との連成を扱ったものであり、もう一つは吊荷を着水させた後の海水中での降下作業中の連成運動を扱ったものである。後者については、例えば、文献⁴⁾⁵⁾では **Passive Heave Compensator** の効果を水槽試験や数値計算で検討しており、文献⁶⁾では作業船と懸下された洋上風車用構造物の間で

の波浪の干渉影響が運動に与える影響について数値計算を使って検討している。このように後者の問題に対しても数多くの研究が行われているが、本論文では前者の連成運動問題を研究対象とする。

クレーン作業中の吊荷が懸下された状態での空中での振り回り運動に関する研究は、1970~1980年代にその取り組みが集中している。その研究対象はほとんどが大型クレーンバージに関するもので、研究例としては日本作業船協会⁷⁾が行った試験がある。これはクレーンバージに関する有益な試験データを提供しているが理論的検討が行われていない。野尻は文献⁸⁾⁹⁾において数値計算（線形モデル）と水槽試験を実施して計算結果の検証を行っている。船体のロール運動に着目した場合、ロールの固有周期 T_R と吊荷の運動の固有周期 T_L の間に $T_R > T_L$ の関係があると仮定した場合には連成効果によって、

$$T'_R > T_R > T_L > T'_L \quad (1)$$

の不等式関係を満足する新たな固有周期 T'_R, T'_L に変化することを理論的に説明している。また、線形モデルを使った応用研究として、最適なクレーンバージ選定のために周波数領域解析を用いた作業限界に関する検討が行われている¹⁰⁾。ここでの検討手法は洋上でのクレーン作業の稼働性評価を行う際に大変参考になるものである。類似の取り組みとして波浪統計資

* 国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所
 原稿受理 令和元年 8 月 22 日

料を使ったクレーン作業の長期予測を検討したものもある¹¹⁾。2000年代に入ってからロボット工学分野で発展した **Multibody Dynamics** の考え方や計算手法を吊荷と船体との連成運動計算に応用しようとする試みが行われるようになった¹³⁾。吊荷を索で吊り上げる場合、その運動は拘束力学系としての運動方程式を組み立てる必要があるが、**Multibody Dynamics** における計算手法を応用すれば、拘束力学系も非拘束力学系も統一的な計算手法の枠組みの中で扱うことが出来るため、様々なクレーン作業を想定した汎用的な数値計算コードを開発することが可能になる。最近ではさらにクレーンブームの構造変形を考慮するために **Multibody Dynamics** と有限要素法を組み合わせた数値計算に関する研究も最近では行われている¹²⁾。工学的応用からは少しかけ離れるが、非線形力学の視点から吊荷とクレーンバージの非線形現象を理論的に理解しようとするような研究も行われている¹⁴⁾。このように吊荷と船体の連成運動に関する力学は古くて新しい研究課題と言える。

昨今、様々な海上工事で使用される多目的作業船 (**Multi Purpose Offshore Supply Vessel**, 以下、作業船と略) は、クレーンバージとは異なり、クレーン作業に特化した専用船でないために大きな吊荷能力はないものの、船尾 **A-Frame** から吊り降ろす縦吊りだけでなく、舷側から吊り降ろす横吊り、ムーンプールから吊荷を降ろす方法など、これまであまり想定されなかった吊式でクレーン作業が行われる。したがって、クレーン作業の実務的な立場からはクレーンバージで主に行われるような縦吊りに関する知見だけでは不十分である。作業船や吊荷の波浪中運動へ与える吊式(吊点)の影響を事前に把握してクレーン作業計画に生かす必要があると考える。

そこで本論文では、クレーン作業中の作業船において吊式が作業船と吊荷の波浪中運動へ与える影響について検討した。最初にクレーン作業中の吊荷と作業船の波浪中連成運動を把握するための水槽試験を実施した。次に運動方程式を導出し、その線形モデルに基づき作成した数値計算(周波数解析)を行い、試験結果との比較を通じて計算精度を確認した。最後に数値計算を使って吊荷が作業船の波浪中運動へ与える影響について感度解析を行った。

本論文で使用する変数や記号についてはその都度、説明を加えたが、複数回出てくるもの等については本論文の最後にまとめている。

2. 研究対象船等の諸元

本論文で対象とする作業船の基本諸元を **Table1**、模型を **Fig.1(上)** に示す。実機に対する模型スケールは $1/30$ とした。クレーン作業を行う際には右舷船尾にある大型船上クレーンを使用する。通常、作業船の吊荷能力 (**SWL: Safety Working Load**) は排水量の数%程度である¹⁵⁾ことから本船の吊荷能力を排水量から換算して **123ton** 程度(作業船の排水量の約2%)と設定した。その他の特徴としてはミッドシップ付近にムーンプールを有する。位置保持には自動位置保持 (**DPS**) を使用するため、船首には2基のトンネルスラスター、船尾には2基

のアジマススラスターを搭載している。吊荷の質量次第では大きく喫水が変わる可能性はあるが、吊荷は排水量の高々2%程度であるため、喫水変化は軽微と考えて本論文では稼働状態のみを対象とした。

Fig. 1 Models for vessel and suspended load.

Table2 に本論文で対象とする吊荷に関する基本諸元、その模型を **Fig.1(下)** に示す。吊荷はサクシオンアンカーを想定した。空中重量は作業船の排水量の 1.2% とした。吊長は後節の **Fig.2** において定義するが、吊点から吊荷重心までの距離である。以降、本論文では作業船の排水量に対する吊荷の空中重量の比を質量比 (μ) と呼ぶことにする。

3. 座標系

本論文では、船体中央の水線面位置に原点 **O**、船首方向を **X** 軸、左舷方向を **Y** 軸、鉛直上向きを **Z** 軸の正方向とする右手系直交グローバル座標を用いた。また、クレーン先端部から吊荷の重心までの距離(吊長)を L と定義し、クレーン先端を通る **X** 軸、**Y** 軸に平行な軸に対し、右ねじ方向を正とする吊索の回転をそれぞれ φ_1, φ_2 とした。入射波の進行方向については、船尾から船首方向へ到来する波を追波 (**0deg**)、右舷側から到来する波を横波 (**90deg**)、船首から船尾方向へ到来する波を向波 (**180deg**) とし、反時計回りに入射角 $0 \sim 360\text{deg}$ を定義した。**Fig.2** に座標系を示す。また、本論文ではすべての結果をフルード則に基づき実機スケールで表記する。

Table 1 Principal parameters of multi-purpose offshore supply vessel.

Items	Symbols	Actual Ship	Model Ship
Length overall	L_{oa}	78.00 m	2.60 m
Length between perpendiculars	L_{pp}	75.20 m	2.51 m
Breadth	B	21.50 m	0.72 m
Depth	D	7.50 m	0.25 m
Draft	d	5.61 m	0.19 m
Displacement	W	6,129 t	227.00 kg
Height of center of gravity (C.G.) from keel	KG	7.55 m	0.25 m
Transverse metacenter height	$\overline{GM}_T$	4.20 m	0.14 m
Longitudinal metacenter height	$\overline{GM}_L$	93.79 m	3.13 m
Radius of gyration about x axis	K_{xx}	7.96 m	0.27 m
Radius of gyration about y axis	K_{yy}, K_{zz}	21.06 m	0.70 m
Safety Working Load	SWL	123 t	4.56 kg

Table 2 Principal dimension of suspended load.

Items	Actual	Model
Diameter	4.50 m	0.15 m
Depth	8.10 m	0.27 m
Height of C.G	4.05 m	0.14 m
Weight in Air	78.00 t	2.89 kg
Sling length (L)	9.33 m	0.31 m
Sling point	(-17.76, -16.26, 13.39) m	(-0.59, -0.54, 0.45) m

Fig. 2 Coordinate system.

4. 吊荷懸下状態での波浪中動揺試験

4.1 概要

吊荷と作業船の波浪中連成運動を把握するため、吊荷を懸下した状態での波浪中動揺模型試験を国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所の深海水槽において実施した。深海水槽は直径 16m × 深さ 5m の円形水槽であり、円形水槽全周に計 128 機のフラップ型スネーク式の造波装置を設置している。その造波装置を使って任意の方向から最大波高 0.5m の規則波、不規則波を作ることが可能である。

通常、作業船は DPS によって位置保持される。後節の (2) 式において示すが、吊荷と作業船の並進運動(サージ、スウェイ)

の連成に比べ、回転運動(ロール、ピッチ、ヨー)との連成の方が特に吊点が船体中心から離れるほど大きくなる。係留方式と DPS では並進運動の応答特性は大きく異なるが、回転運動はほぼ同じと考えることが出来るため、係留方式でも DPS でも吊荷の振れ回り運動における相違は小さいと考える。そこで本論文では試験が容易な 4 点係留方式によって作業船の位置保持を行った。模型のセットアップ状態を Fig.3 に示す。また、係留ラインの全体図を Fig.4 に示す。吊点と吊荷模型の上端にユニバーサルジョイントを装着し、スチールワイヤーを使って吊荷模型を吊り下げた。模型船及び吊荷模型に装着されたマーカーはカメラを使って運動を計測するためのもので、3 つのマーカーの 3 次元座標データから重心座標及び回転運動を計算した。係留状態において規則波、不規則波を発生させ、その時の船体及び吊荷の運動等を計測した。波については水槽試験で使用する入射波を事前に容量式波高計を使って計測した。また、試験中も同波高計を使って模型船からの反射の影響が小さく、入射位相が同じとなる箇所において計測した。規則波の結果についてはフーリエ解析によって振幅を求め、同解析を使って求めた入射波の振幅結果で除することで応答関数を求めた。不規則波については、運動と入射波のクロススペクトルを入射波のオートスペクトルで除することで複素応答関数を求め、絶対値として応答関数を求めた。スペクトル解析は Blackman-Tukey 法を採用し、三角形周波数フィルターを使って平滑化処理を施した。

4.2 自由減衰試験

作業船の運動の固有周期を把握するため、吊荷が無い状態における自由減衰試験を行った。解析では試験結果の時系列をフィッティングする係数同定法(最適化計算)によって固有周期と減衰係数を求めた。なお、減衰係数は数値計算の減衰力推定の際などにおいて参考にした。Fig.5 は試験結果と求められた係数を使用して求めた数値計算結果の比較である。係数同定法によって試験結果の再現が出来ている。なお、自由減衰試験は 2 回ずつ行い、再現性の問題はないことを確認している。

Fig. 3 Setup of experiment in model basin.

Fig. 4 Configuration of mooring system.

Fig. 5 Curves of free oscillation test (left: roll, right: pitch).

4.3 試験結果

Fig.6 は作業船の応答関数(ロールとピッチ)の結果であり, 上は作業船が単独(吊荷が無い状態), 下は作業船に吊荷が懸下された状態の結果である. また, Fig.7 は吊荷の振れ回り運動

(φ_1, φ_2)の応答関数の結果を示す. 上段に吊荷の回転運動(ロール, ピッチ)で代用したもの, 下段に吊点と吊荷重心の座標から吊索の傾斜角を算出したものを示している. 規則波(中抜マーク)と不規則波(線+中実マーク)の結果を併記している. 波高は 0.6m(不規則波の場合は有義波高が 0.6m, ピーク周期が 7.6 秒)とした. 不規則波の結果については Coherency が 0.7 以上になる部分のみを抽出して記載している.

吊荷ありの作業船のロールの試験結果の短周期域(6 秒付近)に小さなピークが確認される. 作業船のロール, ピッチの固有周期は自由動揺試験から, それぞれ 8.96 秒, 6.55 秒であった. 吊荷の振り子としての運動については, それを単振り子(1 自由度モデル)としてモデル化すると固有周期は 6.12 秒($= 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{9.33/9.81}$)¹⁷⁾である. したがって, 吊荷の運動が連成影響によって作業船のロールに現れていると考えられる. 一方, ピッチには吊荷の連成影響は確認されない. また, ロールの固有周期が吊荷の存在によって長周期側へ 0.5 秒程度シフトしていることが確認出来る. ロールの固有周期よりも長い周期帯では, 吊荷の固有周期が非常に短いために作業船のロール運動に吊荷が追従する. 結果, 吊荷の存在は作業船の横運動の復原力を減じる方向に作用することになるため, 固有周期が長くなる方向にシフトすると理解することができる⁹⁾. 吊荷の質量比は高々 1.2% であるが, 作業船の応答特性に大きな変化を与えることがこの結果から分かる.

吊荷の運動に関しては波向の違いによって若干の違いはあるものの, φ_1 においては 2 つのピークが存在している. 9 秒付近のピークは作業船のロールによるもの, 短い 6 秒付近のピークは吊荷の固有周期に相当するものである. また, 吊荷の振れ回り運動が非常に激しいことがこのピークから確認出来る. 上段の吊荷の運動と下段の傾斜角は概ね同じような傾向が見られるが, 固有周期付近では下段の結果の方が全体的に過大な値を示している. 本研究で対象としたサクシオンアンカーのような細長体の吊荷の場合, 吊索と吊荷の傾きが常に平行にあれば上段と下段の値は一致するはずだが, 固有周期付近で同調した振れ回り運動が生じると吊荷の 2 次運動モードが発生する可能性がある. 参考までに, 吊荷の頂部のユニバーサルジョイントを回転軸とした回転運動モード(吊荷の慣性モーメントに起因する運動)までを考慮した 2 自由度モデルとしてモデル化し, 固有値解析を行ったところ, 1 次モードの固有周期は 6.62 秒, 2 次モードは 2.57 秒であった. この上段と下段の違いはこのような原因で生じたものと考えられる.

緒言において文献⁸⁾⁹⁾にて示された吊荷と作業船の連成を考慮した固有周期に関する不等式を示した. 作業船のロールの固有周期の長周期側へのシフトは試験結果からも確認された. 一方, 連成による吊荷の固有周期は 6 秒付近に存在するが, 単振り子としての固有周期(6.12 秒)を基準として考えると短周期側への明瞭なシフトはあまりないものの, 2 自由度モデルによる 1 次モードの固有周期(6.62 秒)を基準とすると有意な短周期側へのシフトが存在しているように思われる. したがって, 本論文で扱ったような単純な質点としての扱いが困難

Fig. 6 Experimental results of motion RAO for vessel.

であるような吊荷についても運動モードを適切に考慮すれば、先に示した固有周期に関する不等式は概ね満足するため、参考指標として活用できると考える。

5. 数値計算

5.1 連成運動方程式

数値計算を行うために作業船と吊荷の連成を考慮した運動方程式を **Lagrange** 方程式を使って導出した。吊荷の運動については簡単化のために単振り子としてモデル化した。同手法を使った運動方程式の導出は文献⁸⁾においても既に行われているが、詳細な導出過程が示されていないため、類似のモデリングに対しての応用が難しい。そこで本論文の付録に導出過程を出来るだけ詳細に示すが、ここでは結果のみを示す。最終的に得られる吊荷も含めた作業船の全体システム (本論文では拡大システムと呼ぶ) の方程式は (2) 式である。なお、 $\mathbf{X} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi, \varphi_1, \varphi_2]^T$ は拡大システムの状態ベクトルであり、右上添字の T は転置行列を意味する。変数の上のドットは時間微分、ボールド表記の変数は行列 (ベクトル) を意味する。また変数の右上か右下に添字 $\Delta \times \blacksquare$ があるものは行列のサイズを意味する。行列のサイズが明らかなものについては本論文ではあえて言及しない。 $\tilde{\mathbf{M}}, \tilde{\mathbf{D}}, \tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{F}}$ は拡大システムの慣性、減衰、復原力行列、外力ベクトルをそれぞれ意味する。 m は吊荷の質量、 $\bar{l}_i$ ($i = 1 \sim 3$ は x, y, z 軸方向) は吊荷の位置、 ω は周波数を意味する。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} & & & & 0 & -mL \\ & & & & mL & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & -m\bar{l}_3 & 0 \\ & & & & 0 & -m\bar{l}_3 \\ & & & & m\bar{l}_1 & m\bar{l}_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{M}}(\omega)} \ddot{\mathbf{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & mL & 0 & -m\bar{l}_3 & 0 & m\bar{l}_1 \\ -mL & 0 & 0 & 0 & -m\bar{l}_3 & m\bar{l}_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{D}}(\omega)} \dot{\mathbf{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_v & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 6} & \mathbf{C}_s \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}} \dot{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}(\omega) \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{F}}(\omega)} \quad (2)$$

ここで、

$$\tilde{\mathbf{M}}(\omega) = (\mathbf{M} + \mathbf{M}_A(\omega)) + \mathbf{M}_M \quad (3)$$

である。 $\mathbf{M}$ は吊荷が無い状態での作業船の慣性行列、 $\mathbf{M}_A(\omega)$ は波周波数に依存する作業船の付加質量行列である。また、 $\mathbf{M}_M$ は (4) 式のように表される。

$$\mathbf{M}_M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m\bar{l}_3 & -m\bar{l}_2 \\ 0 & m & 0 & -m\bar{l}_3 & 0 & m\bar{l}_1 \\ 0 & 0 & m & m\bar{l}_2 & -m\bar{l}_1 & 0 \\ 0 & -m\bar{l}_3 & m\bar{l}_2 & m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2) & -m\bar{l}_1\bar{l}_2 & -m\bar{l}_1\bar{l}_3 \\ m\bar{l}_3 & 0 & -m\bar{l}_1 & -m\bar{l}_1\bar{l}_2 & m(\bar{l}_1^2 + \bar{l}_2^2) & -m\bar{l}_2\bar{l}_3 \\ -m\bar{l}_2 & m\bar{l}_1 & 0 & -m\bar{l}_1\bar{l}_3 & -m\bar{l}_2\bar{l}_3 & m(\bar{l}_1^2 + \bar{l}_2^2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Fig. 7 Experimental results of motion RAO for suspended load.

この項は吊荷が存在することによって生じる慣性行列の修正分であり、吊荷質量、吊点位置に応じて変化することを意味する。

吊荷と作業船の連成は $\tilde{\mathbf{M}}(\omega)$ の (1,7)~(6,8) 成分の小行列と (7,1)~(8,6) 成分の小行列として組み込まれる。作業船のサージ、スウェイトと吊荷の連成は吊荷質量 m と吊長 L の乗積値で関連付けられており、ロール、ピッチ、ヨーについては吊荷質量 m と吊長 L と吊荷位置 $\bar{l}_i$ の3変数の乗積値によって関連付けられる。したがって、吊点位置が船体中心から遠ざかるほど吊荷と作業船の回転運動の連成は並進運動との連成と比べて大きくなると考えられる。また、作業船が前後対象浮体であれば作業船のヒープと吊荷の連成項が存在しないのでそれぞれの運動は影響をお互いに及ぼさないと判断出来る。

慣性行列 $\tilde{\mathbf{M}}(\omega)$ 以外の各行列の内部の変数については付録に詳細な説明をしているので参照していただきたい。

5.2 計算結果

周波数領域解析を行うために (2) 式をフーリエ変換して次の様な複素行列方程式を求めた。式中の j は虚数を意味する。

$$[-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}}(\omega) + (j\omega) \tilde{\mathbf{D}}(\omega) + \tilde{\mathbf{C}}] \mathbf{X} = \tilde{\mathbf{F}}(\omega) \quad (5)$$

付加質量、造波減衰力及び波強制力については WAMIT¹⁶⁾ を使って別途計算した。WAMIT の計算に使用したメッシュ要素数は 2786 (一定要素) である。

計算した作業船と吊荷の応答関数を Fig.8 と Fig.9 にそれぞ

れ示す。なお、図中には試験結果も併記している。 ϕ_1 と ϕ_2 については吊荷のロール、ピッチの結果を使用した。試験結果で確認されたロール固有周期の長周期側へのシフトは数値計算においてもうまく再現出来ており、吊荷の固有周期におけるピークについても同様に計算で再現出来ている。しかし、ロールの固有周期近傍の部分を若干過大評価する傾向が見られる。ピッチに関しては概ね傾向を捉えているが、吊荷の固有周期において応答関数の不連続性が計算結果に確認出来るものの試験では確認できない。吊荷については、 ϕ_1 の結果については数値計算は概ね試験結果を良く再現出来ているが、 ϕ_2 の結果についてピークを過大評価をしている。水槽試験時には、吊点は運動を拘束しないようにユニバーサルジョイントを使用した。が、 ϕ_2 の運動方向にだけ運動を拘束する様な想定外の力が作用していた可能性もあるが、前節の試験結果のところでも述べたように、吊荷の固有周期近傍では吊荷が細長いために単振り子としての運動モード (固有周期 6.12 秒) だけでなく、吊荷の頂部を回転軸とした 2 次モード (固有周期 2.57 秒) が発生していた可能性がある。今回の数値計算はあくまでも単振り子としての運動のみをモデル化している。試験結果は 2 次モードへも作業船の運動エネルギーが分配されていると考えられるため、単振り子としての運動しか考慮していない本数値計算では過大に評価した可能性がある。吊荷が本研究で取り扱ったサクシオンアンカーのような細長物体の場合にはこのような 2 次モードまでも考慮した連成運動評価が今後必要になると思われる。

Fig. 8 Comparison of motion RAO for vessel between experimental results and calculation.

6. 吊荷の感度解析

6.1 概要

本章では、規則波及び不規則波中において吊荷が波浪中連成運動に与える影響について感度解析を行った。なお、吊荷に関するパラメータとしては、吊荷の質量比と吊点位置（クレーン先端座標）とした。Fig.10に本節の感度解析で使用した吊点をまとめて示す。計算条件として波向は150deg.とした。実際のオペレーションでも十分に想定される条件である。なお、本来は吊荷の質量比が大きくなるほど定常傾斜（ヒール）が生じることが考えられ、その様な場合にはバラストコントロールが行われるが、その調整法は無数に存在する。そこで問題を出来るだけ単純化するために、バラストコントロールによる慣性行列の変化は本論文では考慮しないことにした。

6.2 吊荷が応答関数へ与える影響（規則波中での評価）

はじめに吊荷の質量が作業船の運動へ与える影響を確認するため、吊点Aにおいて質量比を変えた場合の作業船の運動の応答関数を確認した。その結果をFig.11に示す。結果から質量比が変化すると横運動（スウェイ、ロール、ヨー）の応答関数が大きく変化することが分かる。中でもロールの変化は顕著である。前節においても述べたように、吊荷と作業船の回転運動の連成は吊荷質量 m 、吊長 L 、吊点位置 $\bar{l}_i$ の3変数の乗積値で表現されるのに対し、並進運動とは吊荷質量 m 、吊長 L の2変数の乗積値で表現される。したがって、吊点が船体中心から遠ざかるほど、作業船の運動は回転運動を介して強く伝搬されると考えることができる。したがって、Fig.11の結果については、まずはじめに吊荷と作業船のロール及びヨーとの連成によって運動が強く誘起され、それが作業船の横運動内での連

成効果によってスウェイに現れたとも考えることができる。吊荷とピッチの連成もロールと同じく $m\bar{L}_3$ で表されるが、ピッチの減衰力はロールに比べて大きい（今回対象とした多目的作業船の自由減衰試験からロールの減衰係数 $\zeta = 0.01$ に対してピッチは $\zeta = 0.16$ ）、連成影響による応答関数のピークの顕著な変化が確認されなかったものと考えられる。

吊荷の質量比の変化に応じた固有周期の変化も確認される。ここでは若干の数式を使って考察する。吊荷の存在によって作業船の慣性行列の修正が必要になることを(4)式において示したが、それを参考にすると、作業船の本来の固有周期を T とし、吊荷を懸下した作業船のロールの固有周期 T' は概ね次の様に表現することが出来る。但し、これは吊荷の存在によるロールの慣性モーメントの変化のみを考慮した固有周期である。

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{I_{11} + J_{11}(T') + m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{11} + J_{11}(T)}} \quad (6)$$

ここで、 I_{11} はロールの慣性モーメント、 J_{11} はロールの付加慣性モーメントである。吊荷の質量比 μ が小さく（ $\mu \ll 1$ ）、変化後の固有周期 T' におけるロールの付加慣性モーメントが大きく変化しないものと仮定する（ $J_{11}(T) \approx J_{11}(T') \geq 0$ ）と、(6)式は次のように整理することが出来る。

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{I_{11} + J_{11}(T') + m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{11} + J_{11}(T)}} \approx \sqrt{1 + \frac{m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{11} + J_{11}(T)}} \quad (7)$$

さらに

$$\sqrt{1 + \frac{m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{11} + J_{11}(T)}} < \sqrt{1 + \frac{m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{11}}} = \sqrt{1 + \frac{\mu(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{\kappa_{xx}^2}} \quad (8)$$

のような不等式として表現することが出来る。よって、固有周

Fig. 9 Comparison of motion RAO for suspended load between experimental results and calculation.

Fig. 10 Configuration of sling point for sensitivity analysis.

期のシフト幅は

$$dT = T' - T < \left(\sqrt{1 + \frac{\mu(\bar{P}_2 + \bar{P}_3)}{\kappa_{kv}^2}} - 1 \right) T \quad (9)$$

として上限値を見積もることが出来る。作業船の固有周期が吊荷の振り子としての固有周期よりも長い場合には、(1)式で示した様な関係を満足するため、

$$0 < dT < \left(\sqrt{1 + \frac{\mu(\bar{P}_2 + \bar{P}_3)}{\kappa_{kv}^2}} - 1 \right) T \quad (10)$$

となる。Fig.11では、吊荷が無い場合のロールの固有周期に対して質量比が2%の吊荷が存在する時の固有周期のシフト幅は0.3秒である。(10)式を使って算出するとシフト幅(上限値)は0.6秒であった。(10)式から、質量比が大きくなるほどシフト幅(上限値)が大きくなるだけでなく、吊点位置によっても変化することを表している。また、作業船のロールの慣動半径が大きくなるほどシフト幅(上限値)が小さくなること、本来の固有周期が大きいのほどシフト幅(上限値)も大きくなることも同時に示唆している。

次に、吊点に対する作業船の横運動と吊荷の運動 φ_1 の応答関数の計算結果を Fig.12 に示す。水槽試験と同じ吊点(吊点 A)

を基本ケースとし、吊点 B は吊点 A から船体中央付近へ移動させた点、吊点 C は吊点 A から船体のセンターライン上へ移動させた点である。吊点 C で吊荷を吊り上げ、そのまま吊点 A へ移動させるようなクレーン作業は一般的である。なお、吊点高さと吊長はすべて試験条件と同じとした。図中には質量比を変化させた場合の結果についても併記している。

作業船のロールに関して、吊点 A では質量比が増加するほど固有周期が長周期側へシフトし、質量比が10%の時にはピークが20%程度減少している。一方で吊点 C の時は質量比が増加するほど固有周期が長周期側へシフトする幅は小さく、質量比が10%の時にはピークが大幅に増加している。吊点 B は吊点 A や C ほどのピークの大きな変化は見られないが、ピークのシフト幅は吊点 A と同程度である。シフト幅の傾向については、(10)式を使えば理解することができる。スウェイとヨーに関しては概ねロールと同じような傾向にあると言えるだろう。吊荷の運動 φ_1 については、作業船のロールの固有周期付近のピークは小さいものの、ほとんど同じ様な傾向を示している。一方で、吊荷の固有周期付近のピークには吊点による明瞭な傾向の違いは見られないが、吊点 A の場合がピークが最も大きいように思われる。なお、鋭いピークであるために計算周期を変えた計算を幾つか行ったが同様の傾向であった。

次に吊点 A と吊点が船尾にある場合(吊点 D)、船体中央付近にある場合(吊点 E)を比較した結果を Fig.13 に示す。これらの吊点は作業船の通常のクレーン作業で最も考えられる横吊り、縦吊り及びムーンプールでの吊式のケースに対応する。吊点によって質量比が作業船と吊荷の運動の固有周期のシフト幅やピークに与える影響が大きく異なることが分かる。ムーンプールでの吊式は吊荷のピークは他と比べると相対的には小さいものの、質量比が10%の時の船体運動のロールのピークは最も大きい。一方、吊り点 D の様な縦吊りの場合にはヨーの船体運動に吊荷は強く影響を与えることが分かる。このような波浪中での連成運動による影響の違いを十分に考慮して、作業船における吊式の選定を行う必要があると考える。

Fig. 11 Effects of suspended load's mass on vessel motion RAO (sling point: A).

6.3 不規則波中での評価

次に不規則波中の船体運動へ与える吊荷の影響について感度解析を行った。不規則波のピーク周期としては、作業船のロールの応答関数を参考にして、Fig.14に示すような3つの周期帯の中から選定することにした。ただ、極短周期域は波エネルギーが小さい帯域であることから、本論文では短周期域と長周期域に不規則波のピーク周期がある場合を想定した。有義波高は作業船で様々なオペレーションの作業可否の閾値となる2.0mとし、不規則波中での波浪中運動（ロールの1/3有義値）を(11)式で評価した。

$$\bar{\phi}_\frac{1}{3} = 4.0 \sqrt{m_0}, \quad m_0 = \int_0^\infty |H(\omega)|^2 \Phi(\omega) d\omega \quad (11)$$

被積分項の $H(\omega)$ は応答関数、 $\Phi(\omega)$ は不規則波スペクトルを表す。なお、本論文ではJONSWAPスペクトルを採用し、ピークネスパラメータ γ は文献¹⁷⁾に従って(12)式のようにした。

$$\gamma = \begin{cases} 5 & T_p / \sqrt{H_s} \leq 3.6 \\ \exp(5.75 - 1.15 T_p / \sqrt{H_s}) & 3.6 \leq T_p / \sqrt{H_s} < 5 \\ 1 & 5 \leq T_p / \sqrt{H_s} \end{cases} \quad (12)$$

式中の T_p はピーク周期(s)、 H_s は有義波高(m)である。

Fig.15はピーク周期が短周期域にある場合の不規則波中(有義波高2.0m, ピーク周期7.53sec, 波向き150deg)での結果である。横軸は吊荷の質量比、縦軸は吊荷が無い場合の作業船のロールに対する有義値の比(以降、運動比と略)である。図中にはFig.10に示したすべての吊点に対する計算結果を併記している。吊点A, Bの場合には質量比が大きくなるほど運動比は小さくなる一方、吊点C, D, Eの場合は運動比は大きくなる。これはFig.12及び13の結果から分かるように、吊点A, B

は吊点C, D, Eと比べ、質量比が増えるほど作業船のロールの固有周期のシフト幅が大きいため、不規則波スペクトルの帯域から応答関数が遠ざかることによって重畳する部分が急激に減少することが理由として考えられる。固有周期のシフト幅については前節において示した(10)式から、吊点C, D, Eは $\bar{t}_2 = 0$ である一方、吊点A, Bは大きい値を持つために固有周期のシフト幅が大きくなると考えることが出来る。運動比が1より大きくなることは、吊荷が作業船運動を増幅させることを意味しており、安全性評価の観点から考えると、吊荷を考慮しない運動評価は非安全側の評価になることを意味する。文献¹⁷⁾では質量比が1~2%以下の場合には連成を考慮することなく、船体の運動時系列から吊荷の振り回りを評価する方法が推奨されているが、増幅効果は小さいとは言えるものの、吊点C, Dにおいては連成を考慮しない評価は非安全側になるために注意が必要である。

次にピーク周期が長周期域にある場合の不規則波中(有義波高2.0m, ピーク周期12.0sec, 波向き150deg)での結果をFig.16に示す。概ね傾向は短周期域の結果と同じであるが、吊点Bにおいては質量比が0.03くらいをピークとして上に凸の二次関数の様な傾向を示している。これは質量比の変化による固有周期のシフト幅とピークの変化及び不規則波スペクトルとの相対的な位置関係によって生じたものと考えられる。また、吊点C, D, Eの運動比の傾きがFig.15の結果と比べて明らかに大きくなっている。先ほど述べた固有周期のシフト幅を使っていると、C, D, Eは質量比に対する固有周期の変化が小さいために、長周期域にピークを持つ不規則波スペクトルと重畳する質量比範囲が広くなる傾向にある。また、Fig.12とFig.13の結果から分かるように、質量比の増加に伴い、ロールのピークが

Fig. 12 Comparison of motion RAO (slings point: A,B and C).

上昇する傾向がある。これら2つの要因が吊点C, D, Eにおいては運動比の傾きが大きくなった理由と考えられる。これらの吊点では、吊荷の存在による運動増幅が大きくなることを意味する。実際の作業においてはうねり環境下等での評価も重要となる。その場合、吊荷が例え軽量でも、吊荷によって作業船の運動が増幅されることを理解した上で評価する必要がある。

7. 結言

本論文では多目的作業船の波浪中での吊荷と船体の連成運動について検討した。その結果、次のような結論を得た。

- 吊荷の質量比が高々1.2%であっても作業船の波浪中運動に吊荷との連成影響が現れることが水槽試験及び数値計算によって確認された。
- 細長物体のような吊荷においては固有周期付近で吊荷の頂部を回転軸とする2次の運動モードが発生する可能性

がある。本論文で示した数値計算法は吊荷の運動モードを考慮しない方法であるため、振り回しによる運動を過大評価する傾向にある。実作業の評価を行う際には安全側の評価になるので大きな問題はないと思われるが十分に注意する必要がある。

- 吊荷及び作業船の波浪中運動は、質量比はもちろんのこと、吊点によっても大きく変化する。吊式による特徴、クレーンの可動範囲や吊荷の移動計画を把握した上で評価する必要がある。
- 吊荷の存在を考慮しない評価方法は吊荷の質量比が小さくても作業船の運動を過小評価することがある。特に長周期域にピーク周期を持つ不規則波中において、その傾向が顕著になる。したがって、例えば、うねりに対する作業船の波浪中運動評価を行う際、その傾向を十分に理解しておく必要がある。

Fig. 13 Comparison of motion RAO (slip point: A,D and E).

参考文献

- 1) J.H.Bae, J.H.Cha, S.Ha, K.O.Kim, H.C.Song, C.S.Shim, S.C.Lee and K.S.Byun : Integrated simulation framework for offshore installation operations considering various ocean environment, Proceedings of 28th International Ocean and Polar Engineering Conference, Sapporo, Japan, pp.1000-1003, 2018.
- 2) I.Winsen and R.Dijk : Quad lift : Enabling lifting of larger integrated topsides, Proceedings of 38th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Glasgow, Scotland, UK, OMAE2019-95375, 2019.
- 3) E.Harmsen, R.Dijk and P.Stuberg : DP-stability during heavy lift operation using a modified kalman filter, Proceedings of 37th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Madrid, Spain, OMAE2018-77901, 2018.
- 4) B.W.Nam, N.W.Kim, Y.M.Choi, S.Y.Hong and J.W.Kim : An experimental study on deepwater crane installation of subsea equipment in waves, Proceedings of 25th International Ocean and Polar Engineering Conference, Hawaii, USA, pp.1279-1283, 2015.
- 5) B.W.Nam, N.W.Kim, S.Y.Hong : Experimental and numerical study on coupled motion responses of a floating crane vessel and a lifted subsea manifold in deep water, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, volume 9, issue 5, pp.552-567, 2017.
- 6) L.Li, Z.Gao and T.Moan : Comparative study of lifting operations of offshore wind turbine monopile and jacket substructures considering vessel shielding effects, Proceedings of

Fig. 14 Region of representative period for evaluation of wave induced couple dynamics in irregular wave.

Fig. 15 Relationship between mass ratio and ratio of 1/3 significant roll (short peak period: $H_s = 2.00$ m, $T_p = 7.53$ sec, wave dir. = 150deg).

Fig. 16 Relationship between mass ratio and ratio of 1/3 significant roll (long peak period: $H_s = 2.00$ m, $T_p = 12.0$ sec, wave dir. = 150deg).

25th International Ocean and Polar Engineering Conference, Hawaii, USA, pp.1290-1298, 2015.

- 7) 社団法人日本作業船協会：特殊作業船の大型クレーンの安全に関する設計指針調査研究, 1978.
- 8) 野尻信弘, 三田重雄：クレーンバージと吊荷の連成運動について, 西部造船会々報, 第 59 号, pp.43-55, 1980.
- 9) 野尻信弘：クレーンバージと吊荷の連成運動について (その 2 斜波中の 3 次元応答), 西部造船会々報, 第 65 号, pp.95-106, 1983.
- 10) G.F.Clauss and T.Riekert: Influence of load motion control on the operational limitations of large crane vessels in severe environment, BOSS 92, 6th International Conference on the Behaviour of Offshore Structures, London, U.K, pp.1112-1125, 1992.
- 11) X.Wang, Z.Ying and Z.Chen : The analysis of the joint limitation condition of wave height-period on the floating crane lifting operation, Proceedings of 38th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Glasgow, Scotland, UK, OMAE2019-96461, 2019.
- 12) J.W.Hong, S.H.Ham, L.Zhao, X.Li, S.Ha and M.I.Roh : Off-shore installation of subsea equipment considering elasticity of the crane boom in harsh environment, Proceedings of 25th International Ocean and Polar Engineering Conference, Hawaii, USA, pp.1284-1289, 2015.
- 13) D.H.Jeong, M.I.Roh and S.H.Ham : Lifting simulation of an offshore supply vessel considering various operating conditions, Advances in Mechanical Engineering, Vol.8, No.6, pp.1-13, 2016.
- 14) K.Ellermann, E.Kreuzer and M.Markiewicz : Nonlinear dynamics of Floating Crane, Nonlinear Dynamics, Vol.27, pp.107-183, 2002.
- 15) Clarkson Research : The Construction Vessel Register 2011.
- 16) WAMIT, Inc. : <http://www.wamit.com/>
- 17) DNVGL : Modeling and Analysis of Marine Operations, DNVGL-RP-H103, April, 2011.

付 録

A1. 吊荷と作業船の連成運動方程式

吊荷と作業船の連成運動方程式を Lagrange 方程式を使って導出する. そのためには作業船と吊荷に関するエネルギーから定義される Lagrangian を求める必要がある. 以降, 順にエネルギー関数について定義し, 最後に運動方程式を導出する.

A1.1 運動エネルギー

作業船の空間固定座標系における運動エネルギーは次のような2次形式で表現される。

$$T_V = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{M} + \mathbf{M}_A(\omega)) \dot{\mathbf{x}} \quad (\text{A1})$$

ここで、 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ ($\mathbf{R}$ は実数空間) は作業船の状態ベクトルであり、

$$\mathbf{x} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (\text{A2})$$

である。 $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ は吊荷が無い状態における作業船の慣性行列で次の様に表される。式中の W は作業船の排水量であり、 ζ_{Gi} ($i = 1 \sim 3$ は x, y, z 軸方向) は重心位置、 I_{ij} ($i, j = 1 \sim 3$ は x, y, z 軸方向) は慣性モーメントを意味する。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & 0 & W\zeta_{G3} & -W\zeta_{G2} \\ 0 & W & 0 & -W\zeta_{G3} & 0 & W\zeta_{G1} \\ 0 & 0 & W & W\zeta_{G2} & -W\zeta_{G1} & 0 \\ 0 & -W\zeta_{G3} & W\zeta_{G2} & I_{11} & -I_{12} & -I_{13} \\ W\zeta_{G3} & 0 & -W\zeta_{G1} & -I_{21} & I_{22} & -I_{23} \\ -W\zeta_{G2} & W\zeta_{G1} & 0 & -I_{31} & -I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A3})$$

$\mathbf{M}_A(\omega) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ は作業船に作用する付加質量行列で波周波数に依存する行列である。

次に吊荷の運動エネルギーについて考える。ここでは簡単化のために吊荷の振れ回り運動は微小振幅とする。吊荷の吊点に対する相対的な位置ベクトル ($x_{S,R}, y_{S,R}, z_{S,R}$) は次のように近似表現出来る。

$$\begin{bmatrix} x_{S,R} \\ y_{S,R} \\ z_{S,R} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -L \sin \varphi_2 \\ L \sin \varphi_1 \\ -L \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A4})$$

これを時間微分すれば速度ベクトルが次のよう求められる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{S,R} \\ \dot{y}_{S,R} \\ \dot{z}_{S,R} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -L \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 \\ L \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 \\ L (\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_1 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

次にグローバル座標系での吊荷の位置ベクトル (x_S, y_S, z_S) は、作業船の位置ベクトル (x_V, y_V, z_V) と吊荷の相対位置ベクトルを使って次のように表現出来る。

$$\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_V \\ y_V \\ z_V \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{H}}(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{S,R} \\ y_{S,R} \\ z_{S,R} \end{bmatrix} \quad (\text{A6})$$

ここで、回転行列 $\bar{\mathbf{H}}(\phi, \theta, \psi)$ は

$$\bar{\mathbf{H}}(\phi, \theta, \psi) := \begin{bmatrix} c\phi c\theta & -s\phi c\theta + c\psi s\theta s\phi & s\phi s\theta + c\psi c\theta s\phi \\ s\phi c\theta & c\phi c\theta + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\theta + s\theta s\phi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (\text{A7})$$

と定義される。なお、式中では $c\star = \cos \star$, $s\star = \sin \star$ と表記している。作業船の回転運動を微小であると近似すると $\bar{\mathbf{H}}(\phi, \theta, \psi)$ は次のように簡単化される。

$$\bar{\mathbf{H}}(\phi, \theta, \psi) \approx \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

(A6) 式を時間微分し、(A5) 式を代入すると次の様になる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{z}_S \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{x}_V - \dot{l}_2 \dot{\psi} + \dot{l}_3 \dot{\theta} - L \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 \\ \dot{y}_V + \dot{l}_1 \dot{\psi} - \dot{l}_3 \dot{\phi} + L \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 \\ \dot{z}_V - \dot{l}_1 \dot{\theta} + \dot{l}_2 \dot{\phi} + L (\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_1 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

さらに吊荷の運動も微小であるので、

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{z}_S \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{x}_V - \dot{l}_2 \dot{\psi} + \dot{l}_3 \dot{\theta} - L \dot{\varphi}_2 \\ \dot{y}_V + \dot{l}_1 \dot{\psi} - \dot{l}_3 \dot{\phi} + L \dot{\varphi}_1 \\ \dot{z}_V - \dot{l}_1 \dot{\theta} + \dot{l}_2 \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{A10})$$

となる。その結果、吊荷の運動エネルギー T_S は次のように表現出来る。

$$T_S = \frac{m}{2} \{ (\dot{x}_V - \dot{l}_2 \dot{\psi} + \dot{l}_3 \dot{\theta} - L \dot{\varphi}_2)^2 + (\dot{y}_V + \dot{l}_1 \dot{\psi} - \dot{l}_3 \dot{\phi} + L \dot{\varphi}_1)^2 + (\dot{z}_V - \dot{l}_1 \dot{\theta} + \dot{l}_2 \dot{\phi})^2 \} \quad (\text{A11})$$

A1.2 ポテンシャルエネルギー

ポテンシャルエネルギーについて、作業船の動揺によって生じる作業船のポテンシャルと吊荷の揺れにより生じる吊荷のポテンシャルとに分離して表現する。

作業船のポテンシャル U_V は次のように表現出来る。

$$U_V = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{C}_V \mathbf{x} \quad (\text{A12})$$

$\mathbf{C}_V \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ は復原力行列であり、

$$\mathbf{C}_V = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} & \begin{bmatrix} \rho g A_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W \overline{GM}_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W \overline{GM}_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{A13})$$

となる。 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 A_w は作業船の水線面積をそれぞれ意味する。係留系の復原力についてはここでは含めない。

吊荷のポテンシャル U_S については次のように表現出来る。

$$U_S = mgL(1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi_2) \quad (\text{A14})$$

(A14) 式を2次項までを残してテイラー展開をすると、次のようなポテンシャルエネルギーが2次形式で求められる。

$$U_S \approx \frac{1}{2} mgL(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) = \frac{1}{2} \Phi^T \underbrace{\begin{bmatrix} mgL & 0 \\ 0 & mgL \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_S} \Phi \quad (\text{A15})$$

なお、 $\Phi = [\varphi_1 \ \varphi_2]^T$ は吊荷の状態ベクトルである。

A1.3 散逸エネルギー

作業船の運動においては造波及び粘性減衰によるエネルギーの散逸を考える必要がある。ここでは簡単のために造波減衰のみを考慮すると、作業船の散逸エネルギー D_V には次のように表現する。

$$D_V = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{D}_V(\omega) \dot{\mathbf{x}} \quad (\text{A16})$$

吊荷の散逸エネルギー D_S についても同様にして

$$D_S = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^T \mathbf{D}_S \dot{\Phi} \quad (\text{A17})$$

とする。散逸行列 $\mathbf{D}_S \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ は通常は正の対角項のみを考慮した行列である。

A1.4 方程式の導出

前節までに述べた各種エネルギーを次の様に整理する.

$$\begin{cases} T = T_V + T_S, & U = U_V + U_S \\ D = D_V + D_S \end{cases} \quad (A18)$$

Lagrangian $\bar{L}$ は次のように定義することが出来る.

$$\bar{L} = T - U \quad (A19)$$

作業船と吊荷に関する Lagrange 方程式は次のように表される.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}(\omega) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial \boldsymbol{\varphi}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}} = \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{cases} \quad (A20)$$

ここで, $\mathbf{F}(\omega)$ は波強制力ベクトルである. (A20) 式に (A18) 及び (A19) 式のようにまとめた運動, ポテンシャル及び散逸エネルギーをそれぞれ代入して整理すると, (2) 式の運動方程式を導くことが出来る.

A2. 吊荷の非線形運動方程式

前節での方程式導出の考え方を応用し, 吊点の加速度から吊荷の運動を解くための非線形運動方程式を導出する. これは作業船と吊荷の相互連成を考慮しない吊荷の振れ回りの簡易評価を行う際に参考になる.

吊点の位置ベクトルを (x_C, y_C, z_C) とした場合, グローバル座標系での吊荷の速度ベクトル $(\dot{x}_S, \dot{y}_S, \dot{z}_S)$ は次の様に近似表現出来る.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{z}_S \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{x}_C - Lc\varphi_2\dot{\varphi}_2 \\ \dot{y}_C + Lc\varphi_1\dot{\varphi}_1 \\ \dot{z}_C + L(s\varphi_1c\varphi_2\dot{\varphi}_1 + c\varphi_1s\varphi_2\dot{\varphi}_2) \end{bmatrix} \quad (A21)$$

この速度ベクトルを使って, 吊荷の運動エネルギー T_S は次のように表現出来る.

$$T_S = \frac{m}{2} \left[(\dot{x}_C - Lc\varphi_2\dot{\varphi}_2)^2 + (\dot{y}_C + Lc\varphi_1\dot{\varphi}_1)^2 + \{\dot{z}_C + L(s\varphi_1c\varphi_2\dot{\varphi}_1 + c\varphi_1s\varphi_2\dot{\varphi}_2)\}^2 \right] \quad (A22)$$

吊荷のポテンシャル U_S は (A14) 式として与えられるので, これらを次の Lagrange 方程式に代入する.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (T_S - U_S)}{\partial \dot{\boldsymbol{\Phi}}} - \frac{\partial (T_S - U_S)}{\partial \boldsymbol{\Phi}} = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (A23)$$

整理すると (A24) 式と (A25) 式の非線形運動方程式が求められる. この非線形運動方程式には φ_1 と φ_2 の間に対称性 (φ_1 と φ_2 を交換しても同じ式になる) が無いが, これは (A21) 式の $\dot{x}_S, \dot{y}_S$ における第二項の符号の違いに起因するものである. 簡

単化のために吊荷の減衰を考慮しない運動方程式を求めたが, 必要があれば減衰現象を適切にモデル化し, Lagrange 方程式に組み込んで解けば良い.

φ_1

$$L(c\varphi_1^2 + s\varphi_1^2c\varphi_2^2)\ddot{\varphi}_1 + \frac{L}{4}s2\varphi_1s2\varphi_2\ddot{\varphi}_2 - \frac{L}{2}s2\varphi_1s\varphi_2^2\dot{\varphi}_1^2 + \frac{L}{2}s2\varphi_1c\varphi_2^2\dot{\varphi}_2^2 + (\ddot{y}_C c\varphi_1 + \ddot{z}_C s\varphi_1c\varphi_2 + g s\varphi_1c\varphi_1) = 0 \quad (A24)$$

φ_2

$$L(c\varphi_2^2 + c\varphi_1^2s\varphi_2^2)\ddot{\varphi}_2 + \frac{L}{4}s2\varphi_1s2\varphi_2\ddot{\varphi}_1 - \frac{L}{2}s2\varphi_2s\varphi_1^2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{L}{2}s2\varphi_2c\varphi_1^2\dot{\varphi}_1^2 - Ls2\varphi_1s\varphi_2^2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + (-\ddot{x}_C c\varphi_2 + \ddot{z}_C c\varphi_1s\varphi_2 + g c\varphi_1s\varphi_2) = 0 \quad (A25)$$

記号表

$\bar{l}_i$ ($i = 1 \sim 3$)	船体中心からの吊点距離
m	吊荷質量
$\mathbf{x}$	作業船の状態ベクトル
x, y, z	作業船の座標
$\tilde{\mathbf{C}}$	拡大システムの復原力行列
$\mathbf{C}_S$	吊荷の復原力行列
$\mathbf{C}_V$	作業船の復原力行列
$\tilde{\mathbf{D}}$	拡大システムの散逸行列
$\mathbf{D}_S$	吊荷の散逸行列
$\mathbf{D}_V$	作業船の散逸行列
$\mathbf{F}$	波強制力ベクトル
$\tilde{\mathbf{F}}$	拡大システムの外力ベクトル
$\overline{GM}_T$	横メタセンター高さ
$\overline{GM}_L$	縦メタセンター高さ
I_{ij} ($i, j = 1 \sim 3$)	作業船の慣性モーメント
L	吊長
$\mathbf{M}$	吊点が無い時の作業船の慣性行列
$\tilde{\mathbf{M}}$	作業船の慣性行列
$\tilde{\mathbf{M}}$	拡大システムの慣性行列
$\mathbf{M}_A$	作業船の付加質量行列
$\mathbf{M}_M$	吊点の存在による作業船の修正慣性行列
$\mathbf{R}$	実数空間
T	固有周期
W	作業船排水量
$\mathbf{X}$	拡大システムの状態ベクトル
$\tilde{\zeta}_i$ ($i = 1 \sim 3$)	重心のミッドシップからの距離
θ	作業船のピッチ
K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}	作業船の慣動半径
μ	質量比
ϕ	作業船のロール
ψ	作業船のヨー
ω	周波数
φ_1, φ_2	吊索の傾斜角