縦動揺に伴ふ船の横の不安定の力學的性質に就て

正員 工學博士 渡 邊 惠 弘

Abstract.

On the Dynamical Properties of the Transverse Instability of
a Ship due to Pitching.

By Dr. Y. Watanabe, *Member*.

It is known that the transverse metacentric height of a ship, when trimmed or on the wave crest, is reduced, sometimes even becoming negative. Therefore when she is pitching on the wave, she will become unstable instantaneously if the angle of pitch is large. In this paper, the dynamical properties of this transverse instability are treated. According to the calculation, the reduction of a metacentric height can only in very small measure be attributed to the reduction of the trimmed water plane area contrary to the general belief, and also the effect of the wave form is not so large for an ordinarily formed ship, assuming the standard wave adopted for strength calculation, but the reduction should be considered to be mainly owing to the rise of the centre of gravity of the ship due to trim. Therefore the reduction is large as the longitudinal metacentric height is large and the angle of trim increases. The rolling motion of such a ship is called the "quasi-harmonic oscillation", and has the critical ranges of periods for which the instability of motion occurs, compared with the only one critical value of period for the simple harmonic oscillation. The problem for such a motion can be generally solved by the Hill's method.

In consequence of the executed calculation, the dynamical transverse instability occurs not only when the angle of pitch is so large as the instantaneous negative GM appears, but even when the pitching angle is small, although in less magnitude.

The critical range of instability increases as the angle of pitch increases, and also as the longitudinal metacentric height gets more. This tendency is not much altered, if the effect of the change of water plane area due to the trim and wave form is rejected. The multiplication factor of the amplitude during a single swing is adopted for the definition of the grade of instability which occurs in the critical period. This grade of instability depends mainly on the ratio of the longitudinal metacentric height to the transverse one. For the ordinary value of this ratio, approximately 200, the grade of instability is nearly two, assuming the max. pitching angle 5° . This value may be taken as the standard of the ratio of the two kinds of metacentric height, and if the ratio is less than this standard, the ship will be more stable; if greater, more unstable and the manoeu-

vering will be more difficult. When a ship rolls, lying transversely on the wave, the motion is less as the metacentric height is less, while, when lying longitudinally on the wave, the motion is more stable as the metacentric height is greater,—this fact may be noteworthy. As the result of the analysis, the lower limit of the transverse metacentric height, from the point of view of the transverse instability due to pitch, is obtained as follows:

$$M_0 \geq \frac{C\phi}{12C_b} \cdot \frac{(L/100)^2}{d}$$

where M_0 : transverse metacentric height. C_b : block coef.

L : length of ship, d : draught of ship.

ϕ : function of water plane coef. C_w and $\phi = \frac{C_w}{3-2C_w}$

C : const. $\begin{cases} 4 & \text{for merchant ships,} \\ 3 & \text{,, warships.} \end{cases}$

1. 緒 言

船が trim をすると其 effective の GM が減少する事及び船が波の進行と同じ向きにある時、波の頂に於て矢張り GM の減少を來す事は一部の人に知られて居る。⁽¹⁾ 若し船が波の上で縦動揺をする時は是等の事實は二つ共に起り、一時的に GM が負とさへなり得る譯である。然し一時的に GM が負となり、静力學的に不安定になつても暫くすると亦 GM が正となる。此様に GM が週期的に正と負の間を往復する時静力學的の考へから船の安定の問題を決定するのは早計であつて、動力學的の見地より考察しなければ妥當ではない。

此論文の目的は以上の様な船の性質を動力學的に考へて見やうと云ふのである。唯此處で一言すべきは波の頂に來た時の GM の減少は特殊の形をした船(例へば吃水線以上で急に幅が狭くなつた船⁽²⁾)では非常に大きい、此様な船の場合には横動揺角と righting couple とは一次の關係が成立しない故、理論的に取扱ふ事は殆んど不可能である。夫で此處では此様な特殊の形の船は除き、普通の形狀の船に就て調べて見るのであつて、此の影響は極めて小さい事は想像に難くない。上に述べた様に GM の減少の原因は二通りある故、以下の説明の便宜の爲、是等を trim の影響及び波形の影響と云ふ簡単な言葉で現す事にする。

2. Trim による GM の變化

船が α だけ trim すれば浮力の中心 B_0 は B に移り普通 α は小さい故、此の範圍で縦の metacentre 半径 $R = B_0M_L$ は一定と見られる。故に $BM_L = R$ である。船が wl の吃水面で浮ぶとし、此の吃水面の縦軸の周りの慣性力率を i_a 此の時の横の横の metacentre を M とすれば

(1) Doyère: Theorie du Navire p. 176 及 p. 324.

(2) France の軍艦 "Gaulois" は此形を有し、是と同型の軍艦が此種の原因で遭難した事を Doyère の本で記載して居る Loc. Cit. p. 327 及 225.

$$BM = \frac{i_a}{V_0}$$

但し V_0 は此の時の排水容積。

故に此の時の船の横の方向の meta-centre の高さは $G'M$ で是を m_a とし又 $GM_L = m_l$ と置けば

$$m_a = G'M_L - MM_L = G'M_L - BM_L + BM = m_l \cos \alpha - R + \frac{i_a}{V_0}$$

$$= m \cos \alpha - m_e - a + \frac{i_a}{V_0} = \frac{i_a}{V_0} - a - m_l \cdot \frac{\alpha^2}{2}$$

$w_0 l_0$ の縦軸の周りの慣性力率を i_0 , $i_a - i_0 = \Delta i_a$ とすれば

$$m_a = \frac{i_0}{V_0} - a - m_l \cdot \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\Delta i_a}{V_0} = m_0 - m_l \cdot \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\Delta i_a}{V_0} \dots \dots \dots (1)$$

m_0 は直立状態の横の metacentre の高 GM_0 である。又 $\frac{\Delta i_a}{V_0} = \Delta r$ と置けば、是は吃水面の形が變つた爲の横の metacentre 半径 r の變化を表はし、即ち

$$m_a = m_0 \left\{ 1 - \frac{m_l}{m_0} \cdot \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\Delta r}{m_0} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

此式より見る様に trim した爲の GM の變化を起すには二つの原因がある。一つは trim の爲の重心の位置の上昇によるもので (2) の括弧内の第 2 項に當り、他は吃水面の形が變つた事に依るもので第 3 項に當る。第 2 項の常に負である事は明であるが、第 3 項は吃水面の形が小さく爲ると負となり、大きく爲ると正となる。⁽³⁾

是等を貨物船及輕巡洋艦に就て計算したのが Fig. 1 及 Fig. 2 である。是等より見る様に軍艦の場合は trim by bow の場合は Δr は負で、trim by stern の時は極めて小さい正值を取る。貨物船の時は何れの方に trim しても Δr は正である。然も Δr は重心上昇に依る減少に比較すると小さい。故に大體に於て此の吃水面の變化に依る GM の減少は軍艦の如き fine な船の trim by bow の時に

(3) Δr の計算は普通のやり方で勿論出るが、Poncelet の圖式計算法によれば非常に簡單である。附録 I に示す。

於てのみ起り、貨物船の様な full な船では何れの trim に於ても、寧ろ此の原因の爲には、 GM がます傾向を有する事が分る。重心の上昇の影響が GM の變化に非常にきいて、此頂は負なる故、trim に際し GM を減少せしめ様とする。是等の二つの影響を與へた時の m_a を計算したのが Fig. 3 及 Fig. 4. であつて、是等より見ると吃水面變化の影響は一寸見ては分らぬ位で、主として重心上昇による影響が強く響いて、何れの方に trim しても GM が減少して居る。

此の様に trim angle の α に依つて GM が

非常に變る故、船の安定問題は、船の縦動揺角 α に依つて極る。汽船が $\pm\alpha_0$ の間を動くとし $\frac{\alpha}{\alpha_0} \equiv \alpha_1$ なる變數を取れば α_1 は ± 1 の間を取る。従つて重心上昇の影響は $\frac{\alpha_0^2}{2} \frac{m_1}{m_0} \alpha_1^2$ である。吃水面變化の影響は Fig. 1 及 2 より考へられる様に大體 α の 2 次式で近似的に現はし得る。即ち trim by bow の α を正に取れば

$$\frac{\Delta r}{m_0} = -(a\alpha + b\alpha^2) = -(a_1\alpha_1 + b_1\alpha_1^2), \quad \left(\begin{matrix} a_1 = a\alpha_0 \\ b_1 = b\alpha_0^2 \end{matrix} \right) \dots\dots\dots (3)$$

例へば Fig. 2 の場合は $\alpha_0 = 5^\circ$ に取れば $a_1 = b_1 = 0.116$ となる。

従つて trim に依る GM の變化は

$$m_a = m_0 \left\{ 1 - a_1\alpha_1 - \left(b_1 + \frac{\alpha_0^2}{2} \frac{m_1}{m_0} \right) \alpha_1^2 \right\} \dots\dots\dots (4)$$

3. 波の形の影響による GM の變化に就て

船が波の頂に等しい容積を排水して直立状態にあつたとすると、新らしい吃水面 w_1l_1 と元の w_0l_0 とを見るに w_1l_1 は艀部で著しく面積を失つて居るが、中央部及艀部は餘り變らぬ。此の爲に BM の値が減少する。此の時 B は w_0l_0 の時に比して上昇する故 M 點の移動は極めて小さい。同じ様の事は波の谷に於ても起り、唯反對の現象となる。是等の爲の GM の變化を計算する事は

は勿論可能であるが、大體に於ける尤も悪い状態の最大値の見當は次の様にして求められる。波頂にある時を見るに、此の時吃水面積の減少は艀部の水線の位置による故急峻な波になる程 w_1 が低くなり、此の影響が大きくなる。強度の堪え得る標準波以上の急峻な波を考へる必要ない故、今船の長さに等しい波長で波高がその $1/20$ なる強度計算に於ける標準波を考へると大體 $w_0w_1 = \frac{L_s}{40}$ (L_s : 船の長) である。船の縦動揺角は先づ 5° が最大と考へられる故、是を計算の標準に取り、 5° の trim by bow の状態を考へると、此の時の艀部の水面と w_0 との距離 w_0w_1 は大體 w_0w' の半分である。従つて艀部の影響は水線の w_0 から距離に比例すると考へると、吃水面變化の影響は w_1l_1 の時の半分の order となる。尚ほ波形による浮心の上昇は艀部に於ける $w'l'$ の大きい面積で w_1l_1 の狭い面積を置き替へる事に依つて補ふと見れば、此の様にして w_1l_1 なる吃水面に於ける GM の變化の大體の order を導く事が出来る。是は非常に粗笨な考なる故、誤差は免れ得ないが、非常に severe に考へて居る故波形の影響を過大に見積つて居るものと見られ、従つて此の假定より出發した結論は實際よりも severe 過ぎるものと見て宜からう。

従つて波頂に於ける GM の減少率を Δm_w とすれば (3) の中に $\alpha_0 = 5^\circ$ と置き

$$\Delta m_w = -\frac{a_1 + b_1}{2}$$

波底に於ては此の反對の考をすればよく $\pm 2.5^\circ$ の trim の範圍で Δr の變化を一次的に假定すれば波底に於ける GM の増加率は $\Delta m_w = \frac{a_1 + b_1}{2}$ となる。即ち船は波の上に浮んで居る時 $\pm \frac{a_1 + b_1}{2}$ の割合で GM の變化が波の週期と同じ週期で起る。

4. Trim の影響及波形の影響が共に起つた場合

此の 2 つの影響が共に存在する時を考へるに、波の頂で船が直立状態より少し trim すれば夫だけ艀部の吃水線の位置が變り、艀部が沈めば吃水面積が増し、浮けば減少する故、此の 2 つの影響は附加的 (additive) のものと第 1 近似的に考へられる。従つて此の 2 つが共に存在する時は夫等の影響を單に加へ合せれば宜い。

是等を加へ合せるに際し severe condition を取る意味から船が波頂にある時を時間の原點に取

り、此の時丁度船が max. trim by bow の状態にありとする。而して縦動揺と波の出遭の週期 (period of encounter) とを組合せるに次の 2 つの場合が severe condition として考へられる。

(a) 波の出遭の週期と縦動揺の週期とが等しい場合

是は明に縦動揺が波に共揺をした場合である。此の時波形の影響による GM の變化の割合は $\Delta m_w = -\left(\frac{a_1+b_1}{2}\right) \cos pt$ 今縦動揺を $\alpha = \alpha_1 \cos pt$ と置けば $\Delta m_w = -\frac{a_1+b_1}{2} \alpha_1$ 従つて trim の影響と波形の影響とが共に起つた場合の GM は (4) に加へせて

$$m = m_a + m_0 \Delta m_w = m_0 \left[1 - \frac{3a_1+b_1}{2} \alpha_1 - \left(\frac{\alpha_0^2}{2} \frac{m_1}{m_0} + b_1 \right) \alpha_1^2 \right] \dots\dots\dots (5)$$

(b) 波の出遭の週期が縦動揺の週期の半分の場合

此の状態は規則正しい波の場合には起り得ないが、不規則な波の上では起るかも知れぬ故考へる必要がある。

$$\Delta m_w = -\frac{a_1+b_1}{2} \cos 2pt = (a_1+b_1) \alpha_1^2 - \frac{a_1+b_1}{2}$$

$$\therefore m = m_0 \left[1 + \frac{a_1+b_1}{2} - a_1 \alpha_1 - \left(\frac{\alpha_0^2}{2} \frac{m_1}{m_0} + a_1 + 2b_1 \right) \alpha_1^2 \right]$$

或は $m_0 \left(1 + \frac{a_1+b_1}{2} \right) = m_0'$ とすれば

$$m = m_0' \left[1 - \frac{a_1}{1 + \frac{a_1+b_1}{2}} \alpha_1 - \frac{\frac{\alpha_0^2}{2} \frac{m_1}{m_0} + a_1 + 2b_1}{1 + \frac{a_1+b_1}{2}} \alpha_1^2 \right] \dots\dots\dots (6)$$

a_1, b_1 は小さい故 m_0 と m_0' との差は小さい。

5. GM の變化の一般的表示

(5) 及 (6) で求めた様に GM は一般に α_1 の 2 次式で現はし得る。故に m と α_1 の曲線は大體右圖の如くなり、 m は α' 及 $-\alpha''$ の 2 つの角で zero となる。而して若し α の正值を trim by bow に取れば α'' は α' より大きい事は前の説明で明である。従つて

$$\frac{m}{m_0 \text{ or } m_0'} = 1 - \left(\frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{\alpha''} \right) \alpha_1 - \frac{1}{\alpha' \alpha''} \alpha_1^2$$

今 $\frac{\alpha'}{\alpha''}=e$ と置けば e は 1 より小さく、 m 曲線が左右對稱の拋物線の時は $e=1$ 又 $\alpha''=\infty$ なる直線なる時は $e=0$ である。故に普通の船では e は 0 と 1 の間にある事が明である。又 $\frac{1}{\alpha''}=\sigma$ と置けば、是は縦動揺角と $GM=0$ となる bow に於ける trim angle との比であつて、是が 1 より小なる時は船は常に $GM>0$ であり、1 より大きい時は一時 $GM<0$ となる性質の縦動揺を現はす。以上の置き替へを行へば

$$\frac{m}{m_0 \text{ or } m_0'} = 1 - \sigma(1-e)\alpha_1 - \sigma^2 e \alpha_1^2 \dots\dots\dots (7)$$

此の關係と (5) 及 (6) の場合を比較するに

$$\left. \begin{aligned} \text{(a) case} \quad & \sigma(1-e) = \frac{3x_1 + b_1}{2} \\ & \sigma^2 e = \frac{\alpha_1}{2} \cdot \frac{m_l}{m_0} + b_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{[b] case} \quad & \sigma(1-e) = \frac{a_1}{1 + \frac{a_1 + b_1}{2}} \\ & \sigma^2 e = \frac{\frac{\alpha_0^2}{2} \cdot \frac{m_l}{m_0} + a_1 + 2b_1}{1 + \frac{a_1 + b_1}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

更に此の他に次の様な 2 つの場合を考へる。

[c] case 波形の影響のない場合 此の時は (4) と比較して

$$\left. \begin{aligned} \sigma(1-e) &= a_1 \\ \sigma^2 e &= \frac{\alpha_0^2}{2} \cdot \frac{m_l}{m_0} + b_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

[d] case 吃水面の變化の影響のない場合 之は GM の變化は重心の上昇に依る丈と考へた場合で $a_1=b_1=0$ である。

$$\therefore m = m_0 \left[1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \cdot \frac{m_l}{m_0} \alpha_1^2 \right] \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore \sigma(1-e) &= 0 \text{ or } e=1 \\ \sigma^2 e &= \frac{\alpha_0^2}{2} \cdot \frac{m_l}{m_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

即ち (7) の右邊の σ 及 e は (8) (9) (10) 及 (12) の各一對の式より計算せられる。[c] 及 [d] の場合を取つたのは非常に severe な状態を取つた場合と、非常に簡單化して考へた場合と、結論が如何に違つて來るかを比較する爲である。

6. 縦動揺に伴ふ横動揺

船の縦軸と波の進行の方面とが一致して居る時は、例へば一時的に GM が負となつても外より disturbance が與へられぬ限り、横動揺の問題は起らぬ筈であるが、船としては是は不可能で舵を取つたり、風が吹く爲とか或は波が不規則であるとか云ふ理由で或る程度の横の方向の自由動揺が起り、或は又船の縦軸の方向が波の進行の方向から少しずれて居れば横動揺を起さうとする外偶力が働く。此の様な disturbance があつて横動揺が一度生ずると船の安定問題が直接に現はれて来て、若し不安定であれば此の横動揺が益々増大して来る。此の様に縦動揺と横動揺とが同時に起れば所謂 gyroscopic couple に依つて船揺を生ずる。此の船揺と縦動揺が又横動揺に影響を及ぼし横動揺の式は次の様になる。

$$I_x \frac{d^2\theta}{dt^2} - K_{xy} \frac{d^2\beta}{dt^2} - (I_y - I_z) \frac{d\beta}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + w.m. \theta = 0 \dots \dots \dots (13)$$

θ : 横動揺角 β : 船揺角 α : 縦動揺角

$$I_x = \sum m(y^2 + z^2), \quad I_y = \sum m(x^2 + z^2), \quad I_z = \sum m(x^2 + y^2),$$

$$K_{xy} = \sum mxy.$$

然るに船は普通の状態で其前後は大體對稱に近い故 K_{xy} の値は非常に小さく又 I_y と I_z とは大體同じ order の値である。従つて上式の第 2 項及第 3 項を無視しても大した誤はなく、此の様に第 1 項及第 4 項が残れば是は船揺及縦動揺の影響のない横動揺の式であつて、即ち縦動揺及船揺が起つても横動揺の本質には大なる影響は及ぼさぬ。唯此處に注意すべきは船揺は横動揺が大きくなる程増して来る故、横動揺の不安定度が増す程針路の安定が害され操縦が困難になる。

上に説明せし如く縦動揺をなして居る船には種々の disturbance により横の方向の自由動揺或は強制動揺が成立するが、安定の問題に於ては不安定な強制動揺は自由動揺の性質に依つて極る故、單に自由動揺の性質を調べて安定の條件を考へればよい。従つて此の時の横動揺の式は (13) の中の第 2, 3 項を除き m に對し (7) を入れればよい。

$$I_x \frac{d^2\theta}{dt^2} + Wm_0(\text{or } m'_0) [1 - \sigma(1-e) \alpha_1 - \sigma^2 e \alpha_1^2] \theta = 0$$

$$\frac{Wm_0(\text{or } m'_0)}{I_x} = \omega^2 (\text{or } \omega'^2)$$

と置けば ω は $\alpha_1 = 0$ の時の横動揺の frequency で m_0 の代りに m'_0 が入る事は此 frequency に若干の差を與へる事になる。又 $\alpha_1 = \cos pt$ と置けば上式は

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 (\text{or } \omega'^2) \left[1 - \frac{\sigma^2 e}{2} - \sigma(1-e) \cos pt - \frac{\sigma^2 e}{2} \cos 2pt \right] \theta = 0 \dots \dots \dots (14)$$

此の式で表はされた運動は quasi-harmonic oscillation と稱するもので普通の自由動搖の如き simple harmonic motion とは其性質を異にし、simple harmonic motion に於ては外力の週期と一致して不安定なる振動を與へる固有週期は唯一つであるのに反し、quasi-harmonic oscillation に於ては此の様な不安定な運動を起す固有週期は或る範圍に亘つて存在する。此の事は既に Meisner 等に依つて研究され諸種の本にも散見する⁽⁴⁾

此の運動を研究するには 2 つの方法があり、其 1 は Meisner⁽⁵⁾ に依つて propose された方法で、是は一般に良く知られて居り、著者も嘗て或問題に使つた事がある（日本學術協會報告第四卷）が、是は上式第 2 項の括弧の中の $\cos pt, \cos 2pt$ 等の週期函數の係数が常數項に比して小さい時は使ひ得るが、現在の場合の様に此の制限のない時は應用する事は出来ぬ。他の方法は Hill⁽⁶⁾ の方法で是は餘り使はれない様であるが Meisner の方法に於ける如き制限がなく、極く一般の場合に用ひる事が出来るが計算が面倒である。此の方法も著者は嘗て負の GM を有する船の横動搖の力學的安定を吟味する際に使つた事がある。現在の問題に對しては Hill の方法に依る。

今 (14) 式中で $pt=2\tau$ と置き t の代りに τ なる變數を使つて書き直して見る。

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \frac{4\omega^2(\text{or } \omega'^2)}{p^2} \left[1 - \frac{\sigma^2 e}{2} - \sigma(1-e) \cos 2\tau - \frac{\sigma^2 e}{2} \cos 4\tau \right] \theta = 0$$

$$\frac{\omega^2(\text{or } \omega'^2)}{p^2} = k^2, \quad 4k^2 \left(1 - \frac{\sigma^2 e}{2} \right) = \theta_0, \quad -2k^2 \sigma(1-e) = \theta_1, \quad -k^2 \sigma^2 e = \theta_2$$

と置くと此中の k は船の縦動搖の週期 T_p と横動搖の固有週期 T との比 T_p/T である。 (ω') を使ふ時は k は T_p/T より少し大きい値となる）、従つて上式は

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + [\theta_0 + 2\theta_1 \cos 2\tau + 2\theta_2 \cos 4\tau] \theta = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

此の式中に $\theta = e^{\mu\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{2ni\tau} \quad \dots\dots\dots (16)$

と置き $e^{2ni\tau}$ の係数を zero に等しく置けば次の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (\mu + 2ni)^2 b_n + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \theta_n b_{n-m} &= 0 \\ \text{但し } n &= \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \\ \theta_n &\text{ は } \theta_0, \theta_1, \theta_2 \text{ 以外のものは零} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

従つて此の式より b_n を消去すれば μ を決定する無限行列式が得られるが、之を收斂せしむる爲、 $4n^2 - \theta_0$ で割り、然る後 b_n を消去すれば Hill's determinant が得られる。

(4) 例へば Timoschenko: Vibration Problem in Engineering, p. 87.

(5) Schweizerische Bauzeitung, 1918.

(6) Whitaker and Watson: Modern Analysis, p. 413.

$$\Delta(i\mu) = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \frac{(i\mu+4)^2-\theta_0}{4.2^2-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4.2^2-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{4.2^2-\theta_0} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \frac{-\theta_1}{4.1^2-\theta_0} & \frac{(i\mu+2)^2-\theta_0}{4.1^2-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4.1^2-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{4.1^2-\theta_0} & \dots & \dots \\ \dots & \frac{-\theta_2}{0-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{0-\theta_0} & \frac{(i\mu)^2-\theta_0}{0-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{0-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{0-\theta_0} & \dots \\ \dots & \dots & \frac{-\theta_2}{4.1^2-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4.1^2-\theta_0} & \frac{(i\mu-2)^2-\theta_0}{4.1^2-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4.1^2-\theta_0} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \frac{-\theta_2}{4.2^2-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4.2^2-\theta_0} & \frac{(i\mu-4)^2-\theta_0}{4.2^2-\theta_0} & \dots \end{vmatrix}$$

$$= 0 \dots \dots \dots (18)$$

b_n の値は (17) と initial condition に依つて決定せられ、問題は解かれるのであるが、此處で必要なのは此の運動が安定か否かを知り度いので、是は (16) から見る様に μ の値できまる。而して此の場合は唯 μ が純虚数なる時のみ安定であつて實数及び複素数の時は不安定である⁽⁷⁾。此の μ を決定するには (17) は餘り複雑なる故 Hill は是を書き替へて (18) の代りに次の關係式を得た。

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2} i\mu\right) = \Delta(0) \sin^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0} \dots \dots \dots (19)$$

$\Delta(0)$ は (18) の無限行列式の中に $\mu=0$ と置いたもので従つて次の式である。

$$\Delta(0) = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1 & \frac{-\theta_1}{36-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{36-\theta_0} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \frac{-\theta_1}{16-\theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{16-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{16-\theta_0} & \dots & \dots \\ \dots & \frac{-\theta_2}{4-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4-\theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{4-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{4-\theta_0} & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\theta_2}{\theta_0} & \frac{\theta_1}{\theta_0} & 1 & \frac{\theta_1}{\theta_0} & \frac{\theta_2}{\theta_0} \\ \dots & \dots & \dots & \frac{-\theta_2}{4-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{4-\theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{4-\theta_0} & \frac{-\theta_2}{4-\theta_0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{-\theta_2}{16-\theta_0} & \frac{-\theta_1}{16-\theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{16-\theta_0} \end{vmatrix}$$

⁽⁷⁾ Whittaker: Analytical Dynamics, p. 401.

$$\left[\begin{array}{ccccccc} \dots\dots\dots, & \frac{-\theta_2}{36-\theta_0}, & \frac{-\theta_1}{36-\theta_0}, & 1, & \dots\dots\dots \end{array} \right]$$

μ が純虚数である爲の條件は $0 \leq \sin^2 \frac{\pi}{2} i\mu \leq 1$

或は $0 \leq \Delta(0) \sin^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0} \leq 1$

(16) から分る様に μ の實數値或は複素數なる時の實數部値が大きい程單位時間に振幅の増加する割合が大きくなり、従つて不安定の程度が大となる。 $\tau = \frac{pt}{2}$ に於て p は此の動搖の基本の frequency なる故、其 single swing 即ち一方の振幅より反對側の振幅に到る間の時間は $\tau = \frac{\pi}{2}$ に依つて表はされる。此の時間の間に振幅の増加する割合を「不安定度」と名づけ是を ξ で表はさう。然る時は μ_1 を μ の實數値或は複素數なる時の實數部値とすれば

$$\text{不安定度 } \xi = e^{\frac{\pi}{2} \mu_1} \dots\dots\dots (21)$$

此 μ_1 は次の様にして求められる。(19) の右邊は常に實數であつて (20) の範圍内では μ に純虚數を與へる故、此の範圍外の値を考へると

(1) $\Delta(0) \sin^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0} < 0$ なる時 是を $-a^2$ と置けば $\sin^2 \frac{\pi}{2} i\mu = -\sinh^2 \frac{\pi}{2} \mu$ なる故

$$\frac{\pi}{2} \mu_1 = \sinh^{-1} a \dots\dots\dots (22)$$

(2) $\Delta(0) \sin^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0} > 1$ なる時 是を $1+b^2$ と置き $\mu = \mu_1 \pm i$ なる複素數を取れば

$$\sin \frac{\pi}{2} i\mu = \pm \cosh \frac{\pi}{2} \mu_1$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} \mu_1 = \cosh^{-1} \sqrt{1+b^2} \dots\dots\dots (23)$$

故に不安定度 ξ は (22) 及 (23) の a 及 b が大きい程大きくなる。

此處で是から行らうとするのは σ, e, k に種々の値を與へ、是に對して (20) の條件の成立する即ち運動の安定なる範圍を定め、又不安定なる場合に對し、 ξ なる不安定度を求め様と云ふのである。前に述べた様に e は 0 と 1 の間の値を取り、 σ は 0 より大きい値で、先づ 1.5 迄の値を取れば宜い。 k は 2 以下を主として考へる。2 以上の時の性質は、2 以下の時の計算から大體に窺知せられるからである。従つて計算は $e=0, 0.5, 1.0, \sigma=0.5, 1.0, 1.5, k=0 \sim 2$ の各に就てやる。此の計算の中で特に $e=1$ の時は (15) の中の $\theta_1=0$ なる故特に別の計算式に依る。即ち (14) は

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \left[1 - \frac{\sigma^2 e}{2} - \frac{\sigma^2 e}{2} \cos 2pt \right] \theta = 0$$

となる故 $pt = \tau'$ と置けば

$$\frac{d^2\theta}{d\tau'^2} + \frac{\omega^2}{p^2} \left[1 - \frac{\sigma^2 e}{2} - \frac{\sigma^2 e}{2} \cos 2\tau' \right] \theta = 0$$

$$\therefore \frac{\omega^2}{p^2} = k^2, \quad k^2 \left(1 - \frac{\sigma^2 e}{2} \right) = \theta_0', \quad -k^2 \frac{\sigma^2 e}{2} = 2\theta_1' \quad \text{と置けば}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau'^2} + (\theta_0' + 2\theta_1' \cos 2\tau') \theta = 0$$

となり全く (15) と同形となる。故に計算の過程は全く同様であるが、此の時の μ の値を μ' とすれば不安定度は次の様になる

$$\xi = e^{\pi\mu'} \dots\dots\dots (24)$$

μ' の計算は (22) (23) と全く同じである。

7. 力學的安定計算の結果

以上の様な方法に依つて $e=0, 0.5, 1.0$ の各に就て $\Delta(0) \sin^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0}$ を計算した。 $e=0$ 及 1.0 の時は $\theta_2=0$ の形となり、 $\Delta(0)$ の計算は割合に簡単で、 $k < 1$ の時は中央 3 列 3 行で充分の収斂値を得られ、 $k < 2.5$ の範囲では中央 5 列 5 行で充分である。 $e=0.5$ の時は θ_1, θ_2 共に入つて来る故

計算は非常に厄介であるが $k < 2.5$ の範囲では中央 5 列 5 行迄取れば充分の収斂値が得られる。是を計算した結果は Fig. 5, 6, 及 7 である。是等の圖面を見ると次の事が分る。

- (1) Meisner の研究の場合の如く、何れの場合も不安定を與へる k の値は或範圍に亘つて散在し、所謂 critical range を示して居る。
- (2) $e=0.5$ の場合は $e=0$ と $e=1$ の中間の狀況を示して居る。
- (3) e の何れの値に對しても σ が 0 より漸次増すに従つて連続的に其性質が變化して居る。従つて $\sigma > 1$ の場合の如く、一時的に GM が負になる様な性質の動搖の時のみ横の方向の不安定があるのではなく、 $\sigma < 1$ 即ち GM が常に正である様な場合に於ても同じ種類の不安定が存在し、唯 $\sigma > 1$ の時は k の critical range がまし且つ不安定度 ξ が増加するものである。
- (4) $\sigma \leq 1$ の時は critical range 及不安定度は k の値に依つて餘り變らないが $\sigma > 1$ の時は k が増すに従つて是等は著しく増大し、 $k > 1$ の時は stable range は極めて狭く、殊に $k > 2$ になると殆ど stable point として存在するに過ぎぬ。是が $k > 2$ なる場合の計算を必要としない一理由である。 k の大きい事は縦動搖の週期が横動搖の夫に比して大きい事で、縦動搖の週期が大なれば GM が負となつて居る時間が長い故、不安定となる可能性の大なる常識的にも明な事である。

此の様に GM が週期的に變化する場合は GM が一定なる時に比し critical range が増し、又不安定度もまして來る故、横動搖の増加する割合が大となつて來る。此の様な性質は必ずしも船に對して直ちに危険を意味するものでなく、縦動搖に伴ふ初期の横動搖は極めて小さい故、不安定度 ξ の餘り大ならざる範圍に於ては針路の轉換により、或は縦動搖の週期の必ずしも一定ならざる等の理由により、船が危険に瀕するに到る迄に是を避くる事が出来る筈であるが、若し critical range が廣汎に亘つて居れば是等の理由に依つても横動搖の増加は中々免れ難く其上 ξ が若し大なれば横動搖は著しく増加する譯である。其上前に述べた様に船搖を生じて船の針路に不安定を與へ操縦が困難となる。此の様な性質を船は何れも多少とも先天的に有して居る故、是を全然除去する事は不可能であるが、是を少くする事は可能である。此の目的が如何にして達せられるかを調べる爲 Fig. 5, 6, 7 の中の $k < 2$ 範圍で各 e, σ に就て max. ξ を出して見た。即ち各曲線の第 1 hump, 第 2 hump 及第 1 hollow の各先端に於ける $\sin^2 \frac{\pi}{2} i\mu$ の値より (22) 又は (23) を使

つて ξ を出す。圖を見易くする爲、 ξ の代り $\log \xi$ を求めて圖に書いたのが Fig. 8 である。此の圖で第 2 hump 及第 1 hollow は $e=1$ に對する k は非常に大きい故 $e=0$ 及 0.5 のみしか取らぬ。以下の計算から分る様に此の圖を用ひ様とする目的に於ては e が可なり 1 に近い場合であつて、此様な場合に對する第 2 hump 及第 1 hollow の起る k は 2 より大きい處に行つて仕舞ふ故、此の計算の標準から遠く離れ去る。従つて $k < 2$ の範圍に限る標準を取り以下の議論は第 1 hump の曲線を基として進める事にする。 $k > 2$ の時を上の計算より推論するには次の様にすれば良い。即ち $\sigma < 1.0$ の場合は ξ の値は $k < 2$ の時と殆ど同じであり、 $\sigma > 1.0$ の時は上の標準に取つた ξ より大きくなる故、上の標準は ξ を underestimate した事になる。従つて計算の結果に適當の判斷を下せば良いのである。

8. 不安定度と船の性狀との關係

上の様に求めた結果を使つて、與へられた船が如何なる不安定度 ξ を有するか、又此 ξ を小さくするには如何したら良いかと云ふ事を調べて見やう。是には k, σ, e の一般的表示を船の性狀より出した數で表はさなければならぬ。此際前にも述べた様に船の縦動揺角を 5° に假定する。而して船が與へられると 4 で述べた様に [a] [b] [c] 及 [d] の 4 つの場合が考へられる故、各の場合に就て考へやう。 σ, e と船の性狀との關係は (8) (9) (10) 及 (12) によつて與へられ [b] の場合は k が他の場合より少し大きいが是は單に hump の起る位置が少しずれた丈、詰り $\xi_{\max}$ の起る縦動揺の週期が少し違ふ丈で不安定度には影響はない故、此の差は考へる必要がない。[a] [b] 及 [c] の各場合に於ける a_1, b_1 に對しては比較的 severe な性狀を有すると考へられる Fig. 2 に示す軍艦の例を取り

$a_1=b_1=0.1162$ に取る。而して今 $\frac{m_1}{m_0}$ を arbitrary のものとして、此の $\frac{m_1}{m_0}$ の値に依つて不安定度 ξ が如何に變るかを見やう。此の理由は 2 から明な如く縦動揺に伴ふ GM の變化は吃水面の變化及波形の影響は割合に小さく、其主たる原因は重心上昇により、是を支配するものは $\frac{m_1}{m_0}$ であるからである。

今 a_1, b_1 を上記の値に取れば (8) (9) (10) 及 (12) の各 2 式より $\frac{m_1}{m_0}$ の假定値に對する σ 及 e が計算せられる。此の結果は Fig. 9 の如く、是より見る様に σ の大きい殊に其 1 より大きいものは $\frac{m_1}{m_0}$ の大きい場合に當り即ち $\frac{m_1}{m_0}$ が

大きい時は縦動揺中 GM が負になり易い。此の σ, e に應じて Fig. 8 より interpolation により ξ を求むる事が出来る故、是と $\frac{m}{m_0}$ とを結びつけて各の場合に對する $\frac{m}{m_0}$ と $\log \xi$ との曲線が求められる。是が Fig. 10 である。

此の圖面より先づ分る事は $\frac{m_l}{m_0}$ を増せば ξ が增加する事である。殊に Fig. 9 より見る様に大體に $\frac{m_l}{m_0}$ が 200 以上になると σ が 1 より大となり、此の様な時は $k > 2$ の如き縦動揺が起れば、其時の ξ は Fig. 10 に現れたものより大きくなる。又 Fig. 10 より [a]...[d] の各場合に於て [b] は尤も severe で、[d] は尤も ξ が小さく、[a] と [c] は其中間で殆んど大差ない。然し是等 4 つの場合の曲線には餘り大した差がない事は注意すべきで、是は GM の變化の原因が重心の上昇に依つて大體極る事を證明するものである。従つて此の原因による不安定を少くするには重心の上昇を少くすれば良く、此の爲には $\frac{m_l}{m_0}$ を小さくすれば良い譯で、之が決定の標準には trim 及波形による吃水面變化の影響を全然無視した、單に重心の上昇を原因とした [d] の場合丈を取つて考へるのが尤も簡單で且つ明瞭である。此の $\frac{m_l}{m_0}$ の標準を極むるには ξ の標準を極めねばならぬが、商船に對し普通尤も安全と思惟され採用せられる m_0 の値を取り、是より $\frac{m_l}{m_0}$ の値を取つて見ると大體 200 前後に當る。是は Fig. 10 の [d] 曲線から見ると $\xi = 2$ 即ち single swing で振幅が 2 倍になる程度の不安定度である。故に $\frac{m_l}{m_0}$ の標準は先づ 200 に置くのが至當であらう。若し $\frac{m_l}{m_0}$ が更に大となれば前にも操縦が困難になり 300 位になれば ξ は 4~5 となり危険にさへなる、軍艦の如く操縦性能の良い船に對しては $\frac{m_l}{m_0}$ の制限を更に大きくしても差支へないだらう。

此の様にして縦動揺に伴ふ横の不安定を検討した結果 $\frac{m_l}{m_0}$ は一定限度を越えてはいけなと云ふ事、又此の限度は先づ 200 位な事が分つた。此の中 m_l は船の重心には殆ど關係なく、船の大さと形狀

で極つて仕舞ひ、大體船の縦の metacentre 半徑 BM_L に等しく

$$BM_L = \frac{\phi}{12C_b} \frac{L^2}{d} \quad (8)$$

此處で C_b : block coef. L : 船の長、 d : 船の吃水

$$\phi = \frac{C_w}{3 - 2C_w} \quad C_w: \text{water plane coef.}$$

従つて此の式を使へば、此の縦動搖中の横の不安定を軽減する意味に於ける metacentre の高さの最小限度が得られる。勿論 m_0 は是の條件に依つてのみ決定せられるものでないが、此の關係は船の操縦を安易ならしむる爲の最小限度と見て差支へなからう。上の BM_L を m_0 に等しく置けば次の關係が得られる。

$$m_0 \geq \frac{4\phi}{C_b} \frac{(L/100)^2}{d} \dots\dots\dots (25)$$

軍艦に對しては其操縦性能が舵の面積に比例すると考へると商船の舵の面積と軍艦の夫とは大體 3:4 の關係なる故軍艦に對する m_0 の式は

$$m_0 \geq \frac{3\phi}{C_b} \frac{(L/100)^2}{d} \dots\dots\dots (26)$$

となる。是等の式が m_0 に對し可なり合理的な値を與へる事は次の例より見る。

例 (1) 貨物船 $L=305^{\text{呎}}$ $d=20^{\text{呎}}$ $C_b=0.765$ $C_w=0.83$ $\therefore \phi=0.62$

計算の結果 $m_0 \geq 1.5^{\text{呎}}$

(2) 戦闘艦 $L=500^{\text{呎}}$ $d=25^{\text{呎}}$ $C_b=0.60$ $C_w=0.86$ $\therefore \phi=0.57$ $m_0 \geq 3^{\text{呎}}$

(3) 輕巡洋艦 $L=523^{\text{呎}}$ $d=16^{\text{呎}}$ $C_b=0.50$ $C_w=0.806$ $\therefore \phi=0.58$ $m_0 \geq 6^{\text{呎}}$

尙最近の大型商船の如く復原性曲線が傾斜角と 1 次の關係にないものに對しては m_0 に對して實際の値を取れば著しく大きくなる。上の計算は復原性曲線が直線と假定して行つてある故、上の様な船に對しては許容し得る動搖角の範圍で復原性曲線が 1 次であると假想した場合の effective GM を取るべきである。例へば箱型の船に於ては復原性曲線は $GZ = m\theta + \frac{\theta^3}{2} \left(r - \frac{m_0}{3} \right)$ r : 横の metacentre 半徑と書かれる故 effective $GM = m'_0$ 許容し得る角を θ_0 とすれば

$$m'_0 = m_0 + \frac{\theta_0^2}{4} \left(r - \frac{m_0}{3} \right)$$

となる。此の意味よりすれば緒言で述べた吃水線以上で急に幅の減る様な特殊の船に對しても大體の考察は下されやう。

9. 結 論

船が縦動搖をすれば其動搖の途中で横の GM が變化し、或時は負にさへなり得るが、是を動力學的

(8) 誘導方法は附録 II に示す。

に調べた結果に依ると、此の際起る横の方面の不安定は GM が負になる状態で初めて起るのではなく、 GM が常に正である様な縦動揺に於ても起り得、唯此の不安定の程度が GM が負になる様な状態になるに従つて連続的に増加して行く。

此の GM の變化は主として縦の傾斜による重心の上昇に依つて起り、是の影響は縦の metacentre の高さとの横の metacentre の高さの比に依つて極り、是が大なる程大きい。

上述の横の方向に起る力學的不安定度にある制限を與へれば、従つて上の 2 種の metacentre の高の比にある限界が定められる。今横の方向で one swing に振幅が 2 倍となる程度の不安定度を標準に取れば、此の比は大體 200 となり、普通商船で起る値である。依つて此の標準に従へば縦動揺に伴ふ横の不安定或は操縦の見地よりの横の metacentre に對する最小限度が定められ、是より小さければ操縦に困難を來し、更に小さくなれば普通考へられる純粹の横の安定の問題を離れた、縦動揺に伴ふ横の不安定と云ふ意味から、船が縦の方向に波に乗つて居る場合に於てさへも危険になる。單なる横動揺だけの考から言へば metacentre の高さは小さい方が有利である事は周知の事であるが、此處に考へた波に縦の方向に乗つてゐる場合の横の方向の安定問題に關しては、反對に metacentre の高さが大なる方が安全である事は注意を要する。

(九州帝國大學工學部造船學教室にて)

附 錄

I 左圖の如き曲線に對し $M_n = \int_0^l x^n y dx$ の中で $n=0$ の時は m_n は面積、 $n=1$ の時は y 軸の周りの moment、 $n=2$ の時は y 軸の周りの慣性力率を與へる。今横軸の scale を變へ

$$x^n dx = d\xi \text{ 或は } \xi = x^{n+1}/(n+1) \dots\dots\dots (a)$$

なる變數を取れば A 曲線は $\xi-y$ 面では A' 曲線となり

$$M_n = \int_0^{\xi} y d\xi$$

即ち M_n は A' -曲線内の面積となる。 A' 曲線内の面積を求むるに單に ordinates を加へ合せて求められる様な方法を取れば

$$M_n = C \cdot l_{\xi} (y_1 + y_2 + \dots) \dots\dots\dots (b)$$

C は此の圖式積分の方法に依つて極る常數である。 $y_1, y_2, \dots$ は $\xi_1, \xi_2, \dots$ で極り、 $\xi_1, \xi_2, \dots$ は使ふべき圖式積分法で極る。若し圖式積分法が極り、 $\xi_1, \xi_2, \dots$ が極れば (a) の關係より $x_1, x_2, \dots$ が極り、従つて A 曲線より直に $y_1, y_2, \dots$ が求められる。Doyère の本では之に trapezoidal rule を使つた場合を載せて

居る。即ち l_ξ を p 等分し各の中點を $\xi_1, \xi_2, \dots$ に取る。即ち l_ξ を p 等分し各の中點を $\xi_1, \xi_2, \dots$ とすれば

$$\xi_1 = \frac{l^{n+1}}{2p(n+1)}, \quad \xi_2 = \frac{3l^{n+1}}{2p(n+1)}, \quad \dots \text{なる故 (a) から}$$

$$\frac{x_1}{l} = \sqrt[n+1]{\frac{1}{2p}}, \quad \frac{x_2}{l} = \sqrt[n+1]{\frac{3}{2p}}, \quad \dots \quad \frac{x_r}{l} = \sqrt[n+1]{\frac{2r-1}{p}}$$

従つて n と p の取り方で $\frac{x_1}{l}, \frac{x_2}{l}, \dots$ が極り、 A -曲線より是に對應した $y_1, y_2, \dots$ を求むれば

$$M_n = \frac{l_\xi}{p} (y_1 + y_2 + \dots) = \frac{l^{n+1}}{p(n+1)} (y_1 + y_2 + \dots)$$

となる。 n 及 p の各に就て計算した x_r/l の値は次表の通りである。

value of x_r/l

	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=5$	
$n=0$	0.500	0.250 0.750	0.166 0.500 0.833	0.100 0.300 0.500	0.700 0.900
$n=1$	0.707	0.500 0.860	0.408 0.707 0.913	0.316 0.548 0.707	0.837 0.949
$n=2$	0.794	0.630 0.909	0.550 0.794 0.941	0.464 0.670 0.794	0.888 0.966

此の圖式積分に Tehebycheff の方法を應用しても計算可能なる事明で、此の方が前の方法よりも正確に行く。此の時は

$$M_n = \frac{l^{n+1}}{m(n+1)} (y_1 + y_2 + \dots) \quad m: \text{no. of ordinates.}$$

$y_1, y_2, \dots$ を求むべき $x_1, x_2, \dots$ の値は全く同様にして求められる。次表の如し。

value of x_r/l

	2 ordinates rule	3 ordinates rule	5 ordinates rule	
$n=0$	0.289 0.711	0.146 0.500 0.854	0.084 0.313 0.500	0.687 0.916
$n=1$	0.537 0.843	0.383 0.707 0.924	0.289 0.559 0.707	0.829 0.957
$n=2$	0.611 0.893	0.527 0.794 0.949	0.438 0.679 0.794	0.883 0.971

即ち trapezoidal rule の場合と少し異なる。

此の方法により吃水面の横の方向の慣性力率を求むるには $n=2$ で trapezoidal rule の $p=3$, Tehebycheff では 3 ordinates rule で良し。

先づ中心面より上表に掲げた距離の處の bow and buttock line を書き、此の上に容積一定なる様 Leclert の定理を用ひて吃水線を引き、各 bow and buttock line の間に挟まれた長さを y_1, y_2, y_3 とすれば求むる慣性力率は

$$i = \frac{B^3}{36} (y_1 + y_2 + y_3)$$

故に同一の bow and buttock line より種々の trim angle の吃水線に就て簡単に計算する事が出来る。

II 吃水面を n 次の拋物線と考へれば是は

$$y = b \left[1 - \left(\frac{x}{l} \right)^n \right]$$

で表はされる。但し l は船の長さの半分、 b は幅の半分である。従つて中央に對する慣性力率は

$$i_l = 2b \int_{-l}^l \left[1 - \left(\frac{x}{l} \right)^n \right] x^2 dx = \frac{L^3 B}{12} \cdot \frac{n}{n+3}$$

n と C_w とは $n = C_w / (1 - C_w)$ の關係にある故 $i_l = \frac{L^3 B}{12} \cdot \frac{C_w}{3 - 2C_w}$ 船の排水容積は $C_b L B d$ なる故

$$BM_L = \frac{\phi}{12C_b} \cdot \frac{L^2}{d} \quad \phi = \frac{C_w}{3 - 2C_w}$$

C_w	0.66	0.68	0.70	0.72	0.74	0.76	0.78	0.80	0.82	0.84	0.86	0.88	0.90
ϕ	0.394	0.415	0.438	0.461	0.487	0.514	0.542	0.571	0.603	0.636	0.672	0.710	0.750

討

論

○會長(今岡純一郎君) 唯今の御講演に對し御質問又は御意見のある方は御述べを願ひます。御座いませなければ私より一言申し上げます。渡邊君の縦の動搖に關する船の stability に就き、數學的解説により具體化した有益なる結果を得られました事に對し、諸君と共に拍手を以て感謝の意を表し度いと思ひます。(一同拍手)