クレーン作業中の多目的作業船と吊荷の波浪中連成運動評価

－第2報 吊荷が着水した直後での波浪中連成運動解析－

正会員 大坪 和久*

正会員 長谷川 賢太*

Evaluation of Wave-induced Coupled Dynamics Between Multi-purpose Oshore Supply Vessel and Suspended Load During Crane Lifting Operation

－ Part 2 Analysis for Wave-induced Coupled Dynamics Right After Suspended Load Entry into the Water －

by Kazuhisa Otsubo, *Member*

Kenta Hasegawa, *Member*

Summary

As crane lifting operation in ocean is vital to construct offshore structures and install subsea facilities on the seafloor, evaluation of safety and availability for the crane lifting operation is needed before the construction. For these analyses, it's fundamental to predict wave-induced coupled dynamics between a vessel and a suspended load. The coupled dynamics makes the each mechanics more complex. In the case of using the multi purpose offshore supply vessel to the crane lifting operation, deep understanding about the mechanics is required because it offers various crane operations. In our previous paper, we proposed the numerical method to estimate the swirling of the suspended load in air and considered the impact of the suspended load's location on the coupled dynamics using the both numerical calculation and estimation method. To expand our knowledge and numerical method for the crane operation, we investigated the coupled dynamics right after the suspended load entry into the sea surface. In such the situation, it's possible that the hydrodynamics on the suspended load change the coupled dynamics and produce unexpected risk for the crane lifting operation. In this paper both experiments and numerical simulation we conducted are shown to consider the coupled dynamics between the vessel and the suspended load. Furthermore we indicated the results of sensitivity analysis by numerical simulation to put the point of focus on the natural period of the vessel's roll motion. As results, we made clear the inversion of the natural period could be occurred depending on where the location of the suspended load is.

1. 緒言

構造物や施設を海底または海上に設置するためには、クレーン作業を必要とする場合がほとんどである。特に最近では構造物が複雑化及び大型化してきていることから、排水量の異なるクレーン船を2隻用いて同時に作業をしたり、構造物の柔軟性を考慮して多数の吊点を設けてクレーン作業を行うなど、求められる作業が非常に高度化している¹⁾²⁾³⁾。どのようなクレーン作業を行う場合においても作業時に発生する吊荷の振れ回り運動は、船上設備や作業員にとっては大きなリスクとなり、更に、吊荷との連成によって船体運動は大きな影響を受ける。よって、安全・稼働性評価の際には吊荷と船体の波浪中連成運動評価が重要となる。

前報⁴⁾においては、吊荷と多目的作業船（以降、作業船と略）の波浪中連成運動を明らかにするために水槽試験を行った。また、数値計算を実施して、実験結果と比較することで計算精度を検証した。その検証された数値計算を活用して規則波

及び不規則波中での作業船の波浪中運動を評価したところ、吊点次第では吊荷がたとえ軽量であっても、その連成運動は無視できないほど大きなものになり、特に作業船のロール固有周期よりも不規則波のピーク周期が長周期側にある際にそれが顕著になることが分かった。しかしながら、ここで行った検討はすべて吊荷が着水する前、つまり、吊荷が空中で懸下された状況での評価であった。吊荷が空中にある場合は周囲からの減衰力（空気抵抗）が小さいために振れ回り運動は大きくなり、それが船上設備や作業員にとって大きなリスクになることが検討した背景にあった。吊荷が着水した直後は、流体抵抗が作用するために振れ回り運動そのものは大幅に小さくなる。よって、その安全性評価の必要性が薄れるように思われがちであるが、吊荷には新たに浮力や流体力が作用するため、吊荷と作業船の連成運動は一層複雑になる。特に、吊荷に寄与する浮力の変化は、その大きさ次第では間接的に作業船のロール固有周期にも影響を与える可能性がある。作業船のロール固有周期はオペレーション評価において最も重要であり、稼働性を大きく支配する。従って、作業の安全性及び稼働性の両観点から、吊荷が着水した直後の吊荷と作業船の波浪中連成運動について

* 国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所
原稿受理 令和2年10月2日

も適切に評価する必要がある。

クレーン作業中の作業船に関する研究は、その対象のほとんどが大型クレーンバージに関するもので、吊荷が空中で懸下された状況での振れ回り運動を評価することを目的としたものである⁴⁾⁵⁾⁶⁾。吊荷が着水した状態での作業船との波浪中連成運動を扱った研究はほとんど行われていない。本研究で対象とする問題に比較的近いものを扱ったものとしては、野尻らによる研究⁷⁾がある。これは大型クレーンバージのオペレーション応用の可能性の一つとして、空中に吊り上げるには大きすぎる荷を水中に吊った状態で拘束(ラッシング)して曳航することを想定して行った研究である。水槽試験と数値計算によって動揺と吊索荷重を周波数解析により評価が行われているものの、数値計算法に関する具体的記述がないため、読者が実プロジェクトに応用することが出来ない。その他の類似研究として、2つの船舶を連結させた場合の船舶の動揺及び連結荷重の推定などを行った研究⁸⁾があるが、残念ながら、これらの成果を本研究に応用するには無理がある。一方、ここ最近、洋上クレーンオペレーションに対して、Multibody Dynamicsの考え方に基づき時間領域での数値計算で評価するトレンドがある。Jeongらの研究⁹⁾ではクレーンオペレーションの幅広い作業ステージに対して、時間領域計算にて評価が行われている。吊荷が水面に突入する際の衝撃力等の高度な評価も行われているものの、水槽実験との比較がないため、この計算手法が妥当なもので、本研究にも適用可能なものか判断することが出来ない。

そこで本論文では、吊荷が着水した直後における作業船と吊荷との波浪中連成運動に関して、水槽試験及び数値計算により検討を行った。最初に、半没した吊荷と作業船の波浪中連成運動を把握するための水槽試験を実施し、連成運動の変化について調査した。次に、その連成運動を数値計算により評価するため、Multibody Dynamicsの考え方を線形周波数解析に応用し、数値計算のための定式化を行った。また、数値計算の結果を実験結果と比較することにより、その妥当性を確認した。最後に、吊荷と作業船の連成が作業船のロール固有周期の変化に及ぼす影響に着目し、数値計算により、その影響について考察を行った。

本論文で使用する変数や記号については、その都度、説明を加えたが、複数回出てくるもの等については本論文の最後にまとめている。また、すべての結果はフルード則に基づき実機スケールで表記する。

2. 研究対象船等の諸元

本論文で対象とする作業船の基本諸元をTable 1、水槽試験で使用した模型をFig. 1(上)に示す。実機に対する模型スケールは1/30とした。クレーン作業を行う際には右舷船尾にある大型船上クレーンを使用する。本船のミッドシップ付近にムーンプールがあり、位置保持には自動位置保持(DPS)を使用するため、船首には2基のトンネルスラスタ、船尾には2基のアジマススラスタを搭載している。

Table 2に本論文で対象とする吊荷に関する基本諸元、その

Fig. 1 Model ship and suspended load model.

模型をFig. 1(下)に示す。吊荷の空中重量は作業船の排水量の約4.0%、水中に着水した状態(釣合い状態)では約2.8%であった。後述する画像計測用のマーカー同士の距離を確保するために吊荷模型が少し大きくなってしまい、吊荷重量が作業船のSafety Working Loadを少し超える形で試験を実施することになった。本研究目的からこの点は支障はないと考えたが、その影響を把握するため、水槽試験を行う前に作業船の定常傾斜(ヒール)が流体力や運動に及ぼす影響を数値計算を使って検討した。検討結果は参考として付録A1に示す。吊長は後節のFig. 2において定義するが、クレーン先端部の吊点から吊荷重心までの距離と定義する。また、本論文では作業船の排水量に対する吊荷重量の比を質量比(μ)と定義することにする。

3. 座標系

本論文では、鉛直上向きを z 軸とする右手系グローバル座標系、作業船の船体中央の水線面位置に原点 o_V 、船首方向を x_V 軸、左舷方向を y_V 軸、鉛直上向きを z_V 軸の正方向とする右手系直交作業船(物体)座標系を定義した。なお、初期状態においてはグローバル座標系と作業船座標系は一致させた。吊荷に関しては、クレーン先端部から吊荷の重心までの距離(吊長)を L と定義し、吊荷の中央の水線面位置に原点 o_S 、船首方向を x_S 軸、左舷方向を y_S 軸、鉛直上向きを z_S 軸の正方向とする右手系直交吊荷(物体)座標系を定義した。入射波の進行方向については、船尾から船首方向へ到来する波を追波(0 deg.)、右舷側から到来する波を横波(90 deg.)、船首から船尾方向へ到来する波を向波(180 deg.)として、反時計回りに入射角 $0 \sim 360$ deg.を定義した。Fig. 2に座標系を示す。

Table 1 Principal paramaters of multi-purpose offshore supply vessel.

Items	Symbols	Actual Ship	Model Ship
Length overall	L_{oa}	78.00 m	2.60 m
Length between perpendiculars	L_{pp}	75.20 m	2.51 m
Breadth	B	21.50 m	0.72 m
Depth	D	7.50 m	0.25 m
Draft	d	5.61 m	0.19 m
Displacement	W	6,129 t	227.00 kg
Height of center of gravity (C.G.) from keel	$\overline{KG}$	7.55 m	0.25 m
Transverse metacenter height	$\overline{GM}_T$	4.20 m	0.14 m
Longitudinal metacenter height	$\overline{GM}_L$	93.79 m	3.13 m
Radius of gyration about x axis	κ_{xx}	7.96 m	0.27 m
Radius of gyration about y axis	κ_{yy}, κ_{zz}	21.06 m	0.70 m
Safety Working Load	SWL	123 t	4.56 kg

Table 2 Principal dimensions of suspended load.

Items	Actual	Model
Length	12.00 m	0.40 m
Breadth	3.60 m	0.12 m
Depth	4.50 m	0.15 m
Height of C.G.	2.25 m	0.08 m
Weight in Air	261.90 t	9.70 kg
Weight in Water	176.04 t	6.52 kg
Sling length (L)	13.05 m	0.44 m
Sling point	(-17.76, -16.26, 13.39) m	(-0.59, -0.54, 0.45) m

Fig. 2 Coordinate systems.

4. 半没状態の吊荷と作業船の波浪中動揺試験

4.1 概要

半没した吊荷と作業船の波浪中連成運動を把握するため、国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所の深海水槽において波浪中動揺模型試験を実施した。深海水槽は直径 16 m × 深さ 5 m の円形水槽であり、円形水槽全周に計 128 機のフラップ型スネーク式の造波装置が設置されている。その造波装置を使って任意の方向から最大波高 0.5 m

の規則波、不規則波を作ることが可能である。設営環境は前報⁴⁾と概ね同じである。Fig. 3 は実験時の様子を撮影した写真である。作業船及び吊荷には画像計測用のカラーマーカーが 3 個ずつ装着されており、それぞれの運動はこのマーカーの座標を使って QUEST アルゴリズムにより求めた¹⁰⁾。吊荷の長手方向が作業船と同一方向になるようにアルミロッド（丸棒）と、その両端部にユニバーサルジョイントを用いることによって、クレーン模型と吊荷を接続した。作業船は造波により漂流しないように 4 本の係留ライン（バネ+ワイヤー）によって位置保持した。模型が係留された状態において、規則波、不規則波を発生させ、その時の船体及び吊荷の運動を計測した。波については水槽試験で使用する入射波を事前に容量式波高計を使って計測した。また、試験中も同波高計を使って模型船からの反射の影響が小さく、入射位相が同じとなる位置において計測した。規則波の結果についてはフーリエ解析によって振幅を求め、同解析を使って求めた入射波の振幅結果で除することで応答関数を求めた。不規則波について、運動と入射波のクロススペクトルを入射波のオートスペクトルで除することで複素応答関数を求め、その絶対値をとることで応答関数を求めた。スペクトル解析は Blackman-Tukey 法を採用し、三角形周波数フィルターを使って平滑化処理した。

なお、試験においては吊荷が無い状態で模型の重心や喫水等の調整を行い、吊荷を懸下することによって生じるヒールの調整は行わなかった。

4.2 実験結果

実験結果の中から半没状態にある吊荷が作業船の運動に与える影響に注目するため、作業船の応答関数（ロールとピッチ）の結果を Fig. 4 に示す。上は作業船単独（吊荷が無い状態）、下は作業船に半没状態の吊荷が懸下された状態の結果である。規則波（中抜マーク）と不規則波（線+中実マーク）中での結果を併記している。波高は 0.6 m（不規則波の場合は有義波高が 0.6 m、ピーク周期が 7.6 秒）とした。吊荷が無い場合の作業船の動揺固有周期は、自由動揺実験の結果から、ロールが約

Fig. 3 Setup of experiment in model basin.

8.96 秒、ピッチが 6.55 秒であったが、半没状態の吊荷がある場合のロールの固有周期は 8.05 秒となっており、短周期側への固有周期のシフトが確認された。吊荷の振り子としての運動については、単振り子（1 自由度モデル、1 次モード）としてモデル化すると固有周期は 7.34 秒（ $= 2\pi \sqrt{13.39/9.81}$ ）である¹¹⁾。ここで、13.39 は半没状態の吊荷の重心位置とクレー先端部の距離（吊長）である。参考までに、吊荷の頂部のユニバーサルジョイント部を回転軸とした回転運動モード（吊荷の慣性モーメントに起因する運動、2 次モード）の固有周期は、自由動揺計測の結果から、7.67 秒（ y_s 軸廻り）と 7.12 秒（ x_s 軸廻り）であった。なお、これらの吊荷の周期はいずれも流体力の影響を考慮しない空中特性である。一方、半没した吊荷に作用する付加質量及び浮力の影響を考えると、吊荷の振り子としての固有周期は約 36.00 秒であった。

通常、吊荷の振り子としての固有周期が作業船のロール固有周期よりも長い場合には、作業船の運動に追従出来ないために、見掛け上、吊荷は作業船のロールの復原力を増大させる方向に作用する。従って、作業船のロールの固有周期は短くなる方向にシフトする。今回、空中での吊荷の振り子としての固有周期は 7.34 秒と作業船のロールの固有周期 8.96 秒よりも十分短い、吊荷が着水することを境にして、付加質量及び浮力が

作用し、吊荷の振り子としての固有周期は作業船のロールの固有周期よりも長くなる、このような相対関係では、吊荷の振り子としての運動モードは作業船のロールに追従することが出来ないため、作業船の復原力を大きく増大させ、作業船のロールの固有周期が短周期側にシフトしたものと考えられる。このように、吊荷に作用する付加質量や浮力が作業船のロールの固有周期の変化に大きな影響を与えたものと推察される。

5. 数値計算

5.1 運動方程式

前節までに述べた半没した吊荷と作業船の波浪中連成運動の数値計算法について述べる。船舶や AUV を含めたビークルの 6 自由度運動は次のような運動方程式で一般的に表現される¹⁰⁾。本論文でもこの表現を使って話を進めることにする。

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} + G\boldsymbol{\eta} = \mathbf{F} + \mathbf{Q}, \quad \dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$ は速度、角速度ベクトル、 $\boldsymbol{\eta} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ は位置、姿勢ベクトルで、頭部のドット (★) は時間微分を意味する。

各係数行列は、 M : 慣性（質量）行列、 C : 遠心力及びコリオリ成分を表す行列、 D : 減衰行列、 G : 復原力行列、 F : 波強制力、 Q : 拘束力を表している。一般的に位置保持された浮体においては、運動そのものが小さいと仮定されるため遠心力及びコリオリ成分を表す行列は無視されることが多いので、本論文においても扱わないことにする。以降、(1) 式を作業船と半没状態にある吊荷についてそれぞれ適用することを考える。

5.1.1 作業船の場合

作業船の慣性行列 M と減衰行列 D については、次のような形に分解して表現する。

$$M = M_{RB} + M_A + M_M, \quad D(\mathbf{v}) = D_{WD} + D_D(\mathbf{v}) \quad (2)$$

ここで、 M_{RB} は慣性行列、 M_A は付加質量行列、 M_M は吊荷が存在することによる慣性行列修正項に相当するもので、

$$M_M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m\bar{l}_3 & -m\bar{l}_2 \\ 0 & m & 0 & -m\bar{l}_3 & 0 & m\bar{l}_1 \\ 0 & 0 & m & m\bar{l}_2 & -m\bar{l}_1 & 0 \\ 0 & -m\bar{l}_3 & m\bar{l}_2 & m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2) & -m\bar{l}_1\bar{l}_2 & -m\bar{l}_1\bar{l}_3 \\ m\bar{l}_3 & 0 & -m\bar{l}_1 & -m\bar{l}_1\bar{l}_2 & m(\bar{l}_1^2 + \bar{l}_3^2) & -m\bar{l}_2\bar{l}_3 \\ -m\bar{l}_2 & m\bar{l}_1 & 0 & -m\bar{l}_1\bar{l}_3 & -m\bar{l}_2\bar{l}_3 & m(\bar{l}_1^2 + \bar{l}_2^2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

と表現する。 m は吊荷の水中重量、 $\bar{l}_1 \sim \bar{l}_3$ は吊点位置（作業船座標）を表す。 D_{WD} は造波減衰行列、 $D_D(\mathbf{v})$ は減衰行列である。造波減衰行列の計算については後述する吊荷の造波減衰行列も同じ考え方であるので、付加質量 M_A 、波強制力 F と共に 5.3 節において別途説明する。 $D_D(\mathbf{v})$ は造波減衰力以外の減衰力を表す項であるが、本論文では自由動揺試験の結果を参考にした。

Fig. 4 Experimental results of motion RAOs for vessel.

(1) 式中の $J(\eta)$ は次のように表現される.

$$J(\eta^*) = \begin{bmatrix} R_{bc}^{g_c}(\theta^*) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_{\theta}(\theta^*) \end{bmatrix} \quad (4)$$

なお、式内に含まれる行列は、

$$R_{bc}^{g_c}(\theta^*) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\theta + c\psi c\theta s\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\theta + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\theta + s\psi c\theta s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_{\theta}(\theta^*) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

として表される. なお、 $\theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ は姿勢ベクトルである. また、 $c := \cos$, $s := \sin$ の略記号を式中では使用している. $R_{bc}^{g_c}(\theta)$ は回転行列であり座標変換する際にも使用する. 右下添字は変換前の座標系, 右上添字は変換後の座標系を表している. つまり、この場合は物体座標系 (b_c) からグローバル座標系 (g_c) への変換を意味している. なお、以降では、回転行列を表現する際は (θ) の部分は紙面の都合で省略する.

作業船の復原力行列 G は次のような形で表現される.

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_z & 0 & x_g Z_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_g Z_z & 0 & x_g^2 Z_z + M_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

但し、

$$Z_z = \rho g_{grav} A_{wpv}, \quad K_\phi = \rho g_{grav} \nabla_v \overline{GM}_T, \quad M_\theta = \rho g_{grav} \nabla_v \overline{GM}_L \quad (8)$$

である. ここで、 x_g は作業船座標系における重心位置 x_v , ρ は流体密度, g_{grav} は重力加速度, ∇_v は作業船の排水容積, A_{wpv} は作業船の水線面積である. これは通常的位置保持された浮体の解析においてよく用いられる表現である. ただ、吊荷が着水した状態では吊荷に浮力が作用するため、作業船の復原力に対しても間接的に影響を与える. 浮体が小傾斜した場合の横メタセンタ半径 $\overline{BM}$ は文献¹²⁾によれば次のように表される.

$$\overline{BM} = \frac{\hat{v} \times \overline{gg'}}{\nabla_v \cdot \tan \phi} \quad (9)$$

式中の記号は Fig. 5 に対応し、 $\hat{v}$ は露出部 'WOW' と没水部 'LOL' の容積である. 前者の重心を g , 後者を g' としている. なお、これは吊荷が存在しない作業船の場合である. 文献¹²⁾では遊動水効果の延長として、吊荷の振り子としての影響を横メタセンタ高さ $\overline{GM}_T$ の減少として表現する方法について述べられているが、これは吊荷が半没した状態には適用できない.

容積移動モーメント $\hat{v} \times \overline{gg'}$ は次のように求められる. I は作業船の水線面の断面二次モーメントである.

$$\hat{v} \times \overline{gg'} = I \cdot \tan \phi \quad (10)$$

ここで吊荷の影響を考慮すると、吊荷の没水部の容積は浮体のそれと比べると相対的に小さいものの、重心 g' を新たな重心 g'' に移動させる効果がある。そこで吊荷の効果による没水部の重心移動を次のように考える。

$$\hat{v} \times \overline{gg''} = I \cdot \tan \phi + A_{wp_s} h^2 \cdot \tan \phi = (I + A_{wp_s} h^2) \tan \phi \quad (11)$$

式中の A_{wp_s} は吊荷の水線面積を意味し、右辺第二項が吊荷の存在によって生じた容積移動モーメントで、容積 $A_{wp_s} \cdot \tan \phi$ にセンターラインに対する吊点距離 h の2乗を乗じたものになっており、見掛け上は平行軸の定理で求められる断面二次モーメントの修正 ($I' = I + A_{wp_s} h^2$) と結果的に同じ形になる。

ここで、(11) 式を (9) 式に代入すると

$$\overline{BM} = \frac{I}{\nabla_v} + \frac{A_{wp_s} h^2}{\nabla_v} \quad (12)$$

となる。但し、吊荷と浮体の重量は一定としている。右辺第一項が作業船本来の横メタセンタ半径 $\overline{BM}$ を意味する。よって、横メタセンタ高さ $\overline{GM}_T$ は

$$\overline{GM}_T = \overline{KM}_T - \overline{KG} = (\overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG}) + \frac{A_{wp_s} h^2}{\nabla_v} \quad (13)$$

となる。(13) 式の右辺の括弧が吊荷が無い場合の作業船本来の $\overline{GM}_T$ に相当し、残りの $A_{wp_s} h^2 / \nabla_v$ が吊荷の存在による横メタセンタ高さの修正項を意味する。この式から、吊荷の水線面積が小さくても吊点のセンターラインからの距離が長くなれば $\overline{GM}_T$ に与える影響が大きくなることが分かる。

Fig. 5 Configuration for static stability.

5.1.2 吊荷の場合

吊荷に関する運動方程式の各係数行列について考える。付加質量及び減衰行列については、作業船と同様に (2) 式として表される。但し、慣性行列修正項 M_M を考慮することは不要である。 $D_D(\mathbf{v})$ の粘性減衰力については、Morison 式を等価線形化 (C_D (抗力係数)=1.5) した形で D_D に組み込む¹¹⁾。

一方、復原力行列 G は注意が必要である。吊荷の復原力は排水量 (浮力) と重量が等しい関係にならないので、(7) 式と同様の復原力行列では表現が出来ない。このような場合には、浮力と重力の合力として復原力を表現することになるが、その

導出過程は付録 A2 に示す。最終的に復原力 $g(\boldsymbol{\eta})$ は次のように表すことが出来る。

$$g(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (\tilde{W} - \tilde{B})s\theta \\ -(\tilde{W} - \tilde{B})c\theta s\phi \\ -(\tilde{W} - \tilde{B})c\theta c\phi \\ -(y_g \tilde{W} - y_b \tilde{B})c\theta c\phi + (z_g \tilde{W} - z_b \tilde{B})c\theta s\phi \\ (z_g \tilde{W} - z_b \tilde{B})s\theta + (x_g \tilde{W} - x_b \tilde{B})c\theta c\phi \\ -(x_g \tilde{W} - x_b \tilde{B})c\theta s\phi - (y_g \tilde{W} - y_b \tilde{B})s\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで、 $\tilde{B}$ は浮力、 $\tilde{W}$ は重力、 x_g, y_g, z_g は重心、 x_b, y_b, z_b は浮心位置 (吊荷座標系) を表す。(14) 式は θ, ϕ, z の関数であるので線形化すると、復原力行列 G は

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & (\tilde{W} - \tilde{B}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\tilde{W} - \tilde{B}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_b Z_z & z_g \tilde{W} - z_b \tilde{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_b Z_z & 0 & z_g \tilde{W} - z_b \tilde{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(x_g \tilde{W} - x_b \tilde{B}) & -(y_g \tilde{W} - y_b \tilde{B}) & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

という形で表現することが出来る。但し、 $Z_z = \rho g_{grav} A_{wp_s}$ 、 $\tilde{B} = Z_z d_s$ である。

5.2 拘束条件

吊荷と作業船の間には拘束力が作用する。その拘束力を考慮するために作業船と吊荷との運動間で満たすべき拘束条件について考える。グローバル座標系での作業船重心位置ベクトルを $\mathbf{r}_v^g$ 、作業船座標系でのクレーン先端位置ベクトルを $\mathbf{r}_{vc}^v$ とすると、グローバル座標系でのクレーン先端位置ベクトル $\mathbf{r}_{vc}^g$ は次のように表現される。なお、変数の右上添字はその変数を定義する座標系を意味する。

$$\mathbf{r}_{vc}^g = \mathbf{r}_v^g + \mathbf{R}_v^g \mathbf{r}_{vc}^v \quad (16)$$

同様に、グローバル座標系での吊荷の重心位置を $\mathbf{r}_s^g$ 、吊荷座標系での吊点位置を $\mathbf{r}_{sc}^s$ とすると、グローバル座標系での吊点位置 $\mathbf{r}_{sc}^g$ は次のように表現される。

$$\mathbf{r}_{sc}^g = \mathbf{r}_s^g + \mathbf{R}_s^g \mathbf{r}_{sc}^s \quad (17)$$

今、吊索の長さを L とし伸びを考慮しないものとする。吊荷と作業船の運動は次のような拘束条件 (幾何学的条件) Π を常に満足する必要がある。

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \{ (\mathbf{r}_{vc}^g - \mathbf{r}_{sc}^g)^T (\mathbf{r}_{vc}^g - \mathbf{r}_{sc}^g) - L^2 \} \\ &= \frac{1}{2} \{ (\mathbf{r}_{vc}^g)^T \mathbf{r}_{vc}^g - 2(\mathbf{r}_{vc}^g)^T \mathbf{r}_{sc}^g + (\mathbf{r}_{sc}^g)^T \mathbf{r}_{sc}^g - L^2 \} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

さらに (18) 式を時間微分したもの (速度拘束を意味する) も満足される必要があるので、 $\Gamma = \dot{\Pi}$ とすると

$$\begin{aligned} \Gamma &= (\mathbf{v}_{vc}^g)^T \mathbf{r}_{vc}^g - (\mathbf{v}_{vc}^g)^T \mathbf{r}_{sc}^g - (\mathbf{v}_{sc}^g)^T \mathbf{r}_{vc}^g + (\mathbf{v}_{sc}^g)^T \mathbf{r}_{sc}^g \\ &= (\mathbf{v}_{vc}^g)^T (\mathbf{r}_{vc}^g - \mathbf{r}_{sc}^g) - (\mathbf{v}_{sc}^g)^T (\mathbf{r}_{vc}^g - \mathbf{r}_{sc}^g) \end{aligned} \quad (19)$$

となる。

(16) 及び (17) 式を時間微分すると、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{vc}^g (= \mathbf{v}_{vc}^g) &= \mathbf{v}_v^g + \mathbf{R}_v^g \dot{\mathbf{r}}_{vc}^v = \mathbf{v}_v^g + \mathbf{R}_v^g S(\boldsymbol{\omega}^v) \mathbf{r}_{vc}^v \\ \dot{\mathbf{r}}_{sc}^g (= \mathbf{v}_{sc}^g) &= \mathbf{v}_s^g + \mathbf{R}_s^g \dot{\mathbf{r}}_{sc}^s = \mathbf{v}_s^g + \mathbf{R}_s^g S(\boldsymbol{\omega}^s) \mathbf{r}_{sc}^s \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

となる．式中の $S(\omega^v)$ は行列演算のための外積オペレータで次のような歪対称行列として定義される． $S(\omega^s)$ も同様で， ω は角速度ベクトルである．

$$S(\omega^v) = \begin{bmatrix} 0 & -r^v & q^v \\ r^v & 0 & -p^v \\ -q^v & p^v & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{where } \omega^v = \begin{bmatrix} p^v \\ q^v \\ r^v \end{bmatrix} \quad (21)$$

また，回転行列 R の時間微分 $\dot{R}_v^g = R_v^g S(\omega^v)$ という関係を式中の展開において使用している¹⁰⁾．外積オペレータ S は

$$S(\omega^v)r_{vc}^v = -S(r_{vc}^v)\omega^v \quad (22)$$

の関係を有するので，(20) 式はさらに次のように変形することが出来る．

$$v_{vc}^g = v_v^g - R_v^g S(r_{vc}^v)\omega^v, \quad v_{sc}^g = v_s^g - R_s^g S(r_{sc}^s)\omega^s \quad (23)$$

(23) 式を (19) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \Gamma &= (v_v^g - R_v^g S(r_{vc}^v)\omega^v)^T (r_{vc}^g - r_{sc}^g) - (v_s^g - R_s^g S(r_{sc}^s)\omega^s)^T (r_{vc}^g - r_{sc}^g) \\ &= \left\{ (v_v^g)^T - (\omega^v)^T S(r_{vc}^v)^T (R_v^g)^T \right\} (r_{vc}^g - r_{sc}^g) \\ &\quad - \left\{ (v_s^g)^T - (\omega^s)^T S(r_{sc}^s)^T (R_s^g)^T \right\} (r_{vc}^g - r_{sc}^g) \end{aligned} \quad (24)$$

外積オペレータ S の転置は歪対称行列という性質から $S^T = -S$ という関係を有し，回転行列の転置は $(R_v^g)^T = R_v^v$ と演算上は右上と右下の添字を単純に入れ替えれば良いので，(24) 式は

$$\Gamma = \left\{ (v_v^g)^T + (\omega^v)^T S(r_{vc}^v) R_v^g \right\} (r_{vc}^g - r_{sc}^g) - \left\{ (v_s^g)^T + (\omega^s)^T S(r_{sc}^s) R_s^g \right\} (r_{vc}^g - r_{sc}^g) \quad (25)$$

と変形出来る．さらに数値計算のためにはそれぞれの物体座標系で定式化しておく必要があるため，

$$\begin{cases} v_v^g = R_v^g v_v^v, & v_s^g = R_s^g v_s^s \\ r_{vc}^g = r_v^g + R_v^g r_{vc}^v, & r_{sc}^g = r_s^g + R_s^g r_{sc}^s \end{cases} \quad (26)$$

を (25) 式に代入して整理する．その結果，

$$\Gamma = \left[\begin{array}{cc} \Gamma_v^T & \Gamma_{\omega^v}^T \\ \Gamma_v & \Gamma_{\omega^v} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} v_v^v \\ \omega^v \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \Gamma_s^T & \Gamma_{\omega^s}^T \\ \Gamma_s & \Gamma_{\omega^s} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} v_s^s \\ \omega^s \end{array} \right] = 0 \quad (27)$$

となる速度レベルでの拘束条件が表現される．ただし，

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{v_v^v} &= R_v^v r_v^g + r_{vc}^v - R_v^g r_s^g - R_v^g R_s^g r_{sc}^s \\ \Gamma_{v_s^s} &= -R_s^g r_v^g - R_s^g R_v^g r_{vc}^v + R_s^g r_s^g + r_{sc}^s \\ \Gamma_{\omega^v} &= S(r_{vc}^v) r_{vc}^v - S(r_{vc}^v) R_v^g r_s^g - S(r_{vc}^v) R_v^g R_s^g r_{sc}^s \\ \Gamma_{\omega^s} &= -S(r_{sc}^s) R_s^g r_v^g - S(r_{sc}^s) R_s^g R_v^g r_{vc}^v + S(r_{sc}^s) r_{sc}^s \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

である．

(27) 式をさらに時間微分すると，加速度レベルの拘束条件を求めることが出来る．

$$\dot{\Gamma} = \Gamma_v \dot{v}_v + \Gamma_s \dot{v}_s + \underbrace{\frac{d\Gamma_v}{dt} v_v + \frac{d\Gamma_s}{dt} v_s}_{= \dot{\Gamma}^R} = 0 \quad (29)$$

ここで，(29) 式中の各変数は次を意味する．

$$\dot{\Gamma}^R = \left[\begin{array}{cc} \dot{\Gamma}_{v_v^v}^T & \dot{\Gamma}_{\omega^v}^T \\ \dot{\Gamma}_{v_v^v} & \dot{\Gamma}_{\omega^v} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} v_v^v \\ \omega^v \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \dot{\Gamma}_{v_s^s}^T & \dot{\Gamma}_{\omega^s}^T \\ \dot{\Gamma}_{v_s^s} & \dot{\Gamma}_{\omega^s} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} v_s^s \\ \omega^s \end{array} \right] \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Gamma}_{v_v^v} &= R_v^v S(\omega^v)(r_s^g - r_v^g) + v^v - R_v^g R_s^g v^s + R_v^g (S(\omega^v) R_s^g - R_s^g S(\omega^s)) r_{sc}^s \\ \dot{\Gamma}_{\omega^v} &= S(r_{vc}^v) R_v^g (S(\omega^v) r_s^g - R_s^g v^s) + S(r_{vc}^v) R_v^g (S(\omega^v) R_s^g - R_s^g S(\omega^s)) r_{sc}^s \\ \dot{\Gamma}_{v_s^s} &= R_s^s S(\omega^s)(r_v^g - r_s^g) + v^s - R_s^g R_v^g v^v + R_s^g (S(\omega^s) R_v^g - R_v^g S(\omega^v)) r_{vc}^v \\ \dot{\Gamma}_{\omega^s} &= S(r_{sc}^s) R_s^g (S(\omega^s) r_v^g - R_v^g v^v) + S(r_{sc}^s) R_s^g (S(\omega^s) R_v^g - R_v^g S(\omega^v)) r_{vc}^v \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

5.3 拘束力

前節で述べた拘束条件に基づき，作業船と吊荷に作用する拘束力について考える．作業船と吊荷に対する (1) 式は次のように表現出来る．

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_v & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix}}_{M_{vs}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{v}_v \\ \dot{v}_s \end{bmatrix}}_{\dot{v}} + \underbrace{\begin{bmatrix} D_v(v_v)v_v + G_v \delta \eta_v - F_v \\ D_s(v_s)v_s + G_s \delta \eta_s - F_s \end{bmatrix}}_{-H} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_0 \quad (32)$$

右下添字は v は作業船， s は吊荷に関するものであることを意味する．遠心力及びコリオリ成分を表す行列 C は除外している．また，説明の便宜上，2 つの運動方程式を 1 つの行列式で表現して拘束力を式から除外した．つまり，この式は非拘束状態の運動方程式であることに注意する必要がある．

Jordan の原理を使えば，仮想速度 $\delta v = [\delta v_v, \delta v_s]^T$ を導入することによって，(32) 式は次の関係を満足する．

$$\delta v^T (M_{vs} \dot{v} - H) = 0 \quad (33)$$

一方，仮想速度は速度であるため，拘束状態であれば，(27) 式の関係式を満足する必要がある．

$$\Gamma_v \delta v_v + \Gamma_s \delta v_s = \left[\begin{array}{cc} \Gamma_v & \Gamma_s \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \delta v_v \\ \delta v_s \end{array} \right] = 0 \quad (34)$$

ここで，(34) 式は，未知変数 Λ (Lagrange 未定乗数) を左から両辺に掛けても成り立つので，

$$\Lambda \left[\begin{array}{cc} \Gamma_v & \Gamma_s \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \delta v_v \\ \delta v_s \end{array} \right] = 0 \quad (35)$$

が成り立つことになる．本式と (33) 式は共にゼロとなる恒等式であるので，両式の総和もゼロとなるはずである．よって，(35) 式を転置し，(33) 式との和を取ると

$$\delta v^T \left(M_{vs} \dot{v} - H + \left[\begin{array}{c} \Gamma_v^T \\ \Gamma_s^T \end{array} \right] \Lambda \right) = 0 \quad (36)$$

となる．つまり，(33) 式には現れなかった左辺第 3 項が拘束力を表現している．よって，作業船及び吊荷に作用する拘束力 Q_v, Q_s は次のように表される．

$$\left[\begin{array}{c} Q_v \\ Q_s \end{array} \right] = - \left[\begin{array}{c} \Gamma_v^T \\ \Gamma_s^T \end{array} \right] \Lambda \quad (37)$$

5.4 流体力及び波強制力

吊荷と作業船に作用する流体力及び波強制力について考える．吊荷は作業船に非常に近接した状態で配置されるために相互干渉影響を考慮する必要がある．本来は粘性流体力も含めた評価が必要であると思われるが，ここでは簡単化のために線形流体力のみに注目して，速度ポテンシャルを使った流体力解析

を行う。速度ポテンシャル $\phi_j (j = 1, 2, \dots, 6, D)$ と自由表面グリーン関数 $G(P; Q)$ (Q : 積分点, P : 評価点) に対してグリーンの定理を適用すると次の境界積分方程式が導かれる¹⁴⁾。

$$\frac{1}{2}\phi_j(P) + \iint_{S_H} \phi_j(Q) \frac{\partial G(P; Q)}{\partial n} dS(Q) = \begin{cases} \iint_{S_H} n_j(Q) G(P; Q) dS(Q) & (j = 1, 2, \dots, 6) \\ \phi_0(P) & (j = D) \end{cases} \quad (38)$$

式中の j は運動モードを表し, ϕ_D は diffraction ポテンシャルを意味する。また, n_j は法線ベクトルを意味する。(38) 式を離散化して導出される連立方程式を数値的に解くことで速度ポテンシャルを求めることになる。しかし, ここでは相互干渉影響を考えるために, 吊荷と作業船に関する速度ポテンシャルに対する境界積分方程式を同時に解く必要がある。作業船や吊荷に作用する流体力は, それぞれの没水表面 S_H 上で diffraction ポテンシャル ϕ_0 を積分して得られる波強制力, radiation ポテンシャル $\phi_j (j = 1, 2, \dots, 6)$ を積分して得られる付加質量と造波減衰係数を解析した。Fig. 6 に本解析に用いた計算格子を示す。作業船のメッシュ数は 2,786 (ノード数: 2,285), 吊荷は 2,796 (ノード数: 2,875) でありコンスタント要素 (パネル) を使用した¹⁵⁾。

Fig. 6 Calculation mesh for BEM.

上記手法を用いて吊荷と作業船の相互干渉影響を考慮した流体力の計算を行った。周期は 4–30 秒 (20 秒まで 0.5 秒, 20 秒から 1.0 秒刻み) とし, 波向きは 10 deg. 刻みとした。吊荷は喫水を 2.00, 2.10, 2.50 m の 3 種類とし, 方位を 0 deg. (作業船と平行になる向き) と固定した。吊荷は横吊りの場合, 作業船座標の x_v 方向に 8 点 ($x_v = 5, 0, -5, -15, \dots, -55$ m) と y_v 方向に 8 点 ($y_v = \pm 15, \pm 18, \pm 23, \pm 28$ m) の計 64 カ所に配置し, 縦吊りの場合は x_v 方向に 2 点 ($x_v = -45, -55$ m) と y_v 方向に 5 点 ($y_v = 0, \pm 5, \pm 10$ m) の計 10 カ所に配置した。なお, 後節で実施する吊荷と作業船の波浪中連成運動に関する数値計算においては, ここで計算した流体力データを必要に応じて線形補間する形で使用している。

本論文の主眼は, この解析により得られた流体力を使って吊荷と作業船の連成運動評価をすることにあるが, 流体力の干渉影響の特徴を正しく理解しておくことは非常に有益である。そこで, ここでは幾つかの流体力解析の結果について考察を加える。Fig. 7 に流体力の相互干渉影響が生じる可能性があるロール (作業船) とスウェイ (吊荷), ヒープ (吊荷) の付加

質量及び造波減衰係数, 波強制力に関する計算結果を示す。図の上段は作業船についての結果であり, 縦軸は吊荷との連成解析の結果と作業船単体の結果との比を示している。一方, 中段と下段はそれぞれ吊荷に関するスウェイとヒープの結果で, 作業船と同様, 吊荷単体の結果に対する比を示している。横軸は吊荷の y_v 座標を指し, 吊荷が $x_v = 0.0, -25.0, -45.0$ m の位置にある場合の計算結果を併記している。また, ○印と△印はそれぞれ周期 7.0 秒と 12.0 秒の結果を示し, 波強制力に関する Fig. 7(c) の計算は水槽試験において行った波向き 240 deg. の結果である。

吊荷が作業船へ与える影響 (Fig. 7 の上段) について見ると, 両方で排水量が大きく異なるため非常に軽微なものであるが, 吊荷が船尾ではなく舷側にあった方が若干影響が大きく出ている。一方で, 吊荷の流体力に与える作業船の干渉影響 (Fig. 7 の中段と下段) は, 吊荷位置によって顕著な差が現れている。付加質量及び造波減衰係数について考えると, 干渉影響は作業船からの反射波に起因するものであり, ミッドシップ付近で干渉影響が大きく現れ, 船尾側で小さくなっているのは次で説明するように, ミッドシップと船尾付近の船体形状の違いによるものと考えられる。本研究で対象とした作業船は S.S.4 付近から船尾にかけて大きく斜めにカットされた形状 (バトックフロー船型) となっているため, 吊荷の動揺に伴い運動する水粒子と船体との衝突角が小さくなることで作業船からの反射影響が相対的に小さくなる。よって, 吊荷が船尾方向へ移動することで干渉影響が小さくなると考えられる。吊荷に作用する波強制力の干渉影響について見ると, 作業船の左舷側から波が入射してきているため波上側で作業船の反射波との合成により波高が大きくなる (Fig. A2) $y_v > 0$ の範囲でヒープの波強制力が大きくなり, 波下側では作業船の遮蔽効果により吊荷に作用する波強制力が顕著に低下している。スウェイの波強制力 (Fig. 7 の中段) に注目すると, $y_v > 0$ でヒープの波強制力 (Fig. 7 の下段) の傾向と大きく異なっていることが分かる。作業船に近く波高が大きい場所では入射波と反射波の鉛直成分の波粒子速度が同位相で水平成分の波粒子速度が逆位相になるため, ヒープの波強制力が大きく, 一方でスウェイの波強制力が小さくなる。 $y_v = 30.0$ m 付近では波高分布が谷 (Fig. A2) になっており, 先ほどとは逆に, 波粒子速度の水平成分が同位相となるので, スウェイの波強制力が大きくなっていると考えられる。また, 全体的に波周期 7.0 秒の方が干渉影響が強く出ている。これは周期が短いほど波は透過性が小さくなるため, 波下側では吊荷に働く波強制力が相対的に小さくなる方向で干渉影響が大きくなり, 波上側では透過しない分の波が反射波となって現れるため, 波強制力が大きくなる方向で干渉影響が大きくなったものと考えられる。

5.5 線形周波数解析のための定式化

前節までに述べた運動方程式, 拘束条件と拘束力, 流体力と波強制力を使用し, 数値計算を行うための定式化について述べる。作業船と吊荷の運動方程式は, それぞれ (1) 式として表

1) Vessel: Roll

2) Suspended load: Sway

3) Suspended load: Heave

Fig. 7 Impact of suspended load's location on ratio of radiation and diffraction forces.

現されるが、ここでは次のように行列式で表現する。

$$\begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & 0 \\ 0 & M_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_i \\ \dot{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -J_{6 \times 6}(\eta_i) \\ G_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_i + Q_i \end{bmatrix} \quad (39)$$

$i = v$ の場合は作業船、 s は吊荷を意味する。 $I_{6 \times 6}$ は 6 行 6 列の単位行列である。(39) 式が線形システムであるとする、フーリエ変換することによって次のような方程式に変換することが出来る。

$$\begin{bmatrix} (j\omega)I_{6 \times 6} & -J_{6 \times 6}(\eta_i) \\ G_i & (j\omega)M_i + D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta}_i \\ \hat{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{F}_i + \hat{Q}_i \end{bmatrix} \quad (40)$$

式中の j は虚数、 ω は周波数、変数の頭部にある $\hat{\star}$ は応答関数を表す周波数毎の複素変数を意味する。

右辺の拘束力は (37) 式で表現することが出来るが、このままでは変数間の拘束関係を表す式が含まれていない。そこで本

論文では、(29) 式の加速度に関する拘束条件を運動方程式に随伴させることによって変数同士の拘束関係を考慮する。運動方程式に加速度レベルの拘束条件を随伴させて解く手法は、Multibody Dynamics の分野でも行われている¹³⁾。(29) 式中の Γ^R は変数同士の乗積項（高次項）であるので、ここでは微小運動という仮定から $\Gamma^R \approx 0$ と近似し、 $\Gamma_v(\eta)$ と $\Gamma_\Omega(\eta)$ を別途、定数値として求める。結果として、拘束条件は次のような形で周波数空間で表現される。

$$(j\omega) \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_{v_v}^T & \Gamma_{\omega_s}^T \end{bmatrix}}_{\bar{\Gamma}_v(\eta)} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_v \\ \hat{\omega}_s \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{v}}_v} + (j\omega) \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_{v_s}^T & \Gamma_{\omega_s}^T \end{bmatrix}}_{\bar{\Gamma}_s(\eta)} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_s \\ \hat{\omega}_s \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{v}}_s} = 0 \quad (41)$$

これを (37) 式と (40) 式と連立させると次のような拡大された連立方程式が求められる。本論文ではこれを拡大方程式と呼ぶ。 A , b は定数行列であるので、この拡大方程式を $X = A^{-1}b$

Fig. 8 Comparison of motion RAOs between experimental results and calculation ($d_s = 2.00, 2.10, 2.50$ m).

の形で周波数毎に解けば応答関数を求めることが出来る。なお、式中の $\bar{\Gamma}_v(\eta)$, $\bar{\Gamma}_s(\eta)$ は (41) 式の中で定義した行列である。

$$\begin{bmatrix} (j\omega)I_{6 \times 6} & -J_{6 \times 6}(\eta_v) & 0 & 0 & 0 \\ G_v & (j\omega)M_v + D_v & 0 & 0 & \bar{\Gamma}_v^T(\eta) \\ 0 & 0 & (j\omega)I_{6 \times 6} & -J_{6 \times 6}(\eta_s) & 0 \\ 0 & 0 & G_s & (j\omega)M_s + D_s & \bar{\Gamma}_s^T(\eta) \\ 0 & (j\omega)\bar{\Gamma}_v(\eta) & 0 & (j\omega)\bar{\Gamma}_s(\eta) & 0 \end{bmatrix} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\eta}_v & \hat{v}_v & \hat{\eta}_s & \hat{v}_s & \Lambda \end{bmatrix}}_{X^T} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \hat{F}_v & 0 & \hat{F}_s & 0 \end{bmatrix}}_{b^T} \quad (42)$$

行列 A は作業船、吊荷、拘束条件という役割を持つ小ブロック構造で構成されていることが分かる。従って、もし、拘束条件の数を増やす場合には未定乗数 Λ を増やすとともに、それに応じた $\bar{\Gamma}$ を別途計算して組み込めば良い。一般的に船舶海洋工学の分野では、浮体の波浪中動揺計算などで線形周波数解析を行う機会が多いので、各研究機関において周波数運動計算プログラムが整備されていることが多く、本計算手法であれば、計算プログラムにブロック行列を計算するためのサブルーチンを幾つか組み込み、その値を使って拡大方程式を構築して解くだけで、拘束力を加味した吊荷と作業船の波浪中連成運動計算を行うことが出来る。また、吊索の追加によって生じる拘束条件の追加も非常に容易であるため、様々な高度な洋上クレーン作業（マルチリフト、複数索吊りなど）の評価にも適用できる可能性を有している。

最後にこの定式化の問題点を 1 つ付記しておく。本手法は加速度レベルの拘束条件を線形近似したが、その結果、得られた周波数空間での拘束条件 (41) 式は速度レベルの拘束条件と代数的に同じものになる。従って、加速度が比較的小さい長周期域での運動は十分な精度の近似を与えると思われるが、短周期域では加速度が大きくなるために、加速度レベルの拘束条件が満足されない可能性が十分にある。解析対象次第では短周期域で大きな計算誤差を生み出す可能性があるため、評価において注意を払う必要がある。この点については次節の計算結果の所でも考察する。

5.6 計算結果

前節において示した数値計算手法の計算精度を確認するため、4.2 節において述べた実験結果との比較を試みた。Fig. 8 に作業船の横運動と半没した吊荷のヒープの運動 RAO の結果を示す。5.1 節において述べたが、吊荷の復原力行列 (15) 式の中には浮心及び浮力を表す係数項が存在する。通常の線形周波数解析ではそれを定数値として与えるのが一般的であるが、吊荷の場合には強制的に上下運動させられるため、その係数項が解析結果に過敏に影響を与える可能性がある。そこで、Fig. 8 には、(15) 式において吊荷喫水 d_s を 2.00, 2.10, 2.50 m とし計算した結果を並べて示した。中実マーク+線の組み合わせが計算、中抜マークが実験結果である。なお、実験結果に関しては Fig. 4 に示した結果の中から不規則波に対する結果のみを比較として示した。

作業船の運動 RAO に関してはどの吊荷喫水においても、計算は実験結果を実用レベルの上では妥当に推定している。水槽試験ではロールのピーク周期が短周期側へシフトしていたが、計算結果においてもそれを適切に再現している。吊荷喫水の違いが及ぼす影響については、この結果を見る限りでは無いように思われる。吊荷についても喫水の違いの影響はあまり見受けられないものの、ピークが幾分、過小評価する傾向が確認される。作業船の運動が計算と実験で傾向が概ね一致すれば、吊索の伸びを無視すれば本来、吊荷のヒープも一致するはずである。吊荷のヒープのピークと作業船のロールのピークの周期は概ね同じであることから、この 2 つが計算においても連動していることが考えられるが、作業船のロールのピーク付近を再度、詳細に観察すると、実用的には十分な計算精度であると判断していたものの、若干、過小評価しているようにも見受けられる。つまり、拘束力が高周波数域において過小されていることを意味する。幾つかの原因があると思われるが、一つの理由としては拘束条件の定式化に問題があった可能性がある。本論文では、加速度レベルの拘束条件を組み込む際、高次の項を $\dot{\Gamma}^R \approx 0$ として近似した。これは低周波数域では拘束条件の実用上十分な近似を与えるが、加速度の比較的大きな高周波数領域では近似精度が低下し、その結果として、作業船のロールと吊荷のヒープの運動を過小評価してしまった可能性が考えられる。本数値計算における $\dot{\Gamma}^R$ の適切な定式化については今後も引き続き検討する必要がある。

6. 考察

4 節において述べたように、半没した吊荷を懸下した作業船のロール固有周期が作業船本来の固有周期よりも短周期側にシフトする場合があることが分かった。ロール固有周期は様々なオペレーションの判断材料になる。また、作業船は様々な吊式（吊点）によるクレーン作業が行われることがある⁴⁾。そこで吊点が作業船のロール固有周期に与える影響を明らかにするために数値計算により検討した。Fig. 9 には本検討で計算した吊点配置を示す。その時の波向 240 deg. の場合におけるロールの固有周期の結果をまとめたものを Fig. 10 に示す。結果をまとめる際、計算した周波数域内で応答関数がピークとなる周期を固有周期とした。 $x_v = -17.8$ m を基準（水槽試験 (E 点) と同じ）として、 $x_v = 0.0$ m はミッドシップ、 $x_v = -40.0$ m は船尾付近に吊点がある場合を比較している。 $\overline{A_p A_p'}$ から $\overline{C_s C_s'}$ までの吊点は横吊り、 $\overline{D_p D_s}$ は縦吊り（A-Frame からの吊式）と呼ばれるクレーン作業に対応する。変数中の右下添字の p は左舷（port side）、 s は右舷（starboard side）を意味する。縦軸は作業船本来の固有周期 T_0 （= 8.96 秒）に対する周期比 T/T_0 、横軸は船幅方向の吊点位置を意味し、作業船にもっとも近いところから徐々に吊点を離している。吊点次第では、流体力（波強制力）には作業船との相互干渉によって左右非対称性が存在するため、吊点が左舷側、右舷側にある場合についても比較している。図中には前報⁴⁾において示した方法に従い、吊荷が着水する直前（空中）での作業船のロール固有周期につい

でも参考として載せた。なお、評価を単純化するために吊荷喫水についてはすべて一定 ($d_s = 2.10$ m) として評価している。

空中での固有周期はすべて T/T_0 が 1 よりも大きく、吊点が作業船から離れるほど長周期側に大きくシフトする傾向が分かる。一方、吊荷が半没状態では T/T_0 が 1 よりも小さくなっている。つまり、これは短周期側にシフトすることを意味し、作業船から離れるほど短周期側に大きくシフトする傾向がある。空中にあった際には T_0 よりも長周期側に固有周期があったものが、吊荷が水没することによって T_0 よりも短周期側にシフトする。本論文ではこれを固有周期の反転と呼ぶ。吊荷が着水前には長周期側にあったものが着水後には短周期側にシフトするとなると、短時間の中で固有周期が大きく変化することを意味し、オペレーションの視点から考えると作業リスクを招く可能性がある。船首方向の吊点の位置影響についてみると、吊幅に対する固有周期変化の傾き（変化率）については同程度であるが、船尾付近の結果は全体的に長周期側にオフセットしたものになっている。この結果は、固有周期の反転は、吊荷の作業船に対する前後位置がミッドシップに近くなるほど大きくなることを意味する。

Fig. 9 Configuration of sling points for sensitivity analysis.

次に吊点高さの影響について示した結果を Fig. 11 に示す。なお、吊点の平面配置は E 点として高さ (z_{sling}) のみを変えている。少しバラつきはあるものの、全体として吊点が低くなるほど固有周期が短周期側にシフトする傾向が見受けられる。

以上は横吊りを想定した結果であったが、A-Frame からのクレーン作業、つまり縦吊りに対する検討結果を Fig. 12 に示す。吊点位置は Fig. 9 の $\overline{D_p D_s}$ である。この結果から、空中と半没状態の両者の結果が Fig. 10 と比べると近い値になっていることが分かる。また、半没の状態であっても幾つかの吊点においては T/T_0 が 1 よりも大きくなっている。つまり、これは固有周期の反転が生じないことを意味する。

上記の計算結果を踏まえ、どのような状況下において固有周期の反転が生じるのかを理解するため、簡単な数学モデルを使って考察する。固有周期比 T/T_0 は次のような数式を使って表すことが出来る。但し、これは吊荷の存在によるロールの慣性モーメントと横メタセンタ高さ $\overline{GM}_T$ の変化のみを考慮した

固有周期である。

$$\frac{T}{T_0} = \alpha \sqrt{1 + \frac{m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{44} + J'_{44}(T)}}, \text{ where } \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + A_{wp_s} \bar{l}_2^2 / (V \cdot \overline{GM}_T)}} \quad (43)$$

ここで、 α は吊荷の半没影響を表す修正係数である。右辺の平方根は前報⁴⁾において、

$$\sqrt{1 + \frac{m(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{I_{44} + A_{44}(T)}} < \sqrt{1 + \frac{\mu(\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{\kappa_{xx}^2}} \quad (44)$$

であることを示した。その関係を利用すると次のような固有周期に関する不等式を得ることが出来る。

$$dT = T - T_0 < \left(\sqrt{\frac{\beta + \mu \cdot V \cdot \overline{GM}_T (\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2)}{\beta + A_{wp_s} \bar{l}_2^2 \kappa_{xx}^2}} - 1 \right) T_0, \quad \beta = \kappa_{xx}^2 \cdot V \cdot \overline{GM}_T \quad (45)$$

吊荷が空中にある場合には、吊荷が無い場合に比べて固有周期が必ず長くなることが著者ら⁴⁾より (43) 式 ($\alpha = 1$) で示されているが、吊荷が半没状態になると、 β や $\overline{GM}_T$ 、 A_{wp_s} の変数が新たに含まれるようになるために、(45) 式の平方根の中は 1 以上であるとは限らない。従って、パラメータ間の関係次第では $dT < 0$ になること、つまり、固有周期が短くなることを示唆している。

平方根が 1 以下になる条件は分母と分子の関係から、

$$A_{wp_s} \kappa_{xx}^2 \bar{l}_2^2 > \mu \cdot V \cdot \overline{GM}_T (\bar{l}_2^2 + \bar{l}_3^2) \quad (46)$$

であるので、吊点位置に対する次のような関係式が導かれる。

$$\bar{l}_2^2 > \frac{\mu \cdot V \cdot \overline{GM}_T}{A_{wp_s} \kappa_{xx}^2 - \mu \cdot V \cdot \overline{GM}_T} \bar{l}_3^2 \quad (47)$$

Fig. 13 に (47) 式を満足する領域を示す。横軸は $\bar{l}_3^2$ 、縦軸は $\bar{l}_2^2$ である。明らかに $\bar{l}_2^2, \bar{l}_3^2 > 0$ であるので、これと不等式との共通解が斜線部になる。つまり、吊点が斜線部の位置にある場合には必ず固有周期の反転が起こる。この不等式の傾きが大きくなるとこのエリアは小さくなるため、固有周期が反転する吊点エリアが相対的に少なくなる。逆に、不等式の傾きが小さくなると、このエリアは第一象限全体をカバーするようになるために、ほとんどの吊点位置において固有周期が反転することになる。また、(47) 式の傾きは負になることも十分にあり得るが、その場合は第一象限全域が対象エリアになり、すべての場合に固有周期の反転が発生する。

(47) 式には質量比 (μ) がパラメータとして含まれることが分かる。そこで、Fig. 14 に μ と傾きの関係を示す。 μ が大きくなるほど、傾きは大きくなり、ちょうど $\mu = 0.10$ 付近で急激に増大している。これは不等式の傾きの特異点に相当し、 $\mu = A_{wp_s} \kappa_{xx}^2 / V \cdot \overline{GM}_T$ に対応する。この質量比付近では吊点の特性が大きく変化するので注意が必要である。

7. 結言

本論文では吊荷が着水した後の多目的作業船と吊荷の波浪中連成運動について検討した。

その結果、次のような結論を得た。

Fig. 10 Effects of suspended load's location on natural period of vessel's roll motion.

Fig. 11 Effects of sling height on natural period of vessel's roll motion.

- 半没した吊荷と作業船の波浪中連成運動を把握するために水槽試験を実施した結果、作業船のロール固有周期が短周期側にシフトする傾向が確認された。吊荷が空中にある場合には固有周期は長周期側にシフトするために真

Fig. 12 Effects of suspended load's location on natural period of vessel's roll motion in A-Frame.

逆の傾向となる。これは吊荷が着水することによって付加質量と浮力が新たに作用し、振り子としての固有周期が長周期側に変化し、作業船のロール固有周期との相対関係が大きく変化したことが原因と考えられる。吊荷が着水する前後で固有周期が反転することは、短い時間の

Fig. 13 Common solution area of inequality Eq. (47) and $\bar{l}_2^2 > 0, \bar{l}_3^2 > 0$.

Fig. 14 Relationship between slope of inequality and mass ratio.

中で固有周期が大きく変化することを意味する。クレーン作業者は吊荷が着水する前後では、吊荷のみならず、作業船の運動特性の変化にも注意を払う必要がある。

- 3次元境界要素法による計算を実施して吊荷と作業船の流体力に与える吊点の影響を調査した。吊荷が作業船の流体力に与える影響は軽微であるが、作業船が吊荷に与える影響は大きい。作業船がバトックフロー船型のような特殊形状を持つ場合には、吊点位置によって吊荷に作用する流体力が大きく変化する可能性がある。
- 半没した吊荷と作業船の連成運動に対する線形周波数解析を行うための定式化を行った。この定式化に基づく数値計算と実験結果とを比較したところ、作業船の運動に関しては概ね良い一致が得られたが、作業船のロールと吊荷のヒープを、周波数帯によっては少し過小評価することが分かった。これは拘束条件の定式化が一つの問題であると考え、この数値計算法を実プロジェクトに応

用する際にはその点に注意する必要がある。ただ、この数値計算法は吊索による拘束条件を連立方程式に追加するだけで、様々な吊式に対応する計算を行うことができるため、様々な洋上クレーン作業の評価への応用が期待できる。

- 作業船の固有周期に関する考察を行った結果、吊点位置及び質量比が固有周期の反転の発生に大きな影響を与えることが分かった。特に横吊りの場合には着水前後で固有周期が大きく変化する傾向が顕著である。また、特異点に相当する質量比近傍においては、固有周期の反転に関する空間特性が大きく変化する。オペレーションのリスクを低減するためにも、クレーン作業計画の段階で着水前後で固有周期がどれだけ変化する可能性があるのか、本論文にて示した数値計算法を使って正確に評価しておいた方が良いが、(45)式を使って概略を把握するだけでも有効である。

謝 辞

本論文中の水槽試験の実施においては、国立研究開発法人海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所 海洋開発系の石田圭、佐藤宏、荒木元輝、伊藤絵里佳の諸氏にご協力頂きました。改めて感謝申し上げます。

本研究の一部はJSPS 科研費 JP20H02378 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) Bae, J.H., Cha, J.H., Ha, S., Kim, K.O., Song, H.C., Shim, C.S., Lee, S.C. and Byun, K.S.: Integrated Simulation Framework for Offshore Installation Operations considering Various Ocean Environment, Proceedings of 28th International Ocean and Polar Engineering Conference, Sapporo, Japan, pp.1000-1003, 2018.
- 2) Winsen, I. and Dijk, R.: Quad lift: Enabling Lifting of Larger Integrated Topsides, Proceedings of 38th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Glasgow, Scotland, UK, OMAE2019-95375, 2019.
- 3) Harmsen, E., Dijk, R. and Stuberg, P.: DP-stability during Heavy Lift Operation using a Modified Kalman Filter, Proceedings of 37th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Madrid, Spain, OMAE2018-77901, 2018.
- 4) Otsubo, K., Ishida, K., Sato, H., Hasegawa, K. and Araki, M.: Evaluation of Wave-induced Coupled Dynamics between Multi-purpose Supply Vessel and Suspended Load during Crane Lifting Operation, Journal of Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.30, pp.187-200,

- 2019 (in Japanese).
大坪和久, 石田圭, 佐藤宏, 長谷川賢太, 荒木元輝: クレーン作業中の多目的作業船と吊荷の波浪中連成運動評価, 日本船舶海洋工学会論文集, 第 30 号, pp.187-200, 2019.
- 5) Nojiri, N., Mita, S. : On the Coupled Motion between a Crane Barge and Hook Load in Waves, Journal of West Japan Society of Naval Architects, Vol.59, pp.43-55, 1980 (in Japanese).
野尻信弘, 三田重雄: クレーンバージと吊荷の連成運動について, 西部造船会々報, 第 59 号, pp.43-55, 1980.
- 6) Nojiri, N. : On the Coupled Motion between a Crane Barge and Hook Load in Waves (Second Report- Three-dimensional Responses in General Regular Waves), Journal of West Japan Society of Naval Architects, Vol.65, pp.95-106, 1983 (in Japanese).
野尻信弘: クレーンバージと吊荷の連成運動について (その 2 斜波中の 3 次元応答), 西部造船会々報, 第 65 号, pp.95-106, 1983.
- 7) Nojiri, N., Omichi, M. : On the Coupled Motions of a Crane Barge and a Large Object Held by it Half-immersed in the Water and Wave Loads on the Coupling Means, Journal of West Japan Society of Naval Architects, Vol.61, pp.215-225, 1981 (in Japanese).
野尻信弘, 大道真志: 水中に吊荷を有するクレーンバージの動揺と拘束索に働く荷重について, 西部造船会々報, 第 61 号, pp.215-225, 1981.
- 8) Nakamura, S., Hanawa, T., Saito, K., Misuimi, E. and Yoshimura, T. : Wave Loads Acting on Connecting Dvice of Ocean-Going Pusher Barge in Oblique Regular Waves, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.137, pp.268-278, 1975 (in Japanese).
中村彰一, 塙友雄, 斎藤公男, 三住悦己, 吉村正: 斜波中における航洋プッシャーバージの連結部に働く波動荷重について, 日本造船学会論文集, 第 137 号, pp.268-278, 1975.
- 9) Jeong, D.H., Roh, M.I. and Ham, S.H. : Lifting Simulation of an Offshore Supply Vessel considering Various Operating Conditions, Advances in Mechanical Engineering, Vol.8, No.6, pp.1-13, 2016.
- 10) Fossen, T.I. : Marine Control Systems, Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles, Marine Cybernetics, 2002.
- 11) DNVGL : Modeling and Analysis of Marine Operations, DNVGL-RP-H103, April, 2011.
- 12) Ohgushi, M. : RIRON SEN-PAKU KOGAKU ("Theory of Ships", Vol.1), Kaibundo Book Company, Inc., 1972 (in Japanese).
大串雅信: 理論船舶工学 (上巻) 新訂版, 海文堂, 1972.
- 13) Tajima, H. : Fundamentals of Multibody Dynamics, Tokyo Denki University Press, 2015 (in Japanese).
田島洋, マルチボディダイナミクスの基礎, 東京電機大学出版局, 2015.
- 14) Wehausen, J.V. and Laitone, E.V. : Surface Waves in Fluid Dynamics III in Handbuch der Physik 9, chapter 3, pp. 446-778, ed. S. Flugge and C. Truesdell, Springer Verlag, 1960.
- 15) Group of Performance Evaluation in Ocean Engineering Committee, the Society of Naval Architects of Japan : JIS-SEN FUTAINO RYUUTAI RIKIGAKU (Part 1), Seizando Shoten Publishing Co., Ltd., 2003 (in Japanese).
日本造船学会海洋工学委員会性能部会編: 実践 浮体の流体力学 前編- 動揺問題の数値計算法, 成山堂, 2003.

付 録

A1. 定常傾斜の影響

作業船が吊荷を懸下した状態では, 質量比次第では大きな定常傾斜が生じる. 特にロールはピッチに比べてメタセンター高さが低いことから, その定常傾斜 (ヒール) が大きくなる. このヒールが作業船運動に与える影響について把握するために数値計算により調べた. Fig. A1 は吊荷が無い作業船のヒールを変えた流体力計算を実施し, 運動の応答関数で比較したものである. なお, 慣性モーメントはすべて同じ値を使用している. ヒールが生じると左右非対称になるため, 波向きが 180deg. の場合においても横運動が若干発生しているが, 波向きが大きくなるとヒール影響はほとんど見られない. 本論文で対象とした作業船においては, ヒールが運動に与える影響は軽微であるとして検討を進めた.

A2. 吊荷の復原力

吊荷は浮力と重力が等しい関係にないため, 浮体の運動で通常用いられるような復原力の表現をそのままの形で使用することができない. そこで, 吊荷に作用する復原力を求めておく必要がある. 吊荷に作用する重力及び浮力をグローバル座標系にて次のように定義する¹⁰⁾.

$$f_W^g = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & mg \end{bmatrix}^T, \quad f_B^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \rho g_{gnv} \nabla_s \end{bmatrix}^T \quad (A1)$$

式中の f の右上添字の g はグローバル座標系での定義であることを意味し, 右下添字は W : 重力, B : 浮力であることを意味する. また, ∇_s は吊荷の排水容積である. 吊荷の物体座標系で表現するために, 吊荷の物体座標系 (s) からグローバル座標系 (g) への変換を表す回転行列 R_s^g を使って次のように座標変換する.

$$f_W^s = (R_s^g)^{-1} f_W^g, \quad f_B^s = (R_s^g)^{-1} f_B^g, \quad (A2)$$

Fig. A1 Effect of vessel's heel angle on motion RAOs.

吊荷に作用する復原力 $g(\eta)$ は物体座標系での浮力と重力の合力として表されるため、次のように書くことができる。

$$\begin{aligned}
 g(\eta) &= - \left[\begin{array}{c} f_W^s + f_B^s \\ \mathbf{r}_W^s \times \mathbf{f}_W^s + \mathbf{r}_B^s \times \mathbf{f}_B^s \end{array} \right] \\
 &= - \left[\begin{array}{c} (R_s^s)^{-1} (f_W^s + f_B^s) \\ \mathbf{r}_W^s \times (R_s^s)^{-1} f_W^s + \mathbf{r}_B^s \times (R_s^s)^{-1} f_B^s \end{array} \right] \quad (A3)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{r}_W^s$ 、 $\mathbf{r}_B^s$ は吊荷の重心及び浮心の位置（吊荷座標）であり、本論文では浮力位置は一定としてモデル化する。マイナスがついているのは運動方程式の中で右辺項から左辺に移項したために生じたものである。この式を具体的に書き下せば (14) 式が求められる。

A3. 作業船周囲の波高比分布

本文 5.3 節において述べた作業船と吊荷の相互干渉影響に関する参考として、Fig. A2 1(a) に周期 7.0 秒の波が波向き 240 deg. で入射した時の作業船単独状態での入射波高に対する周囲の波高比分布を示す。なお、この結果には作業船の運動による造波影響は含まれない。Fig. A2 1(a) より、入射波が船首及び船尾から作業船の背後に回り込むような回折現象が確認できる。この現象により、作業船の右舷側でミッドシップ

$x_v = 0.0$ m 付近よりも船尾側 $x_v = -25.0$ m 付近の方が波高比が小さくなっており、Fig. 7 の波強制力において $y_v < 0$ の範囲で $x_v = 0.0$ m よりも $x_v = -25.0$ m の○印プロットが大きく下回っている説明ができる。また、船尾 $x_v = -45.0$ m 付近において波高比が左舷から右舷にかけて徐々に低下している様子が分かる。この傾向は、Fig. 7 の波強制力 (Fig. 7 2)(c) の $x_v = -45.0$ m のプロットの傾斜と合致する。Fig. A2 1(a) は吊荷との干渉影響を考慮しない波高比分布であるが、以上のように作業船周囲の波高比分布から吊荷に作用する波強制力の傾向がだまかに把握できる。Fig. A2 1(b)~(d) に吊荷を配置した際の波高比分布を示す。波の条件は Fig. A2 1(a) と同じで、吊荷位置はそれぞれ $(-15.0, 18.0)$ 、 $(-15.0, -18.0)$ 、 $(-45.0, 0.0)$ である。いずれも Fig. A2 1(a) と比べて大きな変化は見られない。無限水深では周期 7.0 秒の波は約 76.0 m の波長相当である。吊荷のサイズに対して相対的に長くなるため、吊荷が波高比分布に与える影響が小さいと考えられる。

入射波の周期が 12.0 秒の場合の結果を Fig. A2 2) に示す。5.3 節の Fig. 7 のところで述べたように、波長及び波の透過性が更に大きくなるため、吊荷の有無や位置に関わらず、波高比分布に変化は見られない。

Fig. A2 Contour plot of wave height ratio around vessel (Top: $T=7.0$ sec, Bottom: $T=12.0$ sec).

記号表

μ	質量比	A_{wp_v}	作業船の水線面積
L	吊長	$\tilde{B}$	浮力
T	固有周期または周期	$\tilde{W}$	重力
ζ	減衰係数	$\boldsymbol{r}$	位置ベクトル
$\boldsymbol{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$	速度及び角速度ベクトル	$\boldsymbol{v}$	速度ベクトル
$\boldsymbol{\eta} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$	位置及び姿勢ベクトル	$\boldsymbol{\omega}$	角速度ベクトル
M	慣性（質量）行列	x_b, y_b, z_b	浮心位置（座標）
D	減衰行列	x_g, y_g, z_g	重心（座標）
G	復原力行列	Π	位置レベルの拘束条件
F	波強制力ベクトル	Γ	速度レベルの拘束条件
Q	拘束力ベクトル	S	外積オペレータ
$\bar{l}_i (i = 1 \sim 3)$	船体中心からの吊点距離	R	回転行列
m	吊荷質量	$\delta \boldsymbol{v}$	仮想速度
$\boldsymbol{\theta} = [\phi, \theta, \psi]^T$	姿勢ベクトル	Q_v, Q_s	作業船と吊荷に作用する拘束力
ρ	水密度	Λ	ラグランジェの未定乗数
g_{grav}	重力加速度	$G(P; Q)$	自由表面グリーン関数
∇_v	作業船の排水容積	n	法線ベクトル
∇_s	吊荷の排水容積	S_H	物体の没水表面
$\overline{BM}$	メタセンタ半径	$\tilde{\phi}$	速度ポテンシャル
$\overline{GM}_T$	横メタセンタ高さ	T_0	吊荷が無い時の作業船の固有周期
$\overline{GM}_L$	縦メタセンタ高さ	I_{44}	作業船のロール慣性モーメント
$g(\eta)$	復原力ベクトル	J'_{44}	作業船のロール付加質量モーメント
A_{wp_s}	吊荷の水線面積	$\kappa_{xx}, \kappa_{yy}, \kappa_{zz}$	作業船の慣動半径