Propeller の最大効率の條件に就て

造船協會 正員 工學士 河 田 三 治

Abstract

On Maximum Efficiency Propellers.

Sandi Kawada, Member.

The paper shows that the profile resistance of the propeller blade elements has a large influence on the determination of the maximum efficiency propeller and two simplest cases of constant angle of incidence and constant pitch propeller are investigated.

此の問題は今迄何回も論ぜられたものであつて、別に新しいことではないが、尙一回此處に論じて見ようと思ふ。

本論に入る前に、此の問題を取扱ふ上には如何なる propeller 理論を採用すべきかを定める必要がある。此處では propeller の翼列理論を基にして見ようと思ふ。之れは其の一部を嘗て著者が造船協會會報第 46 號に述べたものであるが、其の大略を述べれば次ぎの如きものである。

propeller の半径 r に在る總べての翼素を取り出して考へて見ると、夫れは第一圖の如く、翼列即ち無限多葉となるのであつて、翼素の周りの流れは大體此の翼列の周りの二次元の流れとして取扱つて差支へない。但し翼素に對する流體の速さは、見掛けの上では propeller の進行速度 v と其の圓周速度 ωr の合成である様に見えるかも知れないが、所謂流入速度があつて、propeller の附近では、其の軸方向に、 w_a だけの速さが付け加はつてゐる譯である。(第 2 圖)

propeller の理論の種類に依つては(一例は渦の理論)、圓周方向にも流入速度がある様に考へることもあるが、之れは實際に存在しないもので、今の場合は考へてはならぬのである。之れは翼素を翼列と考へず 1 つだけに目を着けて、單葉と考へる爲に、翼素の相互干渉を何等かの方法で表はす必要が生じ、其の爲めに便宜上假想せられたものに過ぎないのは、著者は昨年秋應用力學大會で述べたことがある。

2 次元の翼列の理論は前出の會報⁽¹⁾に述べた通りであるから、重ねての記

第 1 圖

(6) $\equiv$ (7) と置くと、 w_a が次の如くに求められる。

$$w_a = \frac{v}{2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{N\omega J}{\pi v^2}} - 1 \right\} \dots\dots\dots (8)$$

普通の場合に於ては、 w_a は v に比して小さいものであつて、 $\left(\frac{w_a}{v}\right)^2$ は 1 に比して省略出来るものである。此の場合には

$$w_a \doteq \frac{N\omega J}{4\pi v} \dots\dots\dots (8)'$$

となる。

愈々本論に入ることにして、propeller の最大効率の條件を求めて見よう。此爲には一定の power に對して、最大の有効な仕事を爲す様にすれば可いので式で書けば

$$\int \omega dQ = \text{一定}$$

$$\int v dT = \int \eta \omega dQ = \text{最大}$$

となる。

これは Calculus of Variation の法則に依つて簡単に求められ、各翼素の効率 η が r に關係せず一定になれば可いこととなる。

さて効率 η の式は

$$\eta = \frac{v dT}{\omega dQ} = \frac{1 - \frac{NJ}{4\pi\omega r^2} - \mu \cdot \frac{v + w_a}{\omega r}}{1 + \frac{w_a}{v} - \mu \cdot \frac{NJ}{4\pi r}} \dots\dots\dots (9)$$

但し

$$\mu = \frac{c_r}{c_z H_0}$$

となるが、 w_a が v に比して小さいのが普通であるから、(8)' の式を用ひると

$$\mu = \frac{1 - \frac{NJ}{4\pi\omega r^2} - \mu \cdot \frac{v + \frac{N\omega J}{4\pi v}}{\omega r}}{1 + \frac{N\omega J}{4\pi v^2} + \mu \cdot \frac{\omega r - \frac{NJ}{4\pi r}}{v}} \dots\dots\dots (10)$$

となる。効率最大の爲には η が一定であれば可いのであるから、(10) の式を J に就きて解けば、効率最大の爲の循環が求められる。即ち

$$\frac{N\omega J}{4\pi v^2} = \frac{\left\{1 - \eta - \frac{\mu(1 + \eta z^2)}{z}\right\} z}{\frac{1 + \eta z^2}{z} + \mu(1 - \eta)} \dots\dots\dots (11)$$

$\frac{N\omega J}{4\pi v^2} = \frac{w_a}{v}$ であつて、此の式は効率最大の爲の流入速度の分布を示してゐるものとも見られる。此の式から氣が付くことは、 J の値は μ 即ち断面の形の抵抗（摩擦抵抗形状抵抗）に依つて異なるもので、 $\mu=0$ とした時の J の分布は $\mu \neq 0$ のときは、決して最大効率の條件に適してゐるものではないことである。

此の事實は Karman-Bienen 等が氣が付いてゐることであるが、惜しいことには $\mu=$ 一定の場合しか論じてゐない。一般に云へば μ は、翼素の入射角、其の中心からの距離及び幅の函数であるが、航空機用の propeller の如く、翼数少なく、且幅の小なものでは $H_0 \doteq 1$ であつて、入射角のみの函数と考へて可い。兎に角 μ は z の直接の函数ではない。故に (11) より J を求める爲には、 μ を或は入射角を z の適當な函数として決めて掛からぬと都合が悪い。一番簡單なのは $\mu=$ 一定とすることであつて、此の場合は又 $H_0 \doteq 1$ と見れば、入射角一定と假定する場合である。此の入射角は實際の入射角であつて、流入速度を考へぬ時の入射角即ち見掛けの入射角とは少し異なるが、大體見掛けの入射角一定のときと考へても差支へ無いであらう。

もう一つの簡単な場合は $\mu \propto z$, $\mu = az$ とする時である。之れは後に示す如く、一定 pitch の propeller に大體相當するものである。入射角一定の propeller 及び pitch 一定の propeller は最も定義し易い propeller であるから以下此の種類の就いて論ずることとしよう。一定 pitch の propeller に就いては第 3 圖より H を歩み即ち幾何 pitch の回轉數倍とし

$$\sigma = \frac{H - v}{v}$$

とすれば入射角は

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{Arctg} \frac{H}{\omega r} - \text{Arctg} \frac{v}{\omega r} \\ &= \text{Arctg} \frac{\sigma}{z + \frac{1 + \sigma}{z}} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

となる。

z の餘り小さくない時は大體

$$\alpha \doteq \frac{\sigma}{z} \dots\dots\dots (13)$$

となる。他方に於て、 $\mu = az$ (a は常數) とすれば

第 3 圖

$$\frac{c_x}{c_z H_0} = az$$

c_x は翼断面の使用に耐へる入射角の範囲内では大體一定であり、 c_z は入射角に比例し大體無揚力内から計算すれば

$$c_z = 2\pi \sin \alpha$$

となり、又 H_0 は大體に於て 1 に近いものである故、上の關係より

$$\alpha = \frac{c_x}{2\pi az} \dots\dots\dots(14)$$

第 4 圖

のでなければならぬ。

大體の計算に於ては $\mu = b\phi(z)$, $\mu = cz\phi(z)$ の形に置けば可いので、 $\phi(z)$ は此の尖端効果を表すも

と出て来る。即ち $\mu = az$ とするは大體一定 pitch の propeller と假定することになる。(實際の入射角と、見掛けの入射角は前と同じく混同して)。而して比例係数 a の値は大體

$$a = \frac{c_x}{2\pi \sigma} \dots\dots(15)$$

となる。

第 4 圖は此の 2 つの場合の $\frac{N\omega J}{4\pi v^2}$ の値を示すものである。

是迄では基礎となる理論が propeller の尖端の損失を考へに入れてゐないもので、従つて之れを考へぬ場合の propeller の話であるから、實際には尖端に近い翼素は他の部分のもの程の揚力が得られず、一方抵抗は餘り變化がないのであるから、 μ の値が同じ入射角であつても大きくなる。

即ち實際に於ては上に論じた 2 つの場合と雖も、 $\mu = \text{一定}$ 、或は $\mu \propto z$ とするは當らず、尖端に行くほど μ は大となり遂に無限大になる様なも

ので、Prandtl の方法より導き出せるものである。然かし今回は唯其の可能であることを述べるに止り、以下再び尖端効果を省略して取扱て見る。

推力 T を求めるには (4) の式に (11) を入れて積分すれば可いのであるが、大略の T を求めるには (4) の式に於て、第 1 項のみが主なるものであるから、第 2 項、第 3 項は省略して計算すると簡単である。

計算の結果は

$\mu = \text{一定の時}$

$$T_c = \frac{4(1-\eta)}{\eta Z^2} \left\{ Z^2 - \frac{1}{\eta} \ln(1 + \eta Z^2) \right\} - \frac{8\mu}{\eta Z^2} \left\{ \frac{Z^3}{3} - \frac{1-\eta}{\eta} Z + \frac{1-\eta}{\eta \sqrt{\eta}} \operatorname{Arctg} Z \sqrt{\eta} \right\} \dots (16)$$

第 5 図 の 1

$\mu = az$ の時は

$$T_c = \frac{4(1-\eta)}{\eta Z^2} \left\{ Z^2 - \frac{1}{\eta} \ln(1 + \eta Z^2) \right\} - \frac{8a}{\eta Z^2} \left[\frac{Z^4}{4} - \frac{1-\eta}{2\eta} \left\{ Z^2 - \frac{1}{\eta} \ln(1 + \eta Z^2) \right\} \right] \dots (17)$$

但し

$$T_c = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho v^2 \cdot \pi R^2}, \quad Z = \frac{\omega R}{v}$$

此の T_c は普通使用される係数であるが、此の代りに

$$c_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho v^2 \left(\frac{v}{w} \right)^2}$$

第 5 圖 の 2

を取つて考へても可い譯である。 T_0 には R を含んでゐるが、 c_T には之を含んでゐない。此の點は T を知り R を求める場合等には極めて便利な係數である。

翼の幅 t と循環 J の間には薄い曲りのない翼に就きては理論的に

$$tH_0 = \frac{4v}{N\omega} \cdot \frac{\frac{N\omega J}{4\pi v^2}}{\sqrt{1+z^2} \sin \alpha - \frac{N\omega J}{4\pi v^2} \cos \left\{ \text{Arctg} \frac{1}{z} + \alpha \right\}} \dots\dots\dots (18)$$

なる關係が出て来る。一般の翼断面に就いては單葉として實驗し λ を下の式より求めれば

$$C_2 = 2\pi(1+\lambda)\sin \alpha$$

總べての角を無揚力角より計算するものとすれば

$$(1+\lambda)tH_0 = \frac{4v}{N\omega} \cdot \frac{\frac{N\omega J}{4\pi v^2}}{\sqrt{1+z^2} \sin \alpha - \frac{N\omega J}{4\omega v^2} \cos \left\{ \text{Arctg} \frac{1}{z} + \alpha \right\}} \dots\dots\dots (19)$$

となる。翼の幅 t が其の距りに比べて小さい時は

第 6 圖 の 1

第 6 圖 の 2

$$H_0 = \frac{1}{1 + \frac{\pi t}{2k} \cos \beta} \dots \dots \dots (20)$$

で表はせるから

$$t = \frac{D}{1 + \lambda - \frac{N\omega \cos \beta}{4vz} D} \dots \dots \dots (21)$$

$$D \equiv t H_0 (1 + \lambda)$$

となる。

第 6 圖は tH_0 の値を示したものであるが、航空機の propeller の場合には $H_0 = 1$ であるから t の値を示すものと考へられる。 $\mu = \text{一定}$ の場合は尖端に到るほど急激に t が小さくなつて、形が少し變なものになる。 $\mu \propto z$ の場合は之に反してもつと合理的なものになるのが判かる。尙尖端効果を考へに入れば尖端はもつと狭くなるわけである。

最後に此の方法での propeller (航空用) 設計の例として、斷面は 薄い曲りのないものと考へ、理論的の揚力係数を使用して其の外形を求めると第 7 圖の如くなる。

(終)

第 6 圖 の 3