部分積み時の非真球タンクの座屈強度に関する研究

－第2報：実スケールタンクの座屈強度に関する初期不整影響の検討－

正会員 佐野 敦 司*

正会員 藤久保 昌 彦**

Buckling Strength of a Non-Spherical Tank in the Partially Filled Condition
- 2nd Report: Effect of initial shape imperfection on the buckling strength of actual scale tank -

by Atsushi Sano, Member

Masahiko Fujikubo, Member

Summary

This paper is the second of the two companion papers dealing with the buckling strength of a non-spherical tank in the partially filled condition, which is one of the severest loading conditions in terms of the buckling design of Moss-type LNG tanks. A method to estimate the reduction factor of the elastic buckling strength due to initial shape imperfection is proposed based on the Koiter's initial post-buckling theory, and a simplified method to estimate the elastoplastic buckling strength is proposed in the first report. The reasonable accuracy of the estimated elastic and elastoplastic buckling strengths was demonstrated through a comparison with the results of scaled model tests and FE analyses of model-scale tanks.

In this paper, the applicability of the proposed estimation method is verified for actual scale tanks under axisymmetric load condition in the upright position and also under non-axisymmetric one in the heeled condition. For three types of actual scale tanks with different flatness, the characteristics of buckling mode and strength are examined. It is found that the concept of an equivalent toroidal shell analogy is applicable to the non-axisymmetric load conditions as well as to the axisymmetric cases. The reasonable accuracy of the estimated elastic and elastoplastic buckling strengths is demonstrated through a comparison with the FE analyses of actual scaled tanks.

1. 結 言

モス方式のLNGタンクは、球形タンクまたは円筒部を延長させたストレッチタンクと円筒スカートによって構成される。著者の一人は、タンクの容積効率を向上させるために、球形タンクの形状を真球殻から楕円球殻に置き換え、円筒部と繋ぎ合わせた非真球タンクのコンセプト提案¹⁾を行った。

一般的に、殻構造物の座屈強度は形状初期不整によって低下することが知られている。非真球タンクにおいて座屈強度に対する安全係数および許容工作精度基準を構築するためには、形状初期不整による座屈強度低下率を調査することが必要である。

球形タンクおよび非真球タンクにおいて座屈強度上最も厳しい条件の一つが、部分積み条件である。部分積み条件ではFig. 1に示すように自重と鉛直方向加速度の作用により、

タンク下部は子午線方向に引張、周方向に圧縮条件となる。部分積み条件は、直立状態の軸対称荷重条件のみならず、Heel状態のような非軸対称条件についても座屈設計に考慮しなければならない。

Fig. 1 Deformation of tank shell in partially filled condition

第1報²⁾では、部分積み条件の非真球LNGタンクの座屈強度に対する初期不整影響を明らかにするため、部分積みを模擬した荷重条件で半楕円球殻と円筒部で構成される模型について座屈試験を実施した。さらに、試験体の弾塑性大変形FEM解析を実施し、解析で得られた弾塑性座屈強度低下率の推定精度を検証した。また、対象とする座屈現象は、二方向のシェル曲率比と各方向の膜応力比の組み合わせが本質的な要因であると考え、その上で、既に理論解が存在しか

* 川崎重工業株式会社

** 大阪大学大学院工学研究科

つ、上記の支配因子が考慮可能であるトロイダルシェルの概念を提案し、Koiter³⁾の Initial post-buckling theory およびこれに基づく Hutchinson 解⁴⁾を用いて、形状初期不整による弾性座屈強度低下率の推定を試みた。さらに、これと Mises 型塑性修正を組み合わせ、弾塑性座屈強度低下率の推定を行い、推定値は FEM 解析ならびに模型座屈試験と良い相関を示し、かつ安全側の推定結果を与えることを示した。

本研究では、提案法の実機サイズタンクおよびタンク傾斜時における適用性を調べる。第 1 報で提案した推定法をこれらのケースに適用し、より汎用的かつ実用的な形状初期不整影響の推定法を確立する。扁平度を変えた 3 パターンの実機サイズのタンクを対象にする。

まず対象の 3 タンクについて、FEM 解析により弾性座屈強度を調べる。第 1 報と同様の直立状態に加え、非軸対称荷重条件となる傾斜状態について座屈モードの特徴および固有値の傾向を把握する。各タンクの弾性座屈固有値を、等価トロイダルシェルに対する Hutchinson 解⁴⁾と比較し、実機サイズでの形状初期不整による弾性座屈強度低下率の推定結果を示す。次に、3 タンクについて弾塑性 FEM 解析により最終強度を計算する。得られた最終強度を Hutchinson 解と Mises 型塑性修正を組み合わせ得られる最終強度推定値と比較し、実機サイズかつ、直立状態のみならず傾斜状態においても提案法が適用可能か検証を行う。

2. 対象構造

2.1 タンク構造

実機サイズ検証モデルは、Fig.2 に示すように、真球タンクを含む 3 パターンに扁平度を変えたタンクを対象とする。扁平度は Table 1 に示すように長径 a 、短径 b を定義し、 $a/b=1.0, 1.2, 1.5$ とした。対象タンクの高さは真球タンクを基準に 42m となるように統一した。非真球タンクは半楕円球殻が上下対象になるように設け、高さを合わせるために円筒部をつなぎ合わせた。ただし、Fig.3 に示すように半楕円球殻は完全な形状ではなく、半楕円球殻の赤道の一部は円筒になっており、半楕円球殻の長径 a 、短径 b は Fig.3 に基づき定義した。楕円球殻および円筒部一般部の板厚は 42mm とした。Fig.4 に示すように円筒スカートとの接続部にあたる 1,000mm の領域については、板厚を 150mm とした。

Table 1 Subject tank dimension

a/b	1.0	1.2	1.5
$a(\text{mm})$ Semi-major axis	21,000	21,000	21,000
$b(\text{mm})$ Semi-minor axis	21,000	17,500	14,000

Fig. 2 Subject tank model

Fig. 3 Details of half ellipsoid and equator parts

Fig. 4 Connection area with the cylindrical skirt

2.2 解析条件

解析は、汎用有限要素法ソフトウェア Abaqus/standard⁵⁾を用いた。モデル化範囲は船体前後方向の対称性を考慮し、1/2 モデルとした。要素タイプは、曲面の形状を精度良く表現すべく 8 節点次数低減積分シェル要素(S8R5)とした。要素分割数は、周方向 200 分割、子午線方向は楕円球殻の座屈発生領域における要素のアスペクト比が 1 程度になるよう設定した。

タンクの積載荷重は、液面からの鉛直距離に比例する圧力荷重により負荷する。液位は、各モデルで体積比 10% 刻みに LNG を搭載した状態とし、船体の Heel 状態を想定し、タンクの傾きを $0 \sim 30^\circ$ まで 10° 刻みに変えた非軸対称条件も考慮する。なお、LNG の比重は 0.5 とする。

タンクの拘束条件は、タンク赤道部の実機構造を考慮し、円筒スカートとの接続部を、周方向に亘って、径方向、周方向および鉛直方向の全ての並進成分を拘束し、回転成分については周方向周りを除いて拘束した。また、タンク内の温度分布は、LNG の気化ガスがタンク全体に渡って充填されていること、またタンク外表面は防熱施工されていることから、部分積み時でも、タンク内の温度は均一と見なすことができる。そのため、熱応力の影響は考慮していない。

材料特性は Table 2 および Fig.5 に示す通りとした. 降伏後の加工硬化は考慮していない.

Table 2 Material properties of A5083

	Young's modulus (MPa)	Poisson's ratio	0.2% proof strength (MPa)
Base metal	78,160	0.3	127

Fig. 5 Material model

3. 弾性座屈強度

3.1 直立状態

部分積み条件時のタンクの弾性座屈強度を見るために, タンクの傾きおよび液位について, どの条件が最も厳しくなるかの絞り込みを行う. 絞り込みの方法は線形座屈固有値解析によって行う. まず直立状態で座屈固有値が最小となる液位を把握する.

各タンクについて線形座屈固有値解析を実施し, 最低次の座屈固有値を比較した結果を Fig. 6 に示す. また, 各タンクの座屈モードを Fig. 7 に示す. Fig. 7 より扁平度が大きくなると子午線方向の曲率変化が大きくなり, 周方向の座屈波長が短くなる. そのため, 扁平度が大きくなると周方向の波数が増加する.

Fig. 6 より $a/b=1.0, 1.2$ では液位 30%または 40%で極小となることがわかる. 一方, $a/b=1.5$ では明確な極小値を取ることなく, 液位の増加とともに座屈固有値が減少していく.

Fig. 6 Buckling eigenvalue in upright condition

Fig. 7 Buckling mode in upright condition

(a) $a/b=1.0$ (b) $a/b=1.5$

Fig. 8 Maximum circumferential stress in upright condition

上記の傾向について座屈前応力分布から考察する. Fig. 8(a) に $a/b=1.0$ について, 液位 10%~60%時の液面位置と, 各場合に, 周方向圧縮応力が最大となる鉛直方向位置をそれぞれ示す. 同様に Fig. 8(b) に $a/b=1.5$ の場合の結果を示す. Fig. 8(a)より, 液位 40%で周方向圧縮応力は最大となるが, 50%以降は液位が増加すると圧縮応力は減少していくことがわかる. これは真球であるため, 液位が増えたとタンク全体に荷重が広く伝達され, 部分積み時に比べて応力作用の局所化が緩和されることを示す. また, 40%までは液位に応じて圧縮応力が最大となる位置が移動することがわかる. 圧縮

応力が最大となる液位40%は、Fig.6で座屈固有値が最小となる液位に対応している。一方、Fig.8(b)の $a/b=1.5$ の場合は、液位とともに周方向圧縮応力は増加を続け、 $a/b=1.0$ の場合のような緩和の傾向は見られない。また、圧縮応力が最大となる位置もほぼ定位置である。これはタンク中央の円筒部が長いこと、液位30%以上になるとスカート支持位置よりも上方に液面が位置し、楕円球殻部の静圧が単調に増加するためである。

ここで、シェルの膜理論に従うと、法線方向に圧力 p_r をうける軸対称シェルにおいて、次の平衡方程式が成立する。

$$\frac{N_\phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = p_r \quad (1)$$

第1報²⁾で述べたように、部分積み状態の非真球殻のように、面外圧 p_r よりも積載荷重による膜力が支配的となる軸対称殻では、式(1)で $p_r=0$ とにおいても、膜力 N_ϕ と N_θ の関係は近似的に成立する¹⁾。例えば $a/b=1.2$ で液位30%の場合、 p_r の項による N_θ への影響は2%程度である。そこで、 $r_1=r_x$ 、 $r_2=r_y$ 、 $p_r=0$ と置いて次式を得る。 r_x は、後述するFig.13(a)のトロイダルシェルにおける鉛直方向の曲率半径を、また r_y は深さ方向中央の水平断面の曲率半径を示す。

$$\frac{N_\phi}{r_x} + \frac{N_\theta}{r_y} = 0 \quad (2)$$

すなわち、

$$N_\theta = -\frac{r_y}{r_x} N_\phi \quad (3)$$

式(3)より、子午線方向の引張膜力 N_ϕ が増加すると周方向の圧縮力 N_θ が増加することがわかる。

以上のことから、扁平度が大きいタンクでは、一定の液位を越えると座屈の原因となる周方向圧縮応力が緩和されるという現象がなく、液位とともに応力が単調に増加し、これにより座屈固有値が単調に低下することに注意が必要である。また、後述するように崩壊モードも、本研究で主題とする周方向圧縮によるタンク側壁の座屈から、タンク底部の塑性崩壊に変化する。そこで、本研究では $a/b=1.5$ については、液位30%までを検討範囲とする。

3.2 傾斜状態

タンクが傾斜した状態について弾性座屈強度を調べる。傾斜角 10° 、 20° 、 30° について、線形座屈固有値解析を実施した。傾斜角 30° で液位70%の場合の座屈モードをFig.9に示す。また、Fig.10に傾斜時の座屈前応力分布の一例として、 $a/b=1.2$ について傾斜角 30° 、液位70%での周方向応力分布を示す。Fig.9,10より座屈領域では、周方向に圧縮、子午線方向に引張応力が生じており、直立時と同様に2軸面内応力状態にある。周方向に一樣に座屈する直立時に比べて、座屈モードが局所的に生じるが、座屈領域内には周方向に多数の

座屈波が存在し、座屈領域内で見ると生じるモードは直立状態と類似していると考えられる。

Fig. 9 Buckling mode in 30° heel condition

Fig. 10 Circumferential stress distribution in 30° heel condition

次に傾斜時の座屈強度について述べる。最低次の座屈固有値を比較した結果をFig.11に示す。Fig.11(a)~(c)より、 $a/b=1.0, 1.2$ のタンクでは、直立状態と同様に極小となる液位が存在している。また、傾斜角が大きくなると座屈固有値が低下し、極小となる液位が増加する。

ここで、Fig.12(a)に $a/b=1.0$ 、傾斜角 30° の条件で液位が30%~100%時の液面位置と周方向圧縮応力が最大となる鉛直方向の座標をそれぞれ示す。また、比較のために直立状態の結果も合わせて示す。Fig.8(a)、Fig.12(a)より圧縮応力が最大となる位置が直立状態、傾斜角に依存することなくほぼ同じであることがわかる。さらに、傾斜角が増大していくと同一領域で液位の増加とともに作用荷重が増し、最大圧縮応力が増加する。そのため、直立状態に比べて傾斜角が大きくなると座屈固有値が低下することになる。

また、Fig.12(b)に $a/b=1.5$ で傾斜角 30° 、液位30%~100%時の液面位置と周方向圧縮応力が最大となる鉛直方向の座

標をそれぞれ示す。Fig. 8(b), Fig. 12(b)より、圧縮応力が最大となる位置が直立状態、傾斜角に依存することなくほぼ同じであることがわかる。

したがって、非真球タンクは真球タンクに比べて容積効率 は向上するが、 $a/b=1.5$ のように極端に扁平化させると、球 殻のメリットである膜応力の円滑な流れが阻害され、結果的 に応力増加や座屈強度の低下をもたらす点に注意を要する。

(a) 10° Heel condition

(b) 20° Heel condition

(c) 30° Heel condition

Fig. 11 Buckling eigenvalue in heel condition

(a) $a/b=1.0$

(b) $a/b=1.5$

Fig. 12 Maximum circumferential stress in 30° heel condition

3.3 等価トロイダルシェルによる座屈強度の推定

以上のように、傾斜時は直立時に比べて座屈がより局所的 に起きること、しかし座屈部の作用荷重は、周方向圧縮と子 午線方向圧縮が支配的であり、その点は、直立時と同様で あることがわかった。そこでつぎに、第 1 報²⁾でも示した Hutchinson によるトロイダルシェルの弾性座屈固有値の理 論解を、傾斜時の座屈強度推定に適用可能かどうかを調べる。

傾斜した実機タンクについて、座屈強度上等価なトロイダ ルシェルへの置き換えを考える。Fig.13(a)のような、2つの 曲率半径 r_x , r_y と長さ l で定義されるトロイダルシェルを考 える。第 1 報で示した通り、「等価トロイダルシェル」を次 のように定義する。

- 1) FEM により求めた弾性座屈モードの座屈半波の最大た わみ位置を点 P とする。
- 2) シェルの元形状について、点 P から伸ばした法線と回 転軸との交点 A を定め、距離 AP ($=r_2$) を求める。
- 3) シェルの元形状について、点 P における子午線方向の 曲率半径 r_1 を求める。
- 4) Fig.13(b)右図のように、座屈たわみが最大値 (点 P) の 1%となる二点間の距離を長さ l とする。

- 5) 主曲率半径が $r_x=r_1$, $r_y=r_2$, 長さが l なる Fig.13(a) のトロイダルシェルを定義する。

Fig.13(a)において, 軸方向に引張膜力 $N_\phi=N_x$ が作用する場合を考えると, 式(3)より周方向には圧縮膜力が発生し, 部分積み状態の非真球殻と類似の座屈前応力分布が生じる。

(a) Configuration of toroidal shell segments

a/b=1.2, 70% filling ratio, 30° Heel condition

(b) Equivalent toroidal shell segment (a/b=1.2, 70%)

Fig. 13 Replacement of toroidal shell segments for actual tank

Hutchinson は, 子午線方向に単位幅当たり N_x , 周方向に N_y の様な膜力分布を受けるトロイダルシェルの弾性座屈固有値の理論解を式(4)のように求めている⁴⁾. シェルの上下縁の回転に対して, 単純支持条件を仮定している。

$$\lambda_{mn} = -\frac{D\pi^2}{l^2} \frac{1}{(N_x^0 m^2 + N_y^0 \bar{n}^2)} \left[(m^2 + \bar{n}^2)^2 + \frac{12z^2(m^2 + \bar{n}^2 r_y/r_x)^2}{\pi^4} \right] \quad (4)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

$$\bar{n} = \frac{nl}{\pi r_y} \quad (6)$$

$$z = \sqrt{1-\nu^2} \frac{l^2}{r_y h} \quad (7)$$

ここで, m, n は, それぞれ子午線方向の半波数および周方向の波数を, h は板厚を示す。

等価トロイダルシェルの弾性座屈固有値と FEM で求めた座屈固有値の比較結果を Fig. 14 に示す。Fig. 14 より両者で良い相関関係が得られていることがわかる。FEA に比べて

等価トロイダルシェルの方が座屈固有値は低めとなる。これは, トロイダルシェルは, ほぼ様な圧縮応力分布ならびに周辺単純支持条件を仮定する分, 安全側の座屈強度を推定するためである。次に, これに対する Hutchinson 解に基づいて形状初期不整の影響を推定する。

Fig. 14 Comparison of buckling eigenvalue between toroidal shell and FEA

3.4 形状初期不整による弾性座屈強度低下率

Hutchinson⁴⁾は, Koiter の Initial post-buckling theory⁵⁾に基づいて, トロイダルシェルにおける初期形状不整による弾性座屈荷重低下率の理論式を導出している。理論式については付録 1 に示す。

実設計においては, 初期不整のない完全シェルの座屈前応力分布, 弾性座屈強度 (座屈固有値) および座屈モードは FEM 解析により与えられることを前提として, その初期不整感度を, 理論解を基に簡易的に推定する方法を示す。

- 1) 座屈前応力分布と弾性座屈強度の FEM 解析結果から, 対象タンクの座屈領域を, 形状および作用応力の点で等価と見なせるトロイダルシェルに置換する。
- 2) 形状初期不整による等価トロイダルシェルの初期不整感度 (弾性座屈強度低下率) を, Koiter 理論⁵⁾に基づく Hutchinson 解⁴⁾により推定する。
- 3) 2) で得られた低下率を (1) の FEM 解析結果に乗じて, 弾性座屈強度に対する形状初期不整の影響を考慮する。

実スケールタンクについて, 上記の推定手法により弾性座屈強度低下率を調べる。各タンクの傾き 0°, 10°, 20°, 30° に関して, それぞれ最も座屈固有値が低い液位条件で, 形状初期不整による弾性座屈強度低下率の推定を行った。形状初期不整については, 座屈モードを初期不整形形状とし, 板厚に対する形状初期不整の大きさの比 $\delta/t=0.01, 0.03, 0.1, 0.3$ の 4 ケースについて検証を行った。

Fig. 15 Imperfection sensitivity of buckling strength

Fig. 15 に推定式から求めた弾性座屈強度低下率と最大初期たわみ/板厚比, δ/t の関係を白抜きで示す. いずれのタンク形状についても δ/t の増加とともに弾性座屈強度が低下することが確認できる. また, 直立状態, 傾斜角に関わらず低下率の傾向に大きな差は見られない. これは b ファクタに比べて, ξ つまり δ/t が支配的になっていることがわかる. 各タンクについて最も座屈固有値が低くなる液位では, 直立状態, 傾斜角に関わらず座屈が生じる領域は近くなり, 結果として仮定するトロイダルシェル形状に差が見られなくなる.

Fig. 16 に弾性座屈荷重低下率の推定式と FEM 解析との比較を示す. 両者は概ね良い相関を示している. 推定式の方が安全側にあり, 初期不整が大きいほどより低めの値となることがわかる. これは, 初期不整が大きいほど, 座屈波の最大たわみ位置では外向きのたわみが载荷の初期から増加し, これが引張膜力を増加させるが, Hutchinson 解では, このような座屈前応力の影響が考慮されていないためと考えられる.

Fig. 16 Imperfection sensitivity of elastic buckling strength

4. 弾塑性座屈強度

4.1 弾塑性大変形解析

形状初期不整を考慮したタンクの弾塑性座屈強度を, FEM 弾塑性大変形解析により計算する. 形状初期不整は線形座屈固有値解析で得られた座屈モードとし, 板厚に対する最大初期たわみの大きさの比を, $\delta/t=0.01, 0.03, 0.1, 0.3$ の4ケースとする. まず $a/b=1.5$ で直立状態について, FEM 解析の結果を示す. 液位 30, 40, 50% の3ケースについて最大荷重到達時の相当塑性ひずみ分布を Fig. 17 に示す. 形状初期不整の大きさは $\delta/t=0.3$ である.

Fig. 17 より, 液位 30% では周方向圧縮により座屈崩壊するが, 液位 40%, 50% では先にタンク底部が塑性崩壊していることがわかる. これは, タンク底の傾斜角が小さいため, 液体重量によって高い張力が発生し, 引張降伏するためである. このように扁平度が高いと, 膜力によって荷重が広く伝

達されないまま、底部が塑性崩壊する可能性があるため注意を要する。

30% filling ratio 40% filling ratio 50% filling ratio

Fig. 17 Plastic strain distribution in upright condition

さらに傾斜時も含めた対象ケースについて、Fig. 18 に示す通り崩壊モードの違いに着目し、崩壊モードを以下の通り 4 パターンに分類する。

- I. 弾性固有値解析から得られた座屈モードを形状初期不整として与えた領域から崩壊するモード。
- II. 形状初期不整を与えた領域に加えて底部からも塑性化が進み崩壊に至るモード。
- III. 形状初期不整を与えた領域に加えて、初期不整を与えていない反対側の側面でもスカートの支持領域から周方向周りの曲げにより塑性化が進み崩壊に至るモード。
- IV. 底部から引張により塑性化が進み崩壊に至るモード。

Mode I

Mode II

Mode III

Mode IV

Fig. 18 Classification of collapse mode

Table 3 に各タンクの崩壊モードについて分類した結果を示す。a/b=1.5 で傾斜角 10, 20° の条件ではモード II の崩壊挙動となり、a/b=1.2, 1.5 で傾斜角 30° の条件ではモード III の崩壊挙動となる。ただし、いずれの条件も形状初期不整を与えた領域が最も塑性が進みその領域での崩壊が支配的である。

一方、Fig. 18 で示したモード IV については、明らかに初期不整を与えた場所とは異なる領域から崩壊しているため、本研究では検討対象外とする。よって、モード I ~ III について傾斜条件も含めた楕円球殻の座屈領域を起点にした塑性崩壊を対象にした液位で推定式との比較を試みる。

Table 3 Classification results of collapse mode

(a) a/b=1.0

	Filling ratio (%)				
	30	40	50	60	70
Upright	—	I	—	—	—
10°Heel	—	—	I	—	—
20°Heel	—	—	—	I	—
30°Heel	—	—	—	—	I

(a) a/b=1.2

	Filling ratio (%)				
	30	40	50	60	70
Upright	I	—	—	—	—
10°Heel	—	I	—	—	—
20°Heel	—	—	I	—	—
30°Heel	—	—	—	—	III

(a) a/b=1.5

	Filling ratio (%)				
	30	40	50	60	70
Upright	I	IV	IV	—	—
10°Heel	—	—	II	—	—
20°Heel	—	—	—	II	—
30°Heel	—	—	—	—	III

各タンクの傾き 0°, 10°, 20°, 30° に関して、a/b=1.0, 1.2 については最も座屈固有値が低くなる液位で、a/b=1.5 については検討対象とする液位条件で、4 パターンの形状初期不整を考慮し、合計 48 ケースについて最終強度を算出した。全ケースの形状初期不整と弾塑性座屈強度低下率の関係を Fig. 15 の黒色で塗りつぶしたマーカーで示す。弾塑性座屈強度低下率は FEM を用いて初期不整が無い完全な状態と初期不整を考慮した状態で弾塑性大たわみ解析を実施し荷重低下率を算出した。Fig. 15 より弾性座屈強度に比べて弾塑性座屈強度の方が初期不整に対する低下傾向が緩やかとなる。これは座屈領域の塑性により形状初期不整による低下率の感度が小さくなったことを示す。また、弾性座屈強度ではタンク形状による低下率の差は小さかったが、弾塑性座屈強度ではタンク形状による差が顕著に表れる。

Fig. 19 Relationship between ultimate strength and stress

Fig. 19 にタンクに作用する荷重の大きさを表すパラメータ λ_p^* と座屈発生位置の応力の関係を示す。 λ_p^* は弾性座屈固有値 λ_c で無次元化している。比較のために、 $a/b=1.0$, 傾斜角 30° のモデルで形状初期不整 $\delta/t=0.01, 0.3$ と $a/b=1.5$, 傾斜角 30° のモデルで $\delta/t=0.01, 0.3$ の4パターンを示す。応力の出力位置は最大荷重到達時に変位量が最大となる節点を選択し、その位置の表裏面および板厚中心の周方向、子午線方向応力を示している。

$a/b=1.0$ の真球に関する Fig. 19 (a), (b) を比較すると、初期不整が小さい場合は板厚表裏面と板厚中心の応力は、荷重倍率が増加し最終強度に到達する直前まで同程度であり、ほぼ膜力支配で最終強度が決まっていることがわかる。一方、初期不整が大きくなると荷重倍率の増加とともに曲げ影響が出てくることがわかる。次に、 $a/b=1.5$ に関する Fig. 19(c), (d) を比較すると、初期不整が小さい場合は真球タンクとほぼ同じ挙動である。よって、扁平度に関わらず初期不整が小さい場合は、最終強度は膜力支配であることがわかる。初期不整が大きい場合は、荷重倍率の増加とともに曲げ影響が出ており、これも真球タンクの挙動と似ている。このことから、タンクの最終強度に至るまでに挙動は、初期不整の大きさに影響を強く受け、タンク形状の差は小さいことがわかる。

Fig. 20 Relationship between circumferential and meridional stress at ultimate strength

Fig. 20 に弾塑性座屈強度を算出した 48 ケースについて、最終強度到達時の板厚表裏面および板厚中心でのミーゼス相当応力を示す。いずれのケースも表裏面とも降伏しており、概ね全断面で降伏に至っていることがわかる。内面、板厚中心、外面の 3 つの大きな枠組みでグループ分けすると、子午線方向は全般的に引張状態にある。これはタンク全体が液圧によって下方向に引張を受けているためである。また、内面と外面の応力の大きさを比較すると外面側の方が大きくなる。これはタンクが外面側を凸にした曲げ変形が重なっていることを示している。次に、周方向応力成分 σ_θ に注目すると、板厚中心では圧縮状態となっており、タンクが下方に引張を受けることで周方向に圧縮が作用していることがわかる。また、内面と外面の応力を比較すると、外面が引張状態、内面

は中心よりさらに大きい圧縮状態となっているので、外面を凸にした曲げ変形が重なっていることがわかる。

4.2 簡易推定法

第 1 報²⁾では模型サイズの試験体を対象に、弾塑性座屈強度を推定する手法を提案し、FEM 解析との比較を行った。部分積み条件では周方向に圧縮、子午線方向に引張となるため、多軸応力を考慮した塑性修正を行い、弾塑性座屈強度を推定する方法を考えた。また、応力の評価位置は、線形座屈固有値解析で求められる座屈波の最大たわみ位置とし、周方向膜応力 $\sigma_{\theta m}$ および子午線方向膜応力 $\sigma_{\phi m}$ を考えた。弾塑性座屈強度の推定には、Cho and Frieze⁶⁾が提案した Mises 型塑性修正の式をもとに、次式の通り提案した。

$$\left(\frac{\sigma_{\theta m}}{\rho \sigma_{\theta m E}} \right)^2 + \frac{\sigma_{\theta m}^2 - \sigma_{\theta m} \sigma_{\phi m} + \sigma_{\phi m}^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad (8)$$

ρ が、付録 1 に示す弾性座屈強度低下率である。単位荷重あたりの子午線方向応力を $\sigma_{\theta 0}$ 、周方向応力を $\sigma_{\phi 0}$ 、また荷重パラメータを λ^* で表すと、 $\sigma_{\theta} = \lambda^* \sigma_{\theta 0}$ 、 $\sigma_{\phi} = \lambda^* \sigma_{\phi 0}$ と表せる。これらを式(8)に代入して、弾塑性座屈強度を与える荷重パラメータ λ_p^* が次式により求められる。

$$\left(\frac{\lambda_p^*}{\rho \lambda_c} \right)^2 + \frac{1 - \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}}{\sigma_Y^2} (\lambda_p^* \sigma_{\theta 0})^2 = 1 \quad (9)$$

$$\alpha = \sigma_{\theta} / \sigma_{\phi}$$

4.1 で示した 48 ケースの実機サイズのタンクについて、形状初期不整による弾塑性領域での座屈強度低下率について、提案法と FEM で比較を行う。

Fig. 21 (a) にタンクの直立状態について推定式と FEM 解析との弾塑性座屈強度低下率の比較を示す。両者間で良い相関が得られている。また、推定式の方がやや安全側の推定となる。これは、トロイダルシェルでは、シェル端部の境界条件を単純支持と仮定しているためと考えられる。しかしながら、第 1 報の模型試験体サイズの場合と同様に、実機サイズでも、提案式の妥当性が検証された。

次に、Fig. 21 (b) に傾斜状態での推定式と FEM 解析との弾塑性座屈強度低下率の比較を示す。こちらについても直立状態と同様に傾斜角の大きさに関わらず、両者間で良い相関が得られており、推定式の方が安全側の推定となっている。つまり、タンクが傾斜することによって、座屈範囲が局所的に、崩壊挙動も直立状態に比べて局所的となる場合についても、提案した推定式が有効であることがわかった。

一般的に部分積み条件では、直立状態に比べて傾斜時の方が座屈強度は厳しくなる。以上の結果から、提案式によって非軸対称条件で弾塑性座屈強度低下率が推定可能であることは実設計において非常に有効と考えられる。なお、上述のように、初期不整が大きく座屈よりも曲げ変形の影響が大き

い場合については、推定法の改良が必要であり、今後の課題である。

Fig. 21 Comparison of imperfection sensitivity between estimation and FEA

5. 結論

部分積み状態の非真球 LNG タンクの側面部の座屈強度に対する初期不整影響を明らかにするため、実機サイズで扁平度を変化させた 3 パターンのタンクについて FEM 解析を行った。直立状態および非軸対称となる傾斜状態について座屈現象の特徴を捉えるとともに、弾性座屈強度および弾塑性座屈強度を把握した。次に、第 1 報で提案した Koiter の Initial post-buckling theory に基づく形状初期不整による弾性座屈強度低下率の推定法、さらにこれに Mises 型塑性修正を組み合わせた弾塑性座屈強度低下率の推定法の適用性を調べた。得られた主な結果を以下に述べる。

- (1) 真球タンクでは、部分積みの液位を増していくと、弾性座屈強度が極小となる液位が存在する。これに対し、非真球タンクでは、扁平度が $a/b=1.5$ のように大きい場合、座屈強度が極小となる液位は存在せず、液位を増すほど弾性座屈強度は単調に低下する。また、本研究で対象とする、側面部の座屈崩壊ではなく、タンク底部から引張による塑性化を生じる。これは、タンク全体に膜応力が

有効に伝達されず、崩壊が局所的に生じることを示しており、実機設計において扁平度を大きいタンクを採用する場合は注意が必要である。

- (2) 等価トロイダルシェル概念を導入し、弾性座屈固有値および形状初期不整による弾性座屈強度低下率を算出し、FEM 解析結果と比較したところ、推定値は FEM 解析との良い相関を示し、かつ安全側の推定結果を与えた。
- (3) 上記(2)の弾性座屈強度低下率と Mises 型の塑性修正を組み合わせた、弾塑性座屈強度低下率の推定式を実機サイズタンクに適用した。その結果、直立状態、傾斜状態ともに、推定結果は FEM と良い相関を示した。
- (4) 最終強度到達時の板厚表裏面および板厚中心の相当応力をみるとタンク形状、傾斜角に関わらず概ね全断面降伏していることがわかった。初期不整量が小さい場合は、膜力支配で全断面降伏となるが、初期不整が大きい場合は初期の段階から曲げ影響が大きくなり全断面降伏に至る。したがって、最終的には全断面降伏に至ることから本論文で提案した推定式は概ね現象を捉えていることがわかった。

今後の課題として、初期不整が大きい場合について、より精度良くタンクの最終強度を推定するため、曲げ影響を考慮した推定法の確立していく。

謝 辞

本研究の一部は、国土交通省による委託調査業務「シェールガスの海上輸送体制確立に向けた新形式 LNG 運搬船の設計強度に係る評価手法の調査」の一環として行われたものであり、関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Sano, A. Izumi, N. Matsubara, N. Fujikubo, M., 2017, Estimation of the elastic buckling strength of a non-spherical tank in the partially filled condition, ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2017-61397
- 2) Sano, A. Fujikubo, M., 2020, Buckling Strength of a Non-Spherical Tank in the Partially Filled Condition -Estimation of the reduction factor due to initial shape imperfection-, Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.32, pp 117-128.
佐野敦司, 藤久保昌彦: 部分積み時の非真球タンクの座屈強度に関する研究—第 1 報: 形状初期不整による座屈強度低下率の推定法の開発—, 日本船舶海洋工学会論文集, 第 32 号, pp 117-128, 2020.
- 3) Koiter, W. T., 1969, The nonlinear buckling pressure of a complete spherical shell under uniform external pressure, I, II, III and IV, Proc. Kon. Ned. Ak. Wet., B 72, pp 40-123.
- 4) Hutchinson, J.W., 1967, Initial Post-Buckling Behavior of Toroidal Shell Segments, Int. Journal, Solids and Structures, Vol.3 (1967)
- 5) Abaqus 2017 Abaqus Analysis User's Guide.
- 6) Cho, S.R., Frieze P.A., 1988, Strength formulation for ring-stiffened cylinders under combined axial loading and radial pressure, Journal of Constructional Steel Research, 9 (1) (1988), pp. 3-34

付録 1 Koiter 理論とトロイダルシェルの Hutchinson 解

Hutchinson⁴⁾は, Koiter の Initial post-buckling theory⁵⁾に基づいて, トロイダルシェルにおける初期形状不整による弾性座屈荷重低下率の理論式を導出した。Koiter 理論では, 弾性座屈後の初期段階 (initial post-buckling stage) における座屈変形を摂動解で近似し, 幾何学的非線形影響を考慮して後座屈挙動を定式化する。形状初期不整には座屈モードを仮定する。付録 2 に示す理論および手順により摂動解を導き, その 3 次項までとると, 座屈後の平衡方程式が次式の形で与えられる。

$$\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_c}\right)\xi + b\xi^3 = \frac{\lambda}{\lambda_c}\bar{\xi} \quad (\text{A-1})$$

ここで, λ は荷重パラメータ, λ_c は弾性座屈固有値, ξ は座屈変形量パラメータ, $\bar{\xi}$ は板厚に対する形状初期不整の大きさの比 δ/t を表すパラメータとなる。形状初期不整量パラメータである。係数 b は b ファクタとよばれ, Fig. A1 に示すように, b ファクタが正のとき, 座屈後に耐荷力は上昇し, 負のとき耐荷力は低下する。

Fig. A1 Load-deflection behavior of cubic structure

式(A-1)を ξ について微分することにより, b ファクタが負の場合における λ の極大値 λ^* が, 次式のように求められる。

$$\left(1 - \frac{\lambda^*}{\lambda_c}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\sqrt{-b}|\bar{\xi}|\frac{\lambda^*}{\lambda_c} \quad (\text{A-2})$$

b ファクタが負側で大きいほど, 形状初期不整 $\bar{\xi}$ による λ^* の低下は大となる。すなわち, 次式の弾性座屈強度低下率 ρ が低下する。

$$\rho = \frac{\lambda^*}{\lambda_c} \quad (\text{A-3})$$