時系列解析による動揺パラメータの直接推定法

— 一自由度モデルによる検証 —

正員 寺 田 大 介* 正員 北 川 源四郎**

Direct Estimation Method for the Ship Motion Parameters based on Time Series Analysis
- Verification based on one degree of free model -

by Daisuke Terada, *Member* Genshiro Kitagawa, *Member*

Summary

In this paper, a statistical estimation procedure for parameters in an equation of ship's oscillation, such as a damping coefficient and a natural frequency, is proposed. It is important that a mariner grasps the performance of the ship, when carrying out safe operation of the ship. From a viewpoint of avoiding a resonance with a wave, it is especially important for the mariner to grasp the natural frequency of the ship. Using the procedure, the parameters can be estimated by using an observed data on board. Therefore, the mariner can always grasp the parameters of the ship under navigation.

In this procedure, two kinds of stochastic techniques are adopted. The first one is a CAR (Continuous AutoRegressive) model that can gain precise parameters of ship's oscillating equation. In general, the ship motions in waves are regarded as a stochastic process. However, it has the problem that the noise process can not regard as a white noise. In the CAR model, it can be coped with by considering that the noise is an auto regressive process. The second one is a self-organizing state space modeling that can evaluate both the state estimation and the identification of unknown parameters in a general nonlinear non-Gaussian system. In this estimation calculation, Monte Carlo Filter which is a kind of Particle Filter is adopted. The goodness of the model is evaluated by using AIC (Akaike Information Criterion) with respect to the model.

To examine the reliability of the proposed procedure, the numerical experiments are carried out by using the reproduced data under the condition which the unknown parameters are a fixed value. The estimated ship motion parameters based on the proposed method shows good agreement with the input data. Moreover, to examine the proposed procedure, the onboard experiments are carried out. Although some future problems became clear, we conclude that the proposed method is a powerful tool for the estimation of the ship motion parameters.

1. 結 言

本研究は、海洋波中を航行する船舶の動揺の時系列データに基づいて、減衰力係数ならびに固有周波数（以後、「動揺パラメータ」と呼ぶ。）を直接推定する方法について提案するものである。

船舶運航者が自船の性能を把握しておくことは、船舶の安全運航を実施する上で、非常に重要である。特に、荒天航海時において、自船の行動を決定する際には、遭遇海象に対す

る船舶の応答特性を考慮した判断が要求される。波浪中の船体応答を予測する手段としては、動揺の応答関数と波スペクトルに基づく短期予測の機能を有する船載型安全運航支援システム¹⁾の利用が考えられる。このシステムにおいて、動揺の応答関数はストリップ法などを用いて計算できるが、その際、動揺パラメータをあらかじめ精度よく求めておくことが必要になる。これは、模型実験あるいは実験式を用いて算出することが可能であるが、船舶を建造する毎に模型実験を行うことはコストの面から現実的ではなく、実験式に基づいて算出するのが実情である。しかしながら、近年の船型大型化などのため、これまでに提案された実験式に基づく係数の推定結果は信頼性が低下しているとの指摘が船舶運航者からある。

時系列データから動揺パラメータを推定する試みは、山内²⁾、大津・北川³⁾および井関・大津⁴⁾によって行われている。山内²⁾は、動揺の運動方程式を高階の差分方程式（自己回帰

* 広島商船高等専門学校商船学科

** 統計数理研究所

モデル)で近似し、最小二乗法で求めた自己回帰係数に基づいて、動揺パラメータを推定している。この方法は離散時間領域から連続時間領域を見る際の近似であるという点に注意する必要がある。大津・北川³⁾は、動揺の運動方程式を連続時間領域において直接モデル化(連続型自己回帰: Continuous AutoRegressive; CAR モデルに変換)した上で、同モデルを正確に離散化した状態空間モデルで表現し、カルマンフィルタと最尤法で求めた CAR モデルのパラメータに基づいて、動揺パラメータを推定した。この方法では、統計的に最良なモデルのパラメータを推定値とするが、最尤法によるパラメータ推定の際に非線形最適化が行われるため、局所最適解を推定する可能性がある。また、この方法では、動揺パラメータが CAR 係数に関する非線形代数方程式を解いて求められるため、数値的な不安定性の問題も含んでいる。さらに、この方法では、運動方程式に非線形項や復原力変動項を含む場合、モデル化が困難となる。井関・大津⁴⁾は、大津・北川と同様、モデルとして CAR モデルを用い、モデルのパラメータ推定に IIR デジタルフィルタを用いている。この方法では、動揺パラメータのオンライン推定が可能であるが、モデル選択の基準について検討されていない。

これらの研究以降、統計科学の分野では、システムの状態とパラメータとを同時に推定することが可能な自己組織型状態空間(Self-Organizing State Space; SOSS)モデルを用いる解析方法⁵⁾が開発された。この方法は、モデルの構造パラメータが時間的に変化する状況でも対応できるため、非常に柔軟なモデリングが可能であり、船舶の動揺パラメータの推定に応用できると考えられる。なお、土木工学の分野では、2階微分方程式で表される構造物の運動方程式のシステム同定に、この方法が応用されている⁶⁾。

以上のような背景を踏まえ、本研究では、動揺パラメータの推定問題を SOSS モデルの状態推定問題として取り扱い、船体動揺の時系列データから動揺パラメータを直接推定する方法を提案する。具体的には、まず、船舶の線形横揺れ運動方程式を CAR モデルに変換する。次いで、同モデルを離散化して状態空間モデルで表現し、状態とパラメータを同時に推定するために、状態空間モデルを SOSS モデルに拡張する。この場合において、推定すべき動揺パラメータは、SOSS モデルにおける状態ベクトルの要素であることから、状態推定によって直接推定することが可能になる。また、このとき SOSS モデルは非線形となるため、状態推定には非線形・非ガウス型時系列のフィルタリングに有効な粒子フィルタ⁷⁾を用いることを提案する。粒子フィルタによる状態推定の有効性は、数値計算で求めた Roll の時系列データによる数値実験を通して、拡張カルマンフィルタによる状態推定の結果との比較に基づいて検証した。最後に、提案する動揺

パラメータの直接推定法の実用性に関して、実船実験データに基づいて検証した。

2. 定式化

2.1 連続型自己回帰モデル

本研究で取り扱う船体の動揺方程式は、山内²⁾、大津・北川³⁾および井関・大津⁴⁾と同様、次の形の確率微分方程式とする。

$$\ddot{x}(t) + 2\varepsilon\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = u(t) \quad (1)$$

ここで、 $x(t)$ は Roll、 ε は減衰力係数、 ω は固有周波数および $u(t)$ は外力を表す確率的な雑音過程である。

記述を一般的にするために、(1)式を次のように書き改める。

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_2 x(t) = u(t) \quad (2)$$

(2)式において、 $u(t)$ は、海洋波などに起因するものなので、白色雑音であるとみなすことができない。そこで、(3)式で示すように、 $u(t)$ を m 階連続型自己回帰過程とみなすことによって白色化する。

$$u(t) = b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} u(t) + \dots + b_m u(t) = v(t) \quad (3)$$

ここで、 $v(t) \sim N(0, \tau^2)$ は白色雑音過程であり、 $\frac{d^m}{dt^m} u(t) \equiv u^{(m)}(t)$ である。

$u(t)$ の高階微分を(2)式の左辺で表し、(3)式に代入すると、(3)式は $x(t)$ を用いて次のような $(m+2)$ 次の CAR 過程で表すことができる。

$$x^{(m+2)}(t) + c_1 x^{(m+1)}(t) + \dots + c_m \ddot{x}(t) + c_{m+1} \dot{x}(t) + c_{m+2} x(t) = v(t) \quad (4)$$

ここで、CAR 係数 $c_1 \sim c_{m+2}$ は a_i ($i=1,2$)および b_j ($j=1 \sim m$)を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} m=0 &\rightarrow c_1 = a_1, c_2 = a_2. \\ m>0 &\rightarrow \\ c_m &= a_2 b_{m-2} + a_1 b_{m-1} + b_m \\ c_{m+1} &= a_2 b_{m-1} + a_1 b_m \\ c_{m+2} &= a_2 b_m \quad (m-i < 0 \rightarrow b_{m-i} = 0, \quad m-i = 0 \rightarrow b_{m-i} = 1). \end{aligned} \quad (5)$$

本研究では、形式的には(4)式のような形で CAR モデルを表現するが、状態推定における状態ベクトルの要素として a_1, a_2 を直接推定する。 a_1, a_2 と動揺パラメータは次式の関係がある³⁾ことから、

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2} = \sqrt{a_2 - (a_1/2)^2} \quad (6)$$

$$f = \omega_0 / 2\pi \quad (7)$$

$$\varepsilon = a_1 / 2 \quad (8)$$

これらの関係式を用いて動揺パラメータは推定できる。

2.2 自己組織型状態空間モデル

観測データが得られたときに、そのデータ構造を最もよく表現できる CAR モデルを推定することを目的として、CAR モデルを状態空間モデルで表現し、SOSS モデルに拡張する。

2.2.1 状態空間モデル

状態空間モデルは、システムの内部構造の変化を表すシステムモデルと観測データが得られる過程を表す観測モデルで構成される。ここでは、CAR モデルをシステムモデルと考え、(4)式をベクトル記法で次のように表す。

$$\dot{\mathbf{x}}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}v_t \quad (9)$$

ここで、ベクトルおよび行列は次のように構成されている。

$$\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(k-1)}(t) \end{pmatrix}^T : k \text{ 次元状態ベクトル } (k=m+2)$$

(T は転置を意味する。)

$v_t = v(t)$: システムノイズ

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ -c_k & -c_{k-1} & \dots & \dots & -c_1 \end{pmatrix} : k \times k \text{ 状態遷移行列}$$

$\mathbf{B} = (0, \dots, 0, 1)^T$: k 次元駆動ベクトル

一方、実際に観測される時系列データ $y(t)$ は、状態ベクトル $\mathbf{x}_t$ を用いて、次のような観測モデルで表せるものとする。

$$y(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + w(t) \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{H} = (1, 0, \dots, 0)$ は観測行列であり、 $w_t \sim N(0, \sigma^2)$ は観測ノイズである。

次に、観測される時系列データが離散時系列データであることから、(10)式をサンプリング間隔 Δt で離散化し、連続型の状態空間モデルである (9) 式を $\Delta t/1000$ でオイラー-丸山スキームにより離散化した⁸⁾。離散型状態空間モデルは次のように表現できる。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_n = f(\mathbf{x}_{n-1}, v_n) \\ y_n = \mathbf{H}\mathbf{x}_n + w_n \end{cases} \quad (11)$$

ここで、状態ベクトルは次のように構成されている。

$$\mathbf{x}_n = \begin{pmatrix} x(n), \dot{x}(n), \dots, x^{(k-1)}(n) \end{pmatrix}^T$$

2.2.2 SOSS モデル

ここでは (11) 式を、未知パラメータも状態ベクトルに含めることによって、自己組織型状態空間モデル⁵⁾に拡張する。未知のパラメータを $l=(k+2)$ 次元ベクトル $\boldsymbol{\theta}_n$ として次のように定義する。ただし、これらのベクトルの要素は時間とともに変化することを許容するので添え字 n を付記して表記し、また τ_n^2 および σ_n^2 は非負であるから対数を状態とすることとする。

$$\boldsymbol{\theta}_n = (a_{1,n}, a_{2,n}, b_{1,n}, \dots, b_{m,n}, \log \tau_n^2, \log \sigma_n^2)^T \quad (12)$$

簡単のために、未知パラメータの時間変化が (13) 式のような 1 階の差分方程式によって表わされるものと仮定する。

$$\boldsymbol{\theta}_n = \boldsymbol{\theta}_{n-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_n \quad (13)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_n = (v_{a_1,n}, \dots, v_{b_m,n}, v_{\tau^2,n}, v_{\sigma^2,n})^T, \\ v_{a_1,n} \sim N(0, \eta_{a_1}^2) \\ v_{a_2,n} \sim N(0, \eta_{a_2}^2) \\ (v_{b_1,n}, \dots, v_{b_m,n})^T \sim N(0, \mathbf{Z}_m) \\ v_{\tau^2,n} \sim N(0, \eta_{\tau^2}^2) \\ v_{\sigma^2,n} \sim N(0, \eta_{\sigma^2}^2) \end{cases}$$

ここで、 $\eta_{a_1}^2, \eta_{a_2}^2, \mathbf{Z}_m, \eta_{\tau^2}^2$ および $\eta_{\sigma^2}^2$ は超パラメータと呼ばれるものである。なお、 $\mathbf{Z}_m$ は $m \times m$ の分散共分散行列であり、具体的な要素の与え方は次節で示す。

(13) 式を状態ベクトルまたはシステムノイズと併せて考えれば、次のような $(k+1)$ 次元ベクトルが定義できる。

$$\mathbf{z}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_n \\ \boldsymbol{\theta}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_n = [v_n \quad \boldsymbol{\varepsilon}_n]^T \quad (14)$$

(14) 式を用いれば、(11) 式は次のような自己組織型状態空間モデルに拡張される。

$$\begin{cases} \mathbf{z}_n = \mathbf{F}(\mathbf{z}_{n-1}, \mathbf{u}_n) \\ y_n = [\mathbf{H} \quad \mathbf{0}] \mathbf{z}_n + w_n \end{cases} \quad (15)$$

ただし、

$$\mathbf{F}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}, v) \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix}$$

2.2.3 制約モデルのノイズの分散共分散行列

前節で示した SOSS モデルにおいては、CAR モデルの次数が大きくなるにしたがって未知パラメータの次元も大きくなり、計算量が膨大なものになる。ここでは、時変係数 AR モデルに関して周波数領域におけるモデルの考察から、超パラメータの次元が低減できることを示した北川の方法⁹⁾を応用して、CAR 係数に含まれる $b_1 \sim b_m$ の時間変化に関する制約モデルにおけるノイズの分散共分散行列 $\mathbf{Z}_m$ の与え方について示す。

一般に (3) 式で記述されるシステムの周波数応答関数 $H_n(\omega)$ は次式で表わされる¹⁰⁾。

$$H_n(\omega) = \frac{1}{b_{0,n} \cdot (i\omega)^k + b_{1,n} \cdot (i\omega)^{k-1} + \dots + b_{k-1,n} \cdot (i\omega) + b_{k,n} \cdot (i\omega)^0} \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi, b_{0,n} = 1) \quad (16)$$

ただし、 i は虚数単位、 ω は角周波数である。

一方、システムにおける入力のスpekトル $S_{ii}(\omega, n)$ と出力のスpekトル $S_{oo}(\omega, n)$ との関係は、次のように表わされる¹⁰⁾。

$$S_{oo}(\omega, n) = |H_n(\omega)|^2 S_{ii}(\omega, n) \quad (17)$$

ここで、入力には前述の通り分散 τ^2 の白色雑音を仮定しているので $S_{ii}(\omega, n) = \tau^2$ となり、(17)式は次のようになる。

$$S_{oo}(\omega, n) = |H_n(\omega)|^2 \tau^2 \quad (18)$$

今、周波数応答関数を改めて

$$B_n(\omega) = 1/H_n(\omega)$$

とおけば、(18)式は次のように書ける。

$$S_{oo}(\omega, n) = \tau^2 / |B_n(\omega)|^2 \quad (19)$$

したがって、スペクトルの性質は周波数応答関数 $B_n(\omega)$ の性質によって決まる。このことから、 $B_n(\omega)$ の滑らかさを適当に制御することにより、スペクトルの良い推定値が得られることになる。ここでは、時刻の変化に対する $B_n(\omega)$ の滑らかさを考慮することとし、次のような制約モデルを導入する。 $B_n(\omega)$ の時間的変化の大きさを評価するために、時刻に関する1階差分をとると次のように表わされる。

$$\Delta B_n(\omega) = \sum_{j=0}^k \Delta b_{j,n} \cdot (i\omega)^j \quad (20)$$

ただし、 Δ は時間シフトオペレータ B を用いて $\Delta \equiv 1 - B$ と定義され、

$$\Delta B_n(\omega) = B_n(\omega) - B_{n-1}(\omega)$$

である。ここで、この1階差分の二乗積分を考える。例として、CARモデルの次数を4次から5次とした場合における結果を示せば、次のようになる。

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\Delta B_n(\omega)|^2 d\omega = \begin{cases} \frac{2}{3} \pi^3 \Delta b_{1,n}^2 + 2\pi \Delta b_{2,n}^2 & (\text{Model order} = 4) \\ \frac{2}{5} \pi^5 \Delta b_{1,n}^2 - \frac{4}{3} \pi^3 \Delta b_{1,n} \Delta b_{3,n} + 2\pi \Delta b_{3,n}^2 + \frac{2}{3} \pi^3 \Delta b_{2,n}^2 & (\text{Model order} = 5) \end{cases} \quad (21)$$

ただし、 $b_{0,n} = 1 \rightarrow \Delta b_{0,n} = 0$ という関係を利用した。このように、二乗積分が $b_1 \sim b_m$ の1階差分で表わされるので、この値を小さくすればスペクトルの時間変化を小さくすることができる。(21)式は各係数を一定の割合で加えているので、確率変数の和の分散の性質¹¹⁾から、

$$\begin{pmatrix} \Delta b_{1,n} \\ \vdots \\ \Delta b_{m,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_{1,n} \\ \vdots \\ \zeta_{m,n} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \zeta_{1,n} \\ \vdots \\ \zeta_{m,n} \end{pmatrix} \sim N(0, \mathbf{Z}_m) \quad (22)$$

というモデルを想定していることに相当する。このとき、(21)式から分かるように係数の相関があるので、行列 $\mathbf{Z}_m$ には共分散が存在する。各モデル次数における分散共分散行列の具体的な要素を Appendix に示した。なお、ノイズベクトル

$(\zeta_{n,1}, \dots, \zeta_{n,m})^T$ の実現値は $\mathbf{Z}_m$ の修正コレスキー分解¹²⁾を用いて生成した。

ここで示した方法により、通常の時変係数 AR モデルのように分散共分散行列が全て一定値となる対角行列⁹⁾にはならないが、超パラメータの次元を減らすことが可能になり、パラメータ探索に要する計算負荷を軽減することができる。

3. 状態推定

3.1 粒子フィルタ

(15)式は、未知パラメータを状態ベクトルに含めたために、非線形なモデルとなっている。このような非線形モデルの状態推定には、緒言でも述べたように、粒子フィルタが有効である。本研究では粒子フィルタとして北川によって提案されたモンテカルロフィルタ（以後、「MCF」と表記する。）¹³⁾を用いる。北川に従って、MCF のアルゴリズムを以下に示す。

MCF では、状態推定に用いる予測分布 $p(\mathbf{z}_n | \mathbf{Y}_{n-1})$ およびフィルタ分布 $p(\mathbf{z}_n | \mathbf{Y}_n)$ を、その分布から得られる j 個の実現値（以後、「粒子」と呼ぶ。）を用いて近似する。その粒子をそれぞれ $\{p_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ および $\{f_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ と表す。また、システムノイズ分布も同様に、粒子 $\{u_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ で近似する。ここで、 $\mathbf{Y}_n$ は観測データの集合である。状態推定は、これらの粒子を用いた一期先予測とフィルタの繰り返しによって行われる。本研究では粒子の生成にメルセンヌツイスター¹⁴⁾を用いた。

[ステップ1：初期分布の粒子の生成]

状態ベクトル $\mathbf{z}_n$ の初期分布に従う乱数ベクトルを j 個発生させ、初期のフィルタの粒子 $\{f_0^{(i)}\}_{i=1}^j$ を得る。

[ステップ2：フィルタリング]

次の処理を時系列データの個数 N まで繰り返す。

- ① システムノイズ分布に従う粒子の発生
システムノイズ分布に従う乱数ベクトルを j 個発生させ、粒子 $\{u_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ を得る。
- ② 一期先予測
次式により、予測分布 $p(\mathbf{z}_n | \mathbf{Y}_{n-1})$ に従う粒子 $\{p_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ を得る。

$$p_n^{(i)} = \mathbf{F}(f_{n-1}^{(i)}, u_n^{(i)}) \quad (23)$$

- ③ 予測分布に従う粒子の尤度（ベイズ係数）計算
粒子の尤度 $\{\alpha_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ を観測データ y_n と観測ノイズ分布から得る。

$$\alpha_n^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(y_n - [\mathbf{H} \ 0] p_n^{(i)})^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (24)$$

④ フィルタ

一期先予測により得た粒子 $\{p_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ を次の確率にしたがってリサンプリングし、フィルタ分布 $p(\mathbf{z}_n|\mathbf{Y}_n)$ に従う粒子 $\{f_n^{(i)}\}_{i=1}^j$ を得る。

$$\Pr(f_n^{(i)} = p_n^{(i)}) = \frac{\alpha_n^{(i)}}{\alpha_n^{(1)} + \dots + \alpha_n^{(j)}} \quad (25)$$

なお、統計的に最も良いモデルの次数を決定するためには、次の AIC(Akaike Information Criterion)¹⁵⁾ が最小になるモデルを選択すればよい。この方法は、一般的に MAICE (Minimum AIC Estimation) 法と呼ばれている。

$$\text{AIC} = -2 \sum_{n=1}^N \log \left(\frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \alpha_n^{(i)} \right) + 2q \quad (26)$$

ここで、 q ($m=0 \rightarrow 4, m>0 \rightarrow 5$) はパラメータの個数である。

3.2 拡張カルマンフィルタ

非線形状態空間モデルにおける状態推定の方法としては、他に拡張カルマンフィルタ¹⁶⁾ (以降、「EKF」と表記する。)を用いる方法がある。本研究では、SOSS モデルの状態推定に関する MCF の有効性を検証するために、EKF を用いた同モデルの状態推定も同時に行った。EKF における状態推定のアルゴリズムは、よく知られているように、以下に示す一期先予測とフィルタリングを時系列データが得られる毎に繰り返すものである。

[一期先予測]

$$\hat{\mathbf{z}}_{t|t-1} = \hat{\mathbf{z}}_{t|t-1} + \int_{t-1}^t \mathbf{F}(\hat{\mathbf{z}}_{t|t-1}, 0) dt \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{t|t-1} = \Phi_{t|t-1} \mathbf{P}_{t|t} \Phi_{t|t-1}^T + \mathbf{Q}_t \quad (28)$$

[フィルタリング]

$$\hat{\mathbf{z}}_{t|t} = \hat{\mathbf{z}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t [y_t - \mathbf{H} \hat{\mathbf{z}}_{t|t-1}] \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_{t|t} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t] \mathbf{P}_{t|t-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t]^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \quad (30)$$

[カルマンゲイン]

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T [\mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t]^{-1} \quad (31)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{z}}$ は状態ベクトル、 $\mathbf{P}$ は状態ベクトルの誤差の分散共分散行列、 $\mathbf{Q}$ はシステムノイズの分散共分散行列、 $\mathbf{R}_t$ は観測ノイズの分散共分散行列である。また、 $\Phi_{t|t-1}$ は次式で表される。

$$\Phi_{t|t-1} = \mathbf{I} + \Delta t \mathbf{G}_t \quad (32)$$

$$\mathbf{G}_t = \left[\frac{\partial \mathbf{F}_t(\mathbf{z}_t, 0)}{\partial \mathbf{z}_j} \right]_{\mathbf{z}_t = \hat{\mathbf{z}}_{t|t-1}} \quad (33)$$

ここで、 $\mathbf{F}_t(\mathbf{z}_t, 0)$ は $\mathbf{F}(\mathbf{z}_t, 0)$ の要素、 $\mathbf{z}_j$ は $\mathbf{z}_t$ の要素である。

4. 数値実験

4.1 供試船

供試船は Fig.1 に示した東京海洋大学附属練習船「汐路丸」である。汐路丸の主要目および実験条件に対応する動揺パラメータの数値を Table 1 に示す。

Table 1 Principal particulars of Shioji Maru

Length (P.P.)	46.00 m
Breadth (M _{LD})	10.00 m
Depth (M _{LD})	6.10 m
Draught (M _{LD})	3.00 m
Displacement	785.0 t
Damping coefficient ε in 10 knots	0.0745
Natural frequency f in 10 knots	0.150 Hz

Fig.1 Photo of Shioji Maru

4.2 概要

本論文で提案した方法を検証するために、右舷正横から長波頂不規則波を受けながら船速 10 ノットで航走する船舶の Roll の時系列を再現し、この時系列にノイズを加えた信号が観測されるものとして、観測データから動揺パラメータを推定する数値実験を行った。長波頂不規則波は ISSC 型波スペクトルとし、気象・海象条件は汐路丸の船型を考慮してビューフォート風力階級 (以後、「Bft.」と略記する。) 4 とした。この条件下における有義波高は 1.0(m)、平均波周期は 3.9(sec)である。

4.3 シミュレーション時系列の生成方法

本研究では、数値実験で使用する時系列データは Constant Coefficient 法で定式化した 1 自由度 (roll) の船体動揺の運動方程式をルンゲ・クッタ法で時間積分することによって生成した¹²⁾。この場合において、運動方程式の各係数は模型実験結果に基づく推定値を、波強制力は NSM により推定した。なお、簡単のために、外力は波浪強制力のみを考慮した。

Fig.2 は、与えた ISSC 波スペクトル（理論値）と再現した波の時系列データを AR 法¹⁷⁾により推定したスペクトルとを比較したものである。図中の細線は理論値であり、太線は再現した波の時系列データから求めたスペクトルである。この図から分かるように、スペクトルの理論値と再現した波の時系列データのスペクトルは、再現データの結果が若干振動しているものの、概ね良く一致しているといえる。

Fig.3 は、運動方程式を時間積分する際に、外力として与えた波強制力の時系列に関して AR 法によるスペクトル解析を行った結果である。この図において、横軸は周波数、縦軸はスペクトル強度を表している。この図から、波の時系列データのスペクトルが若干振動しているために波強制力のスペクトルも単峰性ではないが、主ピークは 0.22(Hz)の付近にあることが分かる。すなわち、Fig.3 の結果から、動揺の時系列を生成するための外力すなわち雑音のスペクトル構造は白色でないことが分かる。

Fig.2 Spectrum for waves
[Wave direction = Beam sea, Ship Speeds = 10 knots]

Fig.3 Spectrum for wave exciting force
[Wave direction = Beam sea, Ship Speeds = 10 knots]

運動方程式の時間積分によって求めた Roll の時系列を Fig.4 に示す。時系列は、時間積分の間隔を 0.5(sec)として、

600(sec)すなわち 1,200 個の時系列データを生成した。数値実験に使用する時系列データは、時間積分の実施時において時系列データが定常状態になるまでの助走期間を除いた、時系列の後半 300(sec) (600 個)とした。

Fig.4 Reproduced time history of roll angle

4.4 実験結果と考察

モデルを当てはめるために作成した時系列データすなわち観測データは、Fig.4 に示した横揺れの時系列データに動揺計測装置の誤差を考慮して $N(0, 7.62 \times 10^{-5})$ に従う白色雑音を付加したもので、Fig.5 のようになっている。

Fig.5 Observations for numerical experiments

この時系列データのコレログラムを Fig.6 に、またスペクトルを Fig.7 に示す。Fig.6 に示したコレログラムをみると、6 から 7 秒程度の周期で緩やかに減衰していることが分かる。Fig.7 から、推定したスペクトルは鋭いピークを持つ単峰性のスペクトルであり、そのピークの位置は略 0.16(Hz)に存在していることが分かる。すなわち、船舶は入力として与えた

Fig.6 Correlogram of observations

Fig.7 Spectrum for observations of roll angle

固有周波数近傍の周波数で動揺していることが分かる。数値実験はこのような特性の時系列データを使用して行った。

CAR モデルの次数は、2 次から 5 次とした。したがって、SOSS モデルにおける状態ベクトルの次元は 6 から 12 となる。MCF による状態推定においては、粒子数を 10,000 個とした。さらに、各モデルにおける状態変数の初期分布は、状態すなわち Roll およびその高階微分項に関しては正規分布、パラメータ（動揺パラメータ、システムノイズおよび観測ノイズ）に関しては一様分布を与えた。なお、超パラメータの値は単純な離散的探索法により与えた。一方、EKF による状態推定は MCF による状態推定の結果として得られた最良の CAR モデルの次数に対して実施した。この場合において、状態ベクトルおよびノイズの分散共分散行列の初期値を与える必要があるが、本研究では試行錯誤の結果、推定値が発散しない値を初期値として与えた。

MCF による状態推定で得られた各 CAR モデルの次数における AIC を Fig. 8 に示す。この図から、次数 4 の CAR モデルの AIC が最小であることが分かる（白色化のための高階微分階数 $m=2$ ）。したがって、統計的に最も良いモデルは、4 次の CAR モデルであると判断できる。

Fig. 8 AIC for each CAR model

次に、統計的に最も良いモデルとして選択されたモデル次数 4 の場合に着目し、この場合における状態ベクトルの各要素の MCF および EKF による状態推定の結果として、真値が存在する Roll, Roll rate, 動揺パラメータ (ϵ および f) の結果を Figs.9(a)~(e) に示す。図は上から (a) が Roll, (b) が Roll rate, (c) が減衰力係数および (d) が固有周波数をそれぞれ示している。図中において、真値は太線、MCF による状態推定結果は細線と中太線および EKF による状態推定結果は破線でそれぞれ示している。MCF で推定されるのは確率密度関数であることから、確率分布の 16% 値、期待値および 84% 値を推定結果として図示した。MCF における推定結果のうち、下の細線がフィルタ分布の 16% 値、中太線がフィルタ分布

の期待値および上の細線がフィルタ分布の 84% 値をそれぞれ示している。なお、推定計算は 300 秒間のデータに対して実施しているが、図の見易さの観点から、最初の 60 秒間のみのデータを示した。(a) Roll に関する状態推定の結果をみると、EKF の結果が位相・振幅が真値と異なっているのと比較して、MCF による状態推定の結果は分布が真値と概ね一致していることが分かる。ところで、大津・北川の研究³⁾では、推定した動揺パラメータを用いた時系列の再現によって推定結果の検証を行っているが、時系列を完全に再現するには至っていない。一方、本研究では、パラメータの推定を行いつつ状態すなわち Roll も同時に推定できるという利点があり、上述のとおり状態推定の結果は良好である。(b) Roll rate に関する状態推定の結果をみると、(a) の結果と同様、EKF の結果が位相・振幅が真値と異なっているのと比較して、MCF による状態推定の結果は分布が真値と概ね一致していることが分かる。(c) 減衰力係数に関する状態推定の結果をみると、EKF の結果は推定計算開始直後に真値から大きく外れるのに対して、MCF による状態推定の結果は分布が略真値の周囲に存在していることが分かる。(d) 固有周波数に関する状態推定の結果をみると、(c) の結果と同様、

(a) Roll angle [unit: radian]

(b) Roll rate [unit: radian/second]

(c) Damping coefficient ϵ

(d) Natural frequency f [unit: Hz]

Figs.9 Results of the state estimation

EKFの結果は推定計算開始直後に真値から大きく外れるのに対して、MFCによる状態推定の結果は分布が略真値の周囲に存在していることが分かる。これらの結果から、非線形状態空間モデルである SOSS モデルの状態推定の方法としては、MCFによる状態推定法が、EKFによる状態推定法と比較して、高い推定能力を有していることが明らかとなった。また、MCFによる動揺パラメータの推定値の時間平均は、減衰係数が0.0748、固有周波数が0.153であった。これは、入力として与えた真値と比較して、良好な推定結果が得られていると考えられる。

さらに、推定した $b_{1,n}$, $b_{2,n}$ およびシステムノイズの分散 τ_n^2 の時間平均値を用いて、(3)式を時間積分することによって波強制力の推定を試みた。 $b_{1,n}$, $b_{2,n}$ およびシステムノイズの分散 τ_n^2 の推定結果を Figs.10 に示す。いずれの結果を見ても、概ね一定値を推定している様子が分かる。これらの時間平均は、 $b_{1,n}=0.795$, $b_{2,n}=2.495$ および $\tau_n^2=0.393$ であった。これらの値を用いて推定した波浪強制力のスペクトルと入力として与えた強制力のスペクトルとを比較した結果について Fig.11 に示す。図は横軸に周波数、縦軸にスペクトル強度を示している。図中において、実線は入力として与えた波強制力のスペクトル、破線は再現した波強制力の時系列データから推定したスペクトルをそれぞれ示している。この図から、推定した波強制力のスペクトルには長周期成分が存在しているものの、ピーク周波数の位置およびその分散は入力のスペクトルと概ね一致していることがわかる。このことから、データ構造を最も良く表現する CAR モデルを AIC で決定す

Figs. 10 Estimated unknown parameters

れば、動揺パラメータのみならず、波強制力をも概略推定できる可能性があるといえる。

以上の結果を踏まえれば、本研究で提案する、動揺パラメータの推定問題を SOSS モデルの状態推定問題として取り扱い、船体動揺の時系列データから動揺パラメータを直接推定する方法は、船舶の載貨状態に応じて変化する動揺パラメータの推定に関して有効な方法になり得ると考えられる。

Fig.11 Comparison with spectrum for wave exciting force

5. 実船実験および考察

実船実験には、数値実験と同様、東京海洋大学附属練習船「汐路丸」を使用した。汐路丸の主要目は Table 1 に示した通りである。実験は、平成 19 年 10 月 10 日に千葉県館山沖で実施し、左右両舷から波を受けて航走する際の横揺れの時系列データを 0.5 秒間隔で 600 秒間計測した。実験条件を Table 2 に示す。この場合において、波高、波周期および波向きに関しては目視観測の結果である。また、針路および波向きは北を 0 度として時計回りに角度が増大する絶対座標での値を示している。したがって、実験時においては、case1 が右舷正横から波を受けた状態で、case2 が左舷からの斜め追い波状態で、それぞれ航走していたことになる。なお、case2 では、北からの風によって生成される風波の影響により、うねりの波高が減少する結果となっている。

Table 2 Experimental conditions

Exp. name	case1	case2
Start time	09 ⁵⁶	10 ²⁵
Speed	10 knots (Froude num. = 0.22)	
Course	080°	260°
Swell height	1.5m	0.7m
Swell period	6sec	6sec
Swell direction	170°	140°
Wind conditions	Direction: North, Velocity: 5~6m/s	

実船実験時に計測された横揺れの時系列データを Figs.12 に示す。(a)は case1 の結果であり、(b)は case2 の結果である。解析には、時系列データの前半部すなわち 300 秒間 (600 個) のデータを使用した。これらの時系列データのコレログラムを Fig.13 に、スペクトルを Fig.14 にそれぞれ示す。Fig.13 のコレログラムの結果から、相関の減衰の度合いは各ケースで概ね等しいが、その周期に関しては case2 の時系列データの方が長いことが分かる。また、case1 のコレログラムは数値実験で使用したデータのコレログラムと概ね同じ様な形状をしていることも分かる。Fig.14 のスペクトルの結果から、各ケースのピーク周波数は、case1 が 0.155(Hz)、case2 が 0.140(Hz)であることが分かる。すなわち、動揺の平均周期は、case1 が約 6.45(sec)、case2 が約 7.14(sec)である。横揺れは自己相関の強い運動であることから、各実験ケースにおける固有周期はこれらの平均動揺周期近傍にあることが推測できる。

Figs.12 Observed time series

Fig.13 Correlogram of observations in each experiment

Fig.14 Spectrum of observations in each experiment

モデリングは数値実験と同じ条件で行った。すなわち、

CAR モデルの次数は 2 次から 5 次とし、超パラメータの値は離散的探索法で与え、モデル次数は MAICE 法で決定した。Figs.15 に各 CAR モデルの次数における AIC を示す。これらの図から AIC は、case1 で次数 2 の結果が、case2 で次数 4 の結果が、それぞれ最小値であることが分かり、それぞれの実験においてこれらの次数の CAR モデルが統計的に最も良いモデルであると判断できる。

数値実験の結果から、SOSS モデルの状態推定の方法として、MCF による状態推定法の有効性が確認された。実船実験に関しては、MCF による状態推定法を用いて動揺パラメータの推定を行った結果について示す。MAICE 法で決定された次数の CAR モデルを Figs.12 の時系列データに当てはめて逐次的に直接推定した動揺パラメータを Figs.16 および Figs.17 に示す。Figs.16 は case1 の結果であり、Figs.17 は case2 の結果である。図中には、数値実験の結果と同様、MCF で推定した確率密度関数の確率分布を、下から 16% 値 (細線)、期待値 (太線) および 84% 値 (細線) でそれぞれ推定結果として図示した。また、井関ら⁴⁾の模型実験結果に基づく推定値を $\epsilon(Exp.)$ および $f(Exp.)$ として併せて示した。これらの図から、各ケースとも概ね安定した推定値が得られていることが分かる。特に、減衰力係数の推定結果は、井関ら⁴⁾のオンライン推定法による推定結果が非常に不安定であり極大値の包絡線を推定値としていることと比較すれば、非常に良好である。また、MCF による動揺パラメータの推定値の時間平均に関しては、減衰力係数は case1 が 0.0802、case2 が 0.0806 であり、固有周波数は case1 が 0.146、case2 が 0.143 であった。実船実験の結果は、井関らの模型船実験に基づく推定値と若干異なるものの、井関ら⁴⁾のオンライン推定法による推定結果と同様、各ケースとも略同程度の値を推定している。模型船実験に基づく推定値の信頼性の問題を考慮すれば、提案する動揺パラメータの推定法は、実用上問題ない範囲で推定が行えていると考えられる。このことから、検討し

たい船舶の模型船実験が実施できない場合においても、提案する方法を用いて実船の動揺の時系列データから概略の動揺パラメータを推定できると考えられる。

また、提案する方法は緒言で述べた従来^{3),4)}の方法を解決したと考えられる。すなわち、本研究では、状態推定とパラメータ推定を同時に行うことで、非線形最適化の実施ならびに非線形代数方程式を解く必要がなく、かつ、統計的に最も良い動揺パラメータを逐次的に直接推定することが可能となった。このことから、提案する方法は、計算時間の問題があるものの、従来^{3),4)}と比較して有用であると考えられる。

Figs.16 Estimates of the ship motion parameters for case1

Figs.17 Estimates of the ship motion parameters for case2

6. 結 言

本論文では、船舶の線形横揺れ運動方程式を連続型自己回帰 (CAR) モデルに変換するとともに、同モデルを離散化して状態空間モデルで表現し、状態とパラメータを同時に推定するために、状態空間モデルを自己組織型状態空間 (SOSS) モデルに拡張した。状態とパラメータを同時に推定する方法としてモンテカルロフィルタ (MCF) を用いる方法を採用した。提案した動揺パラメータの直接推定法の有効性は数値計算で生成した Roll の時系列データを用いた数値実験により検証し、実用性は実船実験によって検証した。両実験の結果から、以下のような知見が得られた。

(1) 有色雑音である波浪外力を高階微分によって白色化す

る方法は、パラメータ推定における推定精度の向上に対して効果がある。すなわち、種々のモデル次数に対して状態推定を行い、その結果得られる尤度を用いれば MAICE 法によって統計的に最も良い CAR モデルの次数が選択される。

- (2) 数値実験の結果に基づけば、非線形状態空間モデルである SOSS モデルの状態推定の方法としては、MCF による状態推定法が、EKF による状態推定法と比較して、高い推定能力を有していることが分かり、有効であることが示された。
- (3) 数値実験の結果では、MCF によって推定した動揺パラメータの期待値の時間平均は、入力として与えた動揺パラメータの値と良く一致した。
- (4) 数値実験の結果に基づけば、データ構造を最も良く表現する CAR モデルを AIC で決定すれば、動揺パラメータのみならず、波強制力をも概略推定することが可能であった。
- (5) 実船実験の結果では、模型船実験に基づく推定値と若干異なるものの、各実験ケースとも略同程度の値が推定できた。このことから、検討したい船舶に関する模型船実験が実施できない場合においても、提案する方法を用いて実船の動揺の時系列データから当該船舶の動揺パラメータを推定できる。
- (6) 動揺パラメータの推定に関する従来^{3),4)}の方法との比較から、提案する方法は有用である。

以上のような知見を踏まえると、提案した動揺パラメータの直接推定法は、載貨状態によって異なる動揺パラメータを実船の動揺データの時系列解析で推定することを可能にするなど、実船モニタリングデータの有効活用という観点から非常に有力な方法になり得ると考えられる。

今後の課題として、提案する方法の更なる検証のために、近年就航した大型船舶など種々の船舶の動揺データに対する解析を実施することが必要である。また、モデルの多自由度系への拡張および非線形項を含めたモデルによる定式化なども必要である。さらに、MCF に関しては、北川によって指摘されているとおり計算効率を向上させるための並列計算の利用が必要であり、並列化に適した計算法を開発する必要がある¹⁸⁾。

謝 辞

本研究を実施するにあたって、東京海洋大学海洋工学部海事システム工学科教授・井関俊夫先生から多大な援助とご協力を頂きました。ここに感謝の意を表します。また、本研究の一部は、財団法人日本科学協会の平成 19 年度笹川科学研

究助成を受けるとともに、平成 20 年度大学共同利用機関 情報・システム研究機構 統計数理研究所若手研究短期集中型の一部として実施された。動揺パラメータの推定計算には同研究所のスーパーコンピュータシステム ismaltx を利用させて頂いた。関係各位に深く感謝致します。最後に、CAR モデルに関してご教授頂いた東京海洋大学大学院海洋科学技術研究科特任教授・大津皓平先生、MCF に関してご討論頂いたパーティクルフィルタ研究会（九州工業大学）の生駒哲一先生およびメンバーの先生方に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Iseki, T, Terada, D: Bayesian Estimation of Directional Wave Spectra for Ship Guidance System, Transactions of The ISOPE, VOLUME 12, NUMBER 1, 2002, pp.25-30.
- 2) 山内保文：船の動揺の時系列論的解析について，日本造船協会論文集，第 99 号，pp.47-64, 1956.
- 3) 大津皓平、北川源四郎：実船データによる動揺パラメータの統計的推定 - 連続型自己回帰モデルの応用 - ，日本造船学会論文集，第 165 号，pp.181-191, 1989.
- 4) 井関俊夫、大津皓平：船体動揺パラメータのオンライン推定について，日本造船学会論文集，第 186 号，pp.107-113, 1999.
- 5) Kitagawa, G.: A Self-organizing state space model, Journal of the American Statistical Association, Vol.93, No.443, pp.1203-1215, 1998.
- 6) 原田俊嵩、佐藤忠信：モンテカルロフィルタを用いた構造物の非線形動特性の同定，土木学会年次学術講演会講演概要集, Vol. 56, No. B, pp.14-15, 2001.
- 7) Arnaud Doucet, Nando de Freitas and Neil Gordon (eds): Sequential Monte Carlo Methods in Practice, Springer, 2001.
- 8) 三井斌友、小藤俊幸、齊藤善弘：微分方程式による計算科学入門，共立出版社，2004.
- 9) 北川源四郎：時系列解析入門，岩波書店，2005.
- 10) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977.
- 11) 松原望：入門確率過程，東京図書，2003.
- 12) 森正武：FORTRAN77 数値計算プログラミング(増補版)，岩波書店，1987.
- 13) Kitagawa, G.: Monte Carlo Filter and Smoother for non-Gaussian nonlinear state space model, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 14) Matsumoto, M., Nishimura, T.: Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, ACM Transactions on Modeling and Computer Simulations 8, pp.3-30, 1998.
- 15) Akaike, H: Information theory and an extension of the maximum likelihood principal, 2nd International Symposium of Information Theory (B. N. Petrov and F. Csaki, eds., Akademiai Kiado, Budapest), pp. 267-281, 1973.
- 16) Andrew H. Jazwinski: Stochastic Processes and Filtering Theory, Dover Publications, Inc., 2007.
- 17) 山内保文 (監修)：船舶・海洋技術者のための不規則現象論，海文堂，1986.
- 18) 北川源四郎：予測と発見を目指す統計科学，日本統計学会誌，第 37 巻，第 1 号，pp.25-36, 2007.

Appendix

$b_1 \sim b_m$ の時間変化の滑らかさに関する制約モデルの分散共分散行列 $\mathbf{Z}_m$ は(A-1)式のように定数 δ と $\mathbf{Z}_m'$ の積で表す。統計的に最も良いモデルを推定するための反復計算は δ を変化させることによって行った。

$$\mathbf{Z}_m = \delta \cdot \mathbf{Z}_m' \quad (\text{A-1})$$

次数 4 から 5 の $\mathbf{Z}_m'$ を以下に示す。なお、すべての次数において要素 $\mathbf{Z}_{11}'$ が 1 になるように規格化した。

(1) CAR モデルの次数=4

$$\mathbf{Z}_2' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{\pi^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A-2})$$

(2) CAR モデルの次数=5

$$\mathbf{Z}_3' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{3\pi^2} \\ 0 & \frac{5}{3\pi^2} & 0 \\ -\frac{5}{3\pi^2} & 0 & \frac{5}{\pi^4} \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$