(昭和十四年十一月十二日造船協會講演會に於て講演)

各種の斷面型を有する直塙周りの絶對流跡に就て

正員 工學士 近 藤 政 市*
正員 吉 岡 勳†

Abstract.

On the Absolute Path of Fluid Particle around Cylinders having
Several Kinds of Cross-section.

Masaiti Kondô, *Kogakushi, Member* and Isao Yosioka, *Member*.

A body moving through a fluid which is at rest at infinity produces motions of the fluid particles adjacent to it. A path which an individual particle of the fluid traces through successive instants of time, referred to the co-ordinate axes fixed to space, is called the "absolute path" of that particle. The significance of the absolute path seems, as far as the authors are aware, to have not been discussed from the hydro-engineering standpoint. The present authors, therefore, pursued this point and tried to find the relation between the absolute path and the characteristics of the so-called stream-line form.

Firstly, theoretical treatment of the absolute path around a circular cylinder which had been published by the old investigators was introduced. Next, as an example of the most general case, the absolute path around an aerofoil section (Joukowsky 603) with circulation was constructed. It can not be impossible to get the absolute path analytically starting from the stream and potential functions of flow, but in practice, there lying many mathematical difficulties, a good deal of graphical calculations which must be precisely operated is necessary. As the next step, to investigate it experimentally, the absolute paths around cylinders having the cross-sections of circle, ellipse, Rankine's neoid, stream-line form as well as symmetrical and asymmetrical aerofoil sections were photographed in the water tank. Comparing the experimental results with the theoretical ones, it was shown that the hydrodynamical characteristics of the stream-line form is likely to be interpreted by introducing the idea of "transportation quantity" of fluid particles. The experimental results were, however, qualitative and the quantitative conclusions were not obtained. In the appendix, the figures of the absolute paths around several sections which have been obtained previously by various authors were collected for reference.

摘 要

静止してゐる流體中を物體が運動するとき、流體の一々の分子が空間に固定した座標軸に對して時間の進行と共に畫く經路を絶對流跡と名づける。この絶對流跡は近來一般の關心を呼んでゐない様に思はれたので、著者等は之れに就て一通りの理論的研究を遂げると共に、各種の斷面型を有する直塙模型を以て水槽實驗を行ひ絶對流跡を撮影して實驗的研究をも施行した。

* 横濱高等工業學校航空工學科教授。

† 横濱高等工業學校造船工學科助教授。

目 次

I. 流跡に就ての概説	V. 絶対流跡に就ての水槽実験
II. 本研究の目的及び内容	VI. 結 語
III. 圓壩周りの絶対流跡	VII. 附録——これ迄に理論的に求められてゐる
IV. 翼型(Joukowsky 603)周りの絶対流跡	各種直壩周りの絶対流跡の圖

I. 流跡に就ての概説

物體と流體との間に相對運動のある流れの場を調べるに當つて基準座標軸の取り方が 2 種ある。1 つは運動する物體に固定するもの、他の 1 つは空間或は物體から無限大の距離にある流體（静止）に固定するものである。前者の座標軸に關する流體の運動は流體と物體との相對運動を取扱ふものであるから、以下すべて之に相對 (relative) なる形容詞を冠し、後者の座標軸に關するものは流體の空間に關する運動で以下すべて之に絶対 (absolute) なる形容詞を冠することとする。又、流體の運動の様相を確定する爲に昔から用ひられてゐる線又は路にも 2 種ある。その 1 は所謂流線 (stream line) であつて、その線上の任意點に於ける切線が其の點に於ける流體分子の任意の瞬間に於ける運動の方向と一致する線と定義する。その 2 は茲に云ふ流跡 (path of particle) であつて、任意に着眼した特定の流體分子が時間の進行と共に畫く經路と定義する。

従つて、物體に固定した座標軸に關しては相對流線⁽¹⁾及び相對流跡があり、空間に固定した座標軸に關しては絶対流線及び絶対流跡がある。今圓壩の周りに一般流速 U なる二次元流がある場合を考へる。圓壩の中心を O とし、圓壩に固定した座標軸 OX, OY を OX の向きが上流の向きと一致する様に取り、 X, Y 軸に關する流體の速度成分を夫々 u, v とする。相對流線が u, v に依つて規定せられ、第 1 圖の $LMN, L'M'N'$ の如くなることは明らかで

第 1 圖 相對流線と相對流跡並に絶対流線と絶対流跡

ある。而して u, v は目下の如き定常流に於ては位置 (OX, OY 軸に關する) のみの函數であるから、相對流線は時間に關らず一定である。然らば相對流跡は如何と言ふに、これは $LMN, L'M'N'$ 等と

(1) 普通單に流線と稱してゐるもの。

一致するのである。元來相対流線としての $LMN, L'M'N'$ 等は其の本來の定義に従ひ或る瞬間に於ける各流體分子の合速度の方向を 1 つの流體分子の夫れから次の近接した流體分子の夫れへと次々に連結したものである。それ故相対流線としての $LMN, L'M'N'$ 等は言はゞ多數の流體異分子が連つて形成するものであつて、限定された 1 箇の流體分子が時間の進行と共に畫く經路たる流跡とは自ら別種のものである。然し此の場合相対流跡が $LMN, L'M'N'$ 等と一致するといふ理由は次の通りである。或る瞬間に 1 點 L に來た特定の流體分子に着目する。この分子は L 點に於ける合速度の方向 LL_1 に沿ふて動き⁽²⁾ (座標軸 OXY に關して) 次の瞬間には L_1 點に來る。 L_1 點に來れば此の點に於ける合速度の方向 L_1L_2 に沿ふて動き次の瞬間には L_2 點に來る。かくて L 點に來た流體分子は LMN に沿ふて移動し決して外れることは無い。これは圓溝に限つたわけではないのであつて、相対流線と相対流跡とは一般に一致するものである。

次に靜止した流體中を圓溝が速度 U を以て直線運動するものとする。茲で空間に固定した座標軸 $O'X'Y'$ を考へる。但し $O'X'$ は圓溝の定常運動の方向と一致させるものとし、第 1 圖は圓溝の中心 O が丁度この座標軸の原点 O' へ來た瞬間を示すものとする。この座標軸に關する流線即ち絶対流線が中心を $O'Y'$ 上に置き $O'X'$ 軸に切する圓群で與へられることは周知のことである⁽³⁾。これは流線の定義に従ひ、圓溝が O' 點に來た瞬間に於ける各流體分子の瞬間速度 ($O'X'Y'$ 軸に關して) の方向を次々に結んだものである。次の瞬間に圓溝の中心は O'' 點に來るものとすれば、それと共に絶対流線も O'' 點を通り $O'X'$ 軸に直角な軸 $O''Y''$ 上に中心を有し $O'X'$ 軸に切する圓群となる。即ち、この絶対流線は圓溝と共に速度 U を以て移動する性質のものである。従つて此の場合の流跡即ち絶対流跡は絶対流線とは全然別箇のものとなる。何となれば、圓溝の中心が O' 點にある瞬間の絶対流線 $O'PQR$ 上の 1 點 P にある特定の流體分子の運動 ($O'X'Y'$ 軸に關する) を視れば、この分子は次の瞬間には絶対流線上 P 點の近接點 Q へ來ることは明らかであるが、その瞬間には圓溝は既に O' を去つてゐるから、 Q に來た流體分子は次の瞬間には QR 線に沿はないで、圓溝の新しい中心點に對應する別箇の絶対流線に沿ふて動くことになる。即ち、特定せる流體分子は圓溝の運動と共に移動する次々の新しい絶対流線に沿ふて運動することになるから、1 つの絶対流線 $OPQR$ 上を動くことにはならぬ。斯くの如く、空間に固定した座標軸に關しては絶対流線と絶対流跡とは一致しないのである。

然らば絶対流跡は如何なる形のものなるか。今 $O'X'$ 軸より L 點と同じ隔たりの特定の點 A にある流體分子の絶対流跡を考へて見よう。この分子の有する速度成分 ($O'X'Y'$ 軸に關して) を w', v' とすれば

(2) 合速度は一般に圓溝との一定の相對位置に於ては一價であるから、 LL_1 に添ふ以外に動くことはあり得ない。

(3) 勿論圓溝内に屬する部分は物理的意味は無い。

$$u' = u + U,$$

$$v' = v$$

であることは明らかである。圓壻が A 點より遙か左方にある間は A 點の流體分子は別段その影響を受けないが、圓壻が近づくと共に漸次その影響を受けて右上方へ移動を始めるであらう。初めの間は v' は u' に比して小さい値であるから、この流體分子は $O'X'$ 軸に平行に近い經路を畫くが、やがて v' は増し u' は減少するから、流體分子は AB の如き經路を経るに至る⁽⁴⁾。 B 點に至れば u' は一應零となり更に負に轉ずるから經路は BC の如くなる。 C 點では u' は負の最大値となり v' は零となる。 C 點の位置は圓壻の中心が丁度 O''' に來た時に相當し、且 $O'X'$ 軸よりの距離は相對流跡の頂點 M の OX 軸よりの夫れに等しい。即ち圓壻が ∞ の左方より O''' 點に來る間に絶對流跡は ABC の如くなるのである。圓壻が O''' 點より右方へ移動するに連れて絶對流線は前述とは逆の順序を経て後半の CDE を畫く。 E 點は圓壻が ∞ の右方へ去つた時の終點に相當する。かくの如く絶對流跡の形は絶對流線とは全然別箇のものである。

茲で注目すべきことは最初 A 點にあつた流體分子は圓壻の通過の爲に E 點迄輸送されることである。勿論 $O'X'$ 軸より遠く離れると共に $\overline{AE}$ に相當する被輸送距離は短縮する。けれども $O'X'$ 軸上の流體分子は ∞ の左方より ∞ の右方迄輸送されるのであつて、これは興味多き現象と思はれる。

II. 本研究の目的及び内容

本研究を始めた最大の動機は、前章の末尾に於て述べた流體の輸送或はもつと全般的に流體の受ける攪亂に關心が惹かれたことにあつた。これをもう少し具體的に説明する爲に、應用流體力學に於ける甚だ重要な概念である“流線型”なるものに就て少しく省察を試みたい。實用的には流線型は一定體積又は一定前面々積に對し抵抗の最も少い形として定義して良いであらう。けれども、これを流體力學的に定義しようとするれば、所謂古典流體力學を以てしては之れは不可能であらう。それは、完全流體を扱ふ古典流體力學に於ては總ての形が抵抗零となるのであるから、如何なる形と雖も抵抗に關する限り流線型と等價であることになるからである。それ故、流線型は剝離の概念を含む境界層理論の助けを藉らずしては定義し得ないと言ひ得やう。

かくの如く、古典流體力學は流線型の定義の如き問題に就ては發言權を持たぬ状態にありと云へる。然し茲で觀方を變へて流體の攪亂の量に着眼し、“與へられた體積又は與へられた前面々積を有する物體が流體中を一樣な速度で運動するとき流體の受ける攪亂は如何?”の如き課題を考へて見てはどうであらうか。さうすれば、古典流體力學は流線型の如き概念に對して別の方面から發言權を有するに至るであらうと推察される。“與へられた體積又は與へられた前面々積に對して流體の受ける攪亂

⁽⁴⁾ H. Bouasse は曲線 AB は A 點に於て $O'X'$ 軸の方向に切線的ではないことを特に主張して、W. J. M. Rankine の説の誤りを指摘してゐる【脚註 (12)】。

の最も少き形”の如き概念は確かに興味あるものである。かくて、物体の形状と流體の受ける攪亂⁽⁵⁾との關聯——ひいては實驗的に出て来る抵抗の大きさとの關聯——を研究して置くことは興味があり又重要なことでもある。本研究の終局の目的はこゝにある。

絶対流跡の問題に就ては古く W. J. M. Rankine⁽⁶⁾, J. C. Maxwell⁽⁷⁾, E. Riecke⁽⁸⁾ 諸氏の研究があり、かなり昔に於て流體力學的關係者の注目を惹いたものらしい。割合近くでは T. H. Havelock⁽⁹⁾, W. B. Morton⁽¹⁰⁾ の研究(各種物体周りの絶対流跡にて既知のものは附録に集載してある)があるが以後暫く文獻上に現れてゐない様である。最近の教科書としては W. F. Durand⁽¹¹⁾ 及び H. Bouasse⁽¹²⁾ の著書に於てどの程度にか言及されてゐる。著者等が茲に本研究を發表するのは、上記の問題の解決への1歩を進めると共に、1 は以て近頃暫く注意を惹いてゐないかに見える絶対流跡なるものに就て一般の關心を醒すにある。

絶対流跡は相対流線又は絶対流線が判つて居れば理論的に導出し得る筈のものであつて、筋道としては簡單であるが途中の數學的困難は仲々に多い。その爲に最後の結果に迄精確に到達し得てゐるのは圓壩⁽¹³⁾と楕圓壩⁽¹⁴⁾(特殊の場合として平板を含む)場合のみの様である。本報告の内容としては先づ第 III 章に於て、基本的形状として最も重要な圓壩の周りの絶対流跡に就て述べた。これは第 I 章にて概説したものであるが、絶対流跡の計算法の筋道及び其の全容を明確にする爲に更めて詳説したのである。次いで、第 IV 章に於ては翼型の周りの絶対流跡を計算で求めた。この場合は理論的な解法が不可能であつたので近似法に依つた。この近似法は相対流線及び其の等ポテンシャル線が判つ

(5) 物体の運動に依つて無限大の擴がりを持つる流體が受ける攪亂を如何にして表はすかに就ては色々の方法が考へられるであらうが、著者等は第 1 次的に次の様に考へれば良からうと思つてゐる。即ち $O'X'$ 軸方向の攪亂(第 1 圖の $\overline{CP}$)には暫く着眼せず、 $O'X'$ 軸方向の攪亂つまり物体の運動方向の流體輸送量(第 1 圖の $\overline{LE}$)のみを考へ、これを物体の運動方向に直角な方向に $-\infty$ より $+\infty$ 迄積分したものを取れば良からうと思ふ。

(6) W. J. M. Rankine: "On Plane Water-lines in Two Dimensions," Phil. Trans. Roy. Soc. London Vol. 154, 1864 (ランキン船型に關するもの)。

(7) J. C. Maxwell: "On the Displacement in a Case of Fluid Motion," Proc. London Math. Soc., Vol. III, March, 1870 (圓壩に關するもの)。

(8) E. Riecke: "Beiträge zur Hydrodynamik," Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-Phys.-Klasse, Nr. 13, 1888 (球及び平行對向渦線に關するもの)。

(9) T. H. Havelock: "The Displacement of the Particles in a Case of Fluid Motion," Univ. Durham Phil. Soc. Proc., Vol. IV, 1911 (原著は遂に參照し得ずに終る)。

(10) W. B. Morton: "Two Dimensional Motion of a Frictionless Liquid," Proc. Roy. Soc. London Ser. A, Vol. 89, Aug., 1913. [楕圓壩(圓壩を含む)、平板等に關するもの]。

(11) W. F. Durand: "Aerodynamic Theory," Vol. I, (1934), Div. B (W. F. Durand), Chap. VII.

(12) H. Bouasse: "Hydrodynamique générale," (1928), Chap. III, § 41.

(13) 脚註 (7) 參照。

(14) 脚註 (10) 參照。

てゐる場合には如何なる形の物體にも適用し得るものである。第 III 章及び第 IV 章の記事に依れば如何なる物體の周りの絶對流跡も略々推察し得る筈である。即ち球、橢圓壻、ランキン船型⁽¹⁵⁾壻等の絶對流跡は圓壻の場合（第 III 章）より、流線型、各種翼型等前後方向に厚さの變化するもの及び反りのある物體周りの絶對流跡は翼型の例（第 IV 章）より、何れも略々推察が利くからである。次に以上の理論的研究を實驗的に検討する爲に、直壻模型を以て簡単な水槽實驗を施行した。實驗した直壻の斷面形狀は圓、橢圓、ランキン船型、流線型、對稱翼型及び一般翼型であつて、必要と思はれる場合には迎角をも與へて實驗した。この記事は第 V 章に述べてある。

III. 圓壻周りの絶對流跡

最初に流體力學に於ける基本的形狀である圓壻周りの絶對流跡に就て述べ、他の一般直壻周りの絶對流跡の求め方及び其の性質等に就ての參考資料とする。

一般に物體に固定した座標軸に關する流體運動は最も良く知悉されてゐるので、茲でも先づ相對流跡を求め之れを絶體流跡に變換する手順に従ふこととする⁽¹⁶⁾。

相對流跡を求めるには、圓壻が靜止してゐて流體が一定速度 U を以て右より左へ流れるものと考へると便利である（第 2 圖）。圓壻に固定した座標軸 OXY （但し OX 軸は速度 U の方向と一致する）を取り、任意點の座標を (r, θ) 又は (x, y) で表はす。然らば相對流線は

$$\psi = U \left(r - \frac{R^2}{r} \right) \sin \theta = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で與へられることは周知である。相對流跡が相對流線と同一であることは既述の通りであるが、或る特定の流體分子の運動（ OXY 軸に關する）を眞に把握するには相對流跡を時間に關係づけて求めて置く必要がある。即ち、特定の流體分子が或る時刻に相對流跡上のどの位置に來るかを知る必要がある。それ故、以下では特定の流體分子に着眼し其の分子が時刻 t のとき到達してゐる位置が (r, θ) 〔又は (x, y) 〕であると考へる。然るに r と θ とは (1) 式の如き關係に置かれてゐるから、該分子の r 又は θ の何れかゞ

第 2 圖 圓壻周りの絶對流跡の求め方

⁽¹⁵⁾ 後述參照。

⁽¹⁶⁾ 茲の記述は主として J. C. Maxwell の研究〔脚註 (7)〕、これは H. Bouasse の著書〔脚註 (12)〕にも載つてゐる〕に依る。

時刻 t に於て如何なる値を取るかを知れば充分である。茲では r に着目する。そこで半径方向の速度 (radial velocity)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = U \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos \theta \dots\dots\dots (2)$$

を求め、(1) 式との間に θ を消去すれば

$$\frac{dr}{dt} = \frac{U}{r^2} \sqrt{r^4 - \left(2R^2 + \frac{\Psi}{U^2} \right) r^2 + R^4} \dots\dots\dots (3)$$

となる。これは巧く r, t に關する比較的簡単な微分方程式になつてゐる。それ故これを積分すれば r と t との關係、從つて (1) 式を通じて θ と t との關係が明らかとなり、相對流跡が時間との關聯の下に明確となるのである。

(3) 式を積分する爲に

$$\sqrt{4R^2 + \left(\frac{\Psi}{U} \right)^2} + \frac{\Psi}{U} = 2Y, \quad R^2/Y^2 = c \dots\dots\dots (4)$$

と置き、根號内を因數分解して

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{r^2}{\sqrt{(r^2 - Y^2)(r^2 - c^2 Y^2)}} dr = dt \dots\dots\dots (3')$$

とする。但し、 Y は (1) 式から分る通り相對流跡上 $\theta = \frac{\pi}{2}$ に相當する點即ち相對流跡上の頂點 M (第 2 圖) の r 即ち y の値に外ならぬ。茲で r の代りに新變數 β を導入して

$$\sin \beta = \frac{Y}{r}, \quad dr = -Y \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} d\beta \dots\dots\dots (5)$$

と置けば

$$dt = \frac{1}{U} \cdot \frac{dr}{\cos \beta \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta}} = -\frac{Y}{U} \cdot \frac{d\beta}{\sin^2 \beta \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta}} \dots\dots\dots (3'')$$

これは

$$dt = \frac{Y}{U} \left[d \{ \cot \beta \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta} \} - \frac{d\beta}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta}} + \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta} d\beta \right]$$

となるから、積分すれば

$$t = \frac{Y}{U} \left[\cot \beta \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta} - F(c, \beta) + E(c, \beta) \right] + C.$$

茲に $F(c, \beta)$ 及び $E(c, \beta)$ は楕圓積分⁽¹⁷⁾である。積分常數 C を決める爲に、着眼してゐる流體分子が相對流跡の頂點 M に在るときを時間の原點に取ることとする⁽¹⁸⁾。然らば $t=0$ のとき

⁽¹⁷⁾ Jahnke-Emde: "Funktionentafeln," Kap. XV.

⁽¹⁸⁾ 從つて相對流跡の頂點に到達する以前は t は負である。

$$r=Y, \quad \beta=\pi/2, \quad \cot \beta=0,$$

且

$$F\left(c, \frac{\pi}{2}\right)=K(c), \quad E\left(c, \frac{\pi}{2}\right)=E(c)$$

であるから、

$$C=\left(\frac{Y}{U}\right)[K(c)-E(c)]$$

となる。但し $K(c)$ 及び $E(c)$ は完全楕圓積分である⁽¹⁹⁾。それ故、

$$t=\frac{Y}{U}[\cot \beta \sqrt{1-c^2 \sin^2 \beta} + \{K(c)-F(c, \beta)\} - \{E(c)-E(c, \beta)\}]. \quad \cdots \cdots (6)$$

6) 式は (4), (5) 式と共に相対流跡上を移動する流體分子の位置 r と t との關係を與へる。従つて、既述の通り (6) 式と (1) 式とに依り相対流跡は時間との關聯の下に茲に明確に決定されたのである。

今 (6) 式を r に就て解いて r を t の函數として表はし得たとしよう。然らば相対流跡は直角座標でも與へ得るのであつて、(1) 式を利用して

$$\left. \begin{aligned} x &= r(t) \cos \theta = r(t) \cos \sin^{-1} \left\{ \frac{\Psi}{U} \left(r(t) - \frac{R^2}{r(t)} \right) \right\}, \\ y &= r(t) \sin \theta = r(t) \left\{ \frac{\Psi}{U} \left(r(t) - \frac{R^2}{r(t)} \right) \right\}. \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (7)$$

次に、相対流跡を絶対流跡に變換する爲に上で考へた (圓壙+流體) の全 system に左より右に向ふ一定速度 U を重疊する。然らば、流體は無限遠點にては静止し圓壙従つて夫れに固定した座標系 OXY が一定速度 U を以て左より右へ運動する場合に變換される。今、空間固定の座標軸 $O'X'Y'$ は上で考へた時間の原點 $t=0$ にて OXY 軸が占める位置に固定して取るものとする。速度 U は Y' 軸方向には成分を持たぬから、絶対流跡 x', y' は x に U の補正を加へて

$$\left. \begin{aligned} x' &= Ut - x = Ut - r(t) \cos \sin^{-1} \left\{ \frac{\Psi}{U} \left(r(t) - \frac{R^2}{r(t)} \right) \right\}, \\ y' &= y = r(t) \left\{ \frac{\Psi}{U} \left(r(t) - \frac{R^2}{r(t)} \right) \right\}. \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)$$

(8) 式を見るに、或る與へられた Ψ の値に對して、 t が絶対値を變ぜずして符號のみを變化すれば、 x' は絶対値を變ぜずして符號のみを變じ、 y' は絶対値も符號も變じないことが分る。従つて、絶対流跡の形は $t=0$ の状態即ち $O'Y'$ 軸を中心として左右對稱であることを知る。

特定の流體分子が圓壙の通過に依つて受ける攪亂の中、最も注目すべきものは垂直方向の最大變位 $\overline{CM}$ と水平方向の分子輸送量 $\overline{AB}$ とであらう (第 2 圖)。これ等は (6), (7), (8) 式より次の如くに算出し得る。

⁽¹⁹⁾ 脚註 (17) と同じ。

$$\begin{aligned}
 \text{垂直方向の最大變位} &= y'_{t=0} - y'_{t=\infty} \\
 &= Y - \psi/U \\
 &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{4R^2 + \left(\frac{\psi}{U} \right)^2} - \frac{\psi}{U} \right] \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{水平方向の分子輸送量} &= x'_{t=\infty} - x'_{t=0} \\
 &= 2x'_{t=\infty}
 \end{aligned}$$

然るに、

$$\begin{aligned}
 x' &= Ut - x \\
 &= Y [\cot \beta \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \beta} + \{K(c) - F(c, \beta)\} \\
 &\quad - \{E(c) - E(c, \beta)\}] - r(t) \cos \theta. \\
 t = \infty \text{ では } r(t) &= \infty, \beta = 0, \cot \beta = \infty, \\
 F(c, 0) &= E(c, 0) = 0, \theta = 0 \\
 \therefore x'_{t=\infty} &= Y \{K(c) - E(c)\}. \\
 \therefore \text{水平方向の分子輸送量} \\
 &= 2Y \{K(c) - E(c)\} \dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

第 3 圖 圓塙周りの絶対流跡

第 4 圖 圓塙周りの絶対流跡

(10) 式で $c = R^2/Y^2 = 1$ のとき $K(c) = \infty, E(c) = 1.0$ があるから、 $c = 1$ に對應する相對流跡上の點即ち圓塙の真正面の點の水平の分子輸送量は無限大である。

J. C. Maxwell⁽²⁰⁾ は圓塙周りの絶対流跡を計算して第 3 圖の結果を得た。それ故、第 4 圖 ABC

(20) 脚註 (7) 参照。

DE の如く圓壻の運動の方向に直角に 1 直線上に並んでゐる流體分子は同圖に示す経路を経て最後に $A'B'C'D'E'$ の位置迄輸送せられるのである。又、第 5 圖は第 4 圖を圓壻の位置即ち時間と關聯せしめる様に書き直したもので、圓壻の進行に伴ひ流體分子が如何なる攪亂を受けるかを一目瞭然たらしめてゐる。

以上では絶対流跡を算式を以て嚴密に求める方法を述べた。これを圖式に求める方法としても、嚴密なもの、近似的なもの等色々考へられる。茲では嚴密な圖式法を述べる⁽²¹⁾。(1) 式を書直せば

$$\psi = U \left(1 - \frac{R^2}{x^2 + y^2} \right) y \quad \cdots (1')$$

となるから、

$$x^2 + y^2 = R^2 \frac{y}{y - \psi/U}$$

即ち

第 5 圖 圓壻周りの絶対流跡(圓壻の位置即ち時間と關聯せしめて書く)

$$x^2 + \left\{ y - \frac{R^2}{2(y - \psi/U)} \right\}^2 = \left\{ \frac{R^2}{2(y - \psi/U)} \right\}^2.$$

(8) 式を用ひて之れを x', y' に關する式に直せば、

$$(x' - Ut)^2 + \left\{ y' - \frac{R^2}{2(y - \psi/U)} \right\}^2 = \left\{ \frac{R^2}{2(y - \psi/U)} \right\}^2. \quad \cdots \cdots (11)$$

これは $\{Ut, R^2/2(y - \psi/U)\}$ に中心を置く半径 $R^2/2(y - \psi/U)$ の圓の式であり、 ψ を以て規定される特定の流體分子が時間 t の瞬間には空間固定の座標軸に關して此の圓上に在ることを示す。然

⁽²¹⁾ 記述的な説明は H. Bouasse の著書〔脚註 (12)〕にもある。尙、相對流線及び等ポテンシャル線が書き得るならば、物體の形如何に不拘、絶対流跡を畫き得る近似法は次章に於て述べる。

して、 y は又 (1') 式より (5) 式の関係を経て

$$y = \frac{\psi}{U} \left(1 - \frac{R^2}{Y^2} \sin^2 \beta \right) \dots \dots \dots (12)$$

なる式に依り β を parameter として與へられ、 t も (6) 式に依り同じく β を parameter として與へられる。それ故 β の値を種々に變へて圓群 (11) を畫き其の包絡線を作れば夫れは求めんとする絶対流跡に外ならぬのである。

IV. 翼型 (Joukowski 603) 周りの絶対流跡

翼型は吾人が流體工學上遭遇する基本的形狀の中で最も複雑なものであらう。即ち、形狀が後半に於て細まり且反りを有し又其の周りに循環を生ずるからである。絶対流跡を嚴密に數式上に求めることは圓塙の場合と雖も決して簡單ではなかつたのであつて、況んや翼型の場合に於て之れを望むことは不可能であると思惟する。それ故著者等は圖式を併用せる近似法に依つて此の場合を處理したのであるが、この方法は原理的には如何なる物體周りの絶対流跡を求むるにも應用し得るのであつて、先づ此の近似法に就て略説する。⁽²²⁾

この方法は對象とする物體周りの相對流線（取りも直さず相對流跡）及び其の線上の各點のポテンシャルの値（或は等ポテンシャル線）が既知なることを前提條件とする。今當該物體周りの相對流跡（例へば第 6 圖 LMN ）に沿ふて或る特定の分子が時間の原點（その時の位置を A とす）より時間 t 迄の間に移動せる水平及び垂直の距離を x 及び y （位置 B ）とすれば、その分子の畫く絶対流跡は (8) 式の如く

$$\left. \begin{aligned} x' &= Ut - x, \\ y' &= y \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

にて與へられる。それ故絶対流跡を畫くには相對流跡上の移動距離 x 及び y を時間 t と關聯せしめて求めねば足りる。これは圓塙の場合は前章の通り數式上で可能であつたが、茲では之れを一般の場合に就て圖式に求めんとするのである。今、等ポテンシャル線が畫かれ

第 6 圖 絶対流跡の圖式計算法

てあり、相對流跡に沿つて測つた相隣る兩ポテンシャル線間の距離が $\Delta S_1, \Delta S_2, \dots$ 、對應するポテンシャル差を $\Delta \phi_1, \Delta \phi_2, \dots$ とすれば（第 6 圖）、相對流跡に沿ふて分子がポテンシャル線を次々に横切つて行くに要する時間は、

$$\Delta t_1 = \frac{(\Delta S_1)^2}{\Delta \phi_1}, \quad \Delta t_2 = \frac{(\Delta S_2)^2}{\Delta \phi_2}, \dots \dots \dots (14)$$

⁽²²⁾ W. F. Durand [脚註 (11)] 参照。

にて與へられる。それ故、相對流跡を ΔS が略々直線として測量し得る位に小さく區切つて Δt を計算し、これを $\sum$ すれば、分子が距離 x 及び y を移動するに要する時間 t が求められる。この手續を適當に選んだ原點から $x=-\infty$ より $x=+\infty$ に亘つて實施し、各 t に對し (13) 式を計算すれば絕對流跡が始點より終點迄書き得るのである。

翼型の如く循環の存する場合は絕對流跡の始點及び終點は無限遠點となり、本章の例に示す通り絕對流跡の全容を求めることは不可能である。然し、靜止流體中を圓壩が定常直線運動する場合の如く循環が無い場合には、相對流跡及び等ポテンシャル線圖より簡單なる計算に依つて絕對流跡の始點及び終點を算出し得るのであつて、W. F. Durand の著書に示されてゐる通りである。

本章で實例として計算した翼型は Joukowsky 603 である。その形狀を規定する基本數字は

$$f/l=0.25, \quad d/l=0.10$$

であつて、理論的零揚力迎角は $\delta=14.9^\circ$ である。計算したのは理論的迎角 $\alpha_{th}=15^\circ$ 、從つて普通の迎角 $\alpha=0.1^\circ$ 、即ち無限遠點の平行流は略々翼弦に平行してゐる場合である。先づ、翼型周りの相對流線及び等ポテンシャル線を書いて置くことが必要なのは既述の通りであるが、現在の例の如く循環を有する場合には絕對流跡を相當廣範圍に求めんとすれば、相對流線及び等ポテンシャル線は翼型の近傍のみならず可なり遠方迄（特に横軸の方向に於て）用意して置くことを必要とする。著者等は流れの線圖を求めて廣く文獻に目を通したのであるが、入手し得たものは何れも翼型の比較的近傍のものゝみであつて、上の要望を滿すものは遂に見出し得なかつた。それ故、著者等は 2 次元翼型理論に従つて第 7 圖の如く流れの線圖⁽²³⁾を畫いたのであるが、これは決して容易な勞力ではなかつた。而かも流れの線圖は相當の精度のものたることを必要とするのであつて、この爲に相當の努力を拂つたのではあるが、それでも尙充分とは云へなかつたのである。

かくて、流れの線圖を畫きたる上で前述の方法に従つて絕對流跡を求めた。出發點としては各相對流跡上翼型中央部を通る垂直線との交點を取り、正負の時間に對し用意した流れの線圖にて可能なる限りの廣範圍に亘つて絕對流跡を求めた。その結果も第 7 圖に示してある。

絕對流跡は翼型の下側、上側に依り著しい差異が認められる。即ち、下側に於ては、絕對流跡は右下方無限點より上昇し來り翼型に最も接近したる附近にて頂點に達し、それより左下方無限點に向つて下降してゐる。而して、第 7 圖に示した範圍内では明らかではないが、本例の迎角に於ては決して交錯して loop を畫きさうではない。これは下側に於ては相對流跡に添ふ分子の速度が循環の爲に一般流速 U よりも全般的に低い爲である。頂點近傍の曲率半徑が翼型に近いもの程大きいのも循環流の速度の影響が翼型に接近する程大きく効くからである。

翼型の上側では、第 7 圖の範圍では明らかではないが、絕對流跡は右下方の無限點より上昇し來

(23) 翼型は頭部を左にして畫いたので、圖全體は説明文とは左右逆になつてゐる。絕對流跡を成るべく精確に求める爲に相對流線及び等ポテンシャル線の綱目には場所に依り精粗の差がある。

第 7 圖 翼型 J. 603 周りの相対流線、等ポテンシャル線及び絶対流跡 ($\alpha_{in} = 15^\circ$)

(絶対流跡上の黒點は或る時間々隔毎の流體分子の位置を示す。但し時間々隔は相対流線 $\psi/lU = 8, 6, -4$ 及び -6 に對應するものは $1s, 4$ 及 -2 に對應するものは $\frac{2}{3}s$, 其他のものは總て $\frac{1}{3}s$ とす)

り必ず loop を書いて左下方無限點に下降して行くものと考へられる。これは循環の爲に翼型の上方に於て相対流跡上に添ふ分子の速度が一般流速 U よりも大きくなつてゐる爲である。翼型の近傍に屬する絶対流跡は翼型の反りの影響を激しく受けて大變奇妙な loop を爲してゐる。

本例は $\alpha_{ti}=15^\circ$ の場合であるが、他の迎角に對する絶対流跡を推理するにも役立つであらう。獨り翼型に限らず、一般に後半の形が細まり且反りを有し又循環を有する物體周りの絶対流跡の見本として各種の場合に引照されて便利であらう。

V. 絶対流跡に就ての水槽實驗

第 III, 第 IV 章で記述した處に依り絶対流跡に關する理論的方面は略々綜合し得た。又吾々が實際上遭遇する各種直塼周りの絶対流跡も既述の諸圖より略々推察し得ることゝ信ずる。次の順序として著者等は簡單な水槽實驗を以て絶対流跡を寫眞に撮り、この方面に關する實驗的研究の第 1 次階梯を一應終了した。實驗に着手した當時は此の程度の實驗でも相當の定量的成果を期待し得ると思つたのであるが、實驗してみると色々の困難に遭遇し本實驗の程度では定性的な成果を得たに過ぎず、所期の成果を収めるには更に完全な實驗に俟たねばならなかつた。

第 8 圖 供試模型の横截面形 (單位 cm)

(i) 供試模型

供試模型は横截面形が圓、楕圓、ランキン船型⁽²⁴⁾、流線型、對稱翼型 Joukowski 539 及び翼型 Joukowski 603 (第 8 圖) なる 6 種の直塼である。模型の諸元は次表の通りである：

模型番號	横 截 面 形	高さ (cm)	横 截 面 諸 元
1	圓	30	半徑 15 cm
2	楕 圓	"	長徑 22.6 cm, 短徑 15 cm
3	ランキン船型	"	長徑 22.6 cm, 短徑 15 cm, 兩極間距離 30 cm
4	流 線 型 ⁽²⁵⁾	"	最大厚さ 15 cm, 弦長 60 cm
5	對稱翼型 Joukowski 539 ⁽²⁶⁾	"	$f/l=0, d/l=0.20, l=34.1$ cm, 最大厚さ 15 cm, 弦長 70 cm
6	翼型 Joukowski 603 ⁽²⁶⁾	"	$f/l=0.25, d/l=0.10, l=34.7$ cm, 弦長 70 cm, δ (理論的零揚力迎角)=14.9°

模型の諸元は各模型周りの絶對流跡の相互比較に便利な様に選んだ。例へば、圓、楕圓、ランキン船型の 1 群及び流線型、對稱翼型、翼型の 1 群の短徑及び最大厚さ又は翼弦長を夫々同一にした類である。翼型を用ひたのは絶對流跡を揚力及び抗力と結びつけて見たかつた爲である。

模型は總てパラフィン蠟製、手仕上げであつて、物體表面の均齊さに大きな精度を期待することは出来なかつたが、出来るだけ綺麗に磨き上げることにした。寫眞 1 は供試模型を示す。

寫眞 1. 供試模型

(ii) 實驗裝置

流體は水を使ふこととし、當校造船工學科船型試驗水槽 (長さ約 50 m, 幅 3.6 m, 水深 2.7 m) 及び車臺⁽²⁷⁾を利用した。實驗には此の水槽の中央部を使用し模型は水槽中心線上の水面を動かしたか

(24) ランキン船型 (Neoid of Rankine 第 8 圖參照) は次式で與へられる閉曲線である：

$$\frac{y}{b} = \frac{1}{\beta} \left\{ \tan^{-1} \frac{y}{x-c} - \tan^{-1} \frac{y}{x+c} \right\}$$

但し、 b =短徑、 $2c$ =兩極距離、 $\beta=2 \tan^{-1} \frac{c}{b}$.

この形は、短徑= b 、長徑= $\sqrt{3bc/\beta+c^2}$ で與へられる楕圓形に比し、各頂點に於ける曲率半徑が極少しく大きい、即ち稍々肥えてゐる點を除けば全同と云へる位であつて、第 8 圖程度の尺度で畫けば楕圓形との間に區別を生じない。

(25) 阿河財造：“支柱の外形に就いて、”航空研究所雜錄第 31 號 (昭和 2 年 2 月)、第 19 圖 1:4 のもの。

(26) Erg. d. aerodyn. Versuchsanst. z. Göttingen, Lief. III, S. 14.

(27) 本來船用推進器試驗用のもの。

ら、境界壁の影響は無いと考へて良い。模型を運動させる装置は写真 2 に示す通りで、車臺より水中に垂下した支柱 2 本を以て前方へ長さ約 4 m の腕木を張出し、その先端に近く供試模型を其の母線が水面に垂直になる様且その頂面が水面より約 3 cm 出る様に固着した。模型の頂面中央に豆電球を取付け車臺上の時計に連結して 1 s 間に 2 回宛點滅する様にした。これは模型の進行速度の見當をつけ、且その一様さを知る爲である。車臺は電動装置で進行する様になつてゐるのであるが、その最低速度は 0.3 m/s 程度であるに對し、所望の速度は 0.15 m/s 以下であつた爲に電動機は用ひぬことにした。即ち豫備練習で習熟して置いて手

押しでやつた。進行重量が相當に大きいから、現在の實驗の目的には不都合でない程度に略々一様な速度が得られた。

絶対流跡の撮影装置としては寫眞機を天井梁に固着した。その直下に、特定の流體分子を明示する方法として、模型の進行方向と直角に 1 直線上に厚さ 1/100 mm、直径 3 mm⁽²⁸⁾ の圓形アルミニウム箔を浮べた。そして模型の進行中レンズを開放しにして置いて、模型の進行に伴ふアルミニウム箔片の移動する道筋を撮影したのである。模型頂面及び腕木は感光すると其の部分の筋道を消すから、黒エナメルを塗布し、唯模型の左右の位置を印す爲に頂面の最大幅の端を幅 10 mm だけ塗り残した。

(iii) 實驗方法

模型の進行速度を高くすると其の前方には波が立つ心配があり、又その後方には渦を生じて、望む様な絶対流跡が得られ難くなるから、模型の速度は成るべく低いことが望ましいのである。處が、水槽内の水は種々の不明瞭な原因(微風、地盤振動、溫度變化、気圧變化等)から決して静止してゐないで微動してゐる。その動搖速度は極端な時には 10/30 cm/s にもなり、極めて遅い時でも尙 10/180 cm/s を下らぬ状態で、而かも此の速度の分布は水槽の幅の方向にも一様でないのである。著者等を最も悩ましたのは此の現象であつた。故に、この速度が 10/100 cm/s を越す様な天候の時には實驗は行はぬこととし、且模型の速度は大約 1/10 m/s を標準とした。而かも此の模型速度は絶対流跡を求めるには未だ適當とは云へなかつた様である。

写真 2. 實驗装置

〔左方の車臺より腕木を出し右方の模型(翼型 J.603)を推進す〕

(28) 箔の直径は成るべく小さい方が望ましいが、撮影を悉く自然光線だけで行つたので、感光の不充分を虞れてこの程度の大きさを選んだ。

上と同じ理由でレンズの下にアルミニウム箔片を 1 直線上に列べることも不可能であつたが、模型の始動前の位置の前方約 50 cm の處に間隔が大體 6~7 cm になる様に十數箇の箔片を浮べ始終修正しつつ成るべく 1 直線上に並んだ時の好状態を狙つて模型を始動することにした。始動して後約 2 s 後にレンズを開き、箔片列を 1 m 位越した時模型を止めると共にレンズを閉ぢるか、停止後 5 s 位経てから閉ぢるかした。但し後には模型を絶えず進行させ、箔片列を越えて約 20 s 後に閉ぢることにした。

(iv) 實驗結果の説明

實驗結果全般に就て言へば、次の様な理由に依り數量的に取扱ひ得る程度の成果を得ることは困難であつた。即ち、

(1) 實際の流體に於ては粘性に依る内部摩擦の爲に模型の運動に依る攪亂が觀察點迄傳はるのに幾らかの時間を要し、且つ微弱な攪亂は減衰して模型より遠方の點には充分に傳はらぬこと。實驗による流跡の大いさが理論によるものより遙かに小さいのも粘性に歸せしめるべきものと思ふ。

(2) 直塙は二次元の條件を満してゐるけれども、流體は半無限であつて、自由表面を持つてゐるから、その影響即ち波及び表面張力の影響が考へられる。表面張力の作用は直塙の極近傍に限られてゐるから餘り問題はないとしても、波に就ては相當注意したが影響がないとは言へない。

(3) 模型の後方には渦が出来るから⁽²⁹⁾模型に近い所の流體分子は絶對流跡の後半に於ては渦の中に巻き込まれたり失れ程ではないにしても渦の影響を受けて流されてしまふこと。

(4) 模型運動の横方向に遠く離れた點の流體分子は靜水自身の動搖により多く影響されること。

(5) 流體分子を指示する爲に浮べたアルミニウム箔片は直徑 3 mm の圓箔であるから、箔は直徑内の分子の流動に依り複雑な支配を受け、必ずしも中心分子の運動を表示するものとは限らぬこと。

斯くて、本研究當初の計畫例へば模型の通過に依る流體輸送量を實驗的に求めて物體の抵抗と結び付けるの如き數量的な検討や調査は一時拋棄せざるを得なかつた。然し、以下の記述の如く、定性的に絶對流跡と模型の形狀との關聯を調べ、絶對流跡の模様を通じて物體周りの流體運動を批判するの資料としては充分役に立つた⁽³⁰⁾。

1. 圓塙 (寫眞 3)

この場合の流跡は理論的にも良く知られて作圖も色々の方法で可能であることは既述の通りである。寫眞も、分子の運動が速くて良く撮れなかつた模型の正面部分を除けば、大體満足に撮れてゐる。實驗では絶對流跡の前半と後半とは形も各部速度も對稱になつてゐない。これは靜水の速度の影響に

⁽²⁹⁾ これには模型の運動速度を後方に渦が出来ぬ程度に低くすれば良いのである。然し、靜水自身の動搖の影響を出来るだけ避けたいこと竝に模型運動の横方向にも相當廣く攪亂を及ぼしたいことの爲に、模型速度を或る程度以下に低くすることは出来なかつた。

⁽³⁰⁾ 流體分子と模型との相對位置及び流體分子の運動速度は比較的手輕な方法で寫眞に記録出来やうが、この第 1 次研究では此の手數も取らずに済ませた。

依るのであらうが、模型が箔列の真横を通過する瞬間の前後に於て模型に依る攪亂が實際には理論と異つて前後對稱でない事實に依ることは明らかである。尙流跡の後端が微かに巻いてゐるのは渦の影響である。又、流跡の始點附近が濃く撮影されてゐるのは⁽³¹⁾、模型が分子に未だ近迫せずして分子の速度が緩い爲である。

最初 1 直線に並べた箔の各個が模型の通過後落つく終點が今少しく理論に近似する様に實際に現はれて呉れば、物體の運動に依る輸送量の検討も出來たのであらうが、理論と實際との間には相當に開きがあり、特に流跡の後半に就て開きが著しい。理論に依れば、分子は物體の通過と共に運動軸からの距離は變更せずして始點よりも前方へ $2Y\{K(c)-E(c)\}$ の距離を前進して停止する筈なのである。然るに實際に於ては終點は始點よりも前出せざるのみか却つて後退し、且運動軸に向つて内向に移動してゐる。以上の如き理論と實際との不一致の根本的な原因は水が完全流體でないことにあるのであらう。

2. 楕圓棒とランキン船型

長軸の方向に動かす場合：—
(寫眞 4 及び 5)

本實驗に使用した此の兩圖形は可なり良く似てゐて(各頂點に於ける曲率半径は楕圓の方が極僅か小さい)、兩者間の流跡の形にも格別の違ひは無い筈である。寫眞に現はれた差は圖形に依る差でなく寧ろ模型の運動速度(實際の場合には模型速度も流跡の形に影響する様である)其他の影響であると考へられる。

圓棒の場合と比較すると、loop 全體が大きくなり運動の方向に延びて居り(即ち圓形に近づき)特に運動軸より遠方に於て著しい。運動軸から計つた攪亂の及ぶ範圍も廣い。これ等は理論の結果(附録参照)と傾向的に全く一致する。

短軸の方向に動かす場合：—(寫眞 6 及び 7)

寫眞 3. 圓棒の絶対流跡(速度 12.2 cm/s)
(模型は右より左に向つて進行す。
以下之に準ず)

寫眞 4. 楕圓の絶対流跡
(長軸方向に動かす)
[速度 13.0 cm/s]

寫眞 5. ランキン船型の絶対流跡
(長軸方向に動かす)
[速度 8.8 cm/s]

(31) 印刷に便する爲、幾分の補修を加へたので寫眞 3~25 には線の濃淡は現はれてゐない。

流跡の形自身は運動軸の方向には縮まって圓壩の場合に近いものに戻り、理論結果（附録参照）と一致してゐる。流體の輸送距離が前の場合と比較して大きいことも寫眞から略々推論出来るのであつてこれも理論結果と一致する。模型の近くにある流體分子の畫く絶對流跡の前半は大變綺麗に撮影されてゐて理論とも良く似てゐる様に見える。

3. 流線型（寫眞 8 及び 9）

流跡の loop の部分は殆んど圓形である。是迄の模型に比べて最大厚さがずつと小さいことも原因してゐるであらうが、模型の運動に依る流體分子の攪亂は縦にも横にも圓壩、楕圓壩、ランキン船型に比して遙かに小さく、又運動軸を距ると共に非常に急激に減衰してゐる。運動方向への分子の輸送量も極少い様に推論せられ、萬事が流線型の流線型たるの所以を示してゐる様である。絶對流跡の後半は是迄のものと異つた傾向に見えるのは横截面形が前後對稱でない爲であらう。

寫眞 6. 楕圓の絶對流跡
（短軸方向に動かす）
〔速度 8.2 cm/s〕

寫眞 7. ランキン船型の絶對流跡
（短軸方向に動かす）
〔速度 11.9 cm/s〕

圓頂を先にして動かしたものと、尖端を先にして動かしたものを比較すると、前者は loop の大きさも攪亂の及ぶ範圍も共に小さい様である。この點は、流線型に對する絶對流跡の理論的研究成果が未知であるので充分の比較對照が出来ないが、これで當然なのであらう。

4. 對稱翼型 Joukowski 539（寫眞 10, 11, 12, 13, 14）

流跡の形は圓壩及び楕圓壩の場合と良く似てゐる。流線型のものよりは稍横に伸びて loop は相當大きくなつてゐる。攪亂の減衰度も流線型の場合より遙かに悪い。これ等は此の對稱翼型が流線型としては餘り良くないことの傍證と解釋して良からう。尖端を先にして動かした場合（寫眞 11）は圓頂を先にして動かした場合（寫眞 10）に比し loop が可なり大きくなり、攪亂の減衰度も悪い。これは流線型の場合に於ても見られたことであつた。模型の形が前後に對稱でない爲の流跡の形の特徴らしきものは流線型の場合程には現はれてゐない。

以上は模型が對稱軸の方向に動く場合即ち迎角が零の場合であるが、 $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ の迎角を持つ場合に就ても實驗してみた（寫眞 12, 13, 14 は其の 1 部である）。一般に迎角を持つ場合は、

写真 8. 流線型の絶対流跡
(圓頂を先とす)
〔速度 10.2 cm/s〕

写真 9. 流線型の絶対流跡
(尖端を先とす)
〔速度 24.2 cm/s〕

写真 10. 對稱翼型の絶
對流跡 (圓頂を先とす)
〔速度 10 cm/s〕 ($\alpha=0^\circ$)

写真 11. 對稱翼型の絶対流跡
(尖端を先とす)
〔速度 3.1 cm/s〕 ($\alpha=0^\circ$)

上面側の分子は其の側面を模型が通過する間は弧を畫いて動くが、模型が通過し終ると共に皆一樣に下方へ引きつけられて行く。下面側の分子は初めは弧を畫くがやがて後縁部に押されて下方へ流されてしまふ。下方へ流される傾向の及ぶ範囲は可なり大きい。而して、下方へ流される速度及び距離は上面の方が下面よりも遙かに大きい。これ等の傾向は勿論迎角が増す程甚だしくなる。この模様を理論と比較することは、理論的計算結果を持合はしてゐないので的確には不可能である。然し、翼型 J. 603 の場合と對比すれば其の傾向は全く同一であつて、循環の存在に原因するものとして一應説明が出来るのである(次項参照)。

5. 翼型 Joukowski 603 (写真 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25)

この翼型は反りの可なり激しい薄翼に屬する。この實驗では迎角としては理論的迎角 α_{th} (理論的零揚力線を基準とす) を取つた。風洞實驗に用ふる普通の迎角を α とすれば $\alpha = \alpha_{t1} + \delta = \alpha_{th} + 14.9^\circ$ である。絶対流跡を撮影するには α_{t1} を 5° 置きに -20° より $+30^\circ$ 迄とつた。

結果全體を通覽すると、 $\alpha_{t1} = -20^\circ, -15^\circ, -10^\circ, -5^\circ, 0^\circ$ の各場合が 1 つの共通の型に、 $\alpha_{th} = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ の各場合が別の 1 つの型に屬し、 $\alpha_{th} = 5^\circ, 10^\circ$ の邊りが上の兩型の中間の變移期に屬してゐるやうに見受けられる。第 1 の型の代表として $\alpha_{th} = -20^\circ$ (写真 15) を見ると、翼型の下面の分子は最初は弧を畫くが模型の進行と共に上後方に流され上面の分子は殆んど最初より上稍、前方へ押流されてゐる。攪亂の及ぶ範囲は可なり廣い。この型は、對稱翼型 J. 539 の結果とも對應

写真 12. 対称翼型の絶対流跡
(圓頂を先とす)
〔速度 7.2 cm/s〕 ($\alpha = 5^\circ$)

写真 13. 対称翼型の絶対流跡
(圓頂を先とす)
〔速度 12 cm/s〕 ($\alpha = 10^\circ$)

写真 14. 対称翼型の絶対流跡
(圓頂を先とす)
〔速度 10.5 cm/s〕 ($\alpha = 15^\circ$)

写真 15. J. 603 の絶対流跡
〔速度 9.8 cm/s〕 ($\alpha_{th} = -20^\circ$)

写真 16. J. 603 の絶対流跡
〔速度 11.3 cm/s〕 ($\alpha_{th} = -15^\circ$)

写真 17. J. 603 の絶対流跡
〔速度 9.7 cm/s〕 ($\alpha_{th} = -10^\circ$)

写真 18. J. 603 の絶対流跡
〔速度 9.5 cm/s〕 ($\alpha_{th} = -5^\circ$)

写真 19. J. 603 の絶対流跡
〔速度 11.0 cm/s〕 ($\alpha_{th} = 0^\circ$)

写真 20. J. 603 の絶対流跡
〔速度 9.7 cm/s〕 ($\alpha_{th} = 5^\circ$)

写真 21. J. 603 の絶対流跡
〔速度 10.2cm/s〕 ($\alpha_{th}=10^\circ$)

写真 22. J. 603 の絶対流跡
〔速度 10.8cm/s〕 ($\alpha_{th}=15^\circ$)

写真 23. J. 603 の絶対流跡
〔速度 11.2cm/s〕 ($\alpha_{th}=20^\circ$)

写真 24. J. 603 の絶対流跡
〔速度 10.3 cm/s〕 ($\alpha_{th} = 25^\circ$)

写真 25. J. 603 の絶対流跡
〔速度 6.4 cm/s〕 ($\alpha_{th} = 30^\circ$)

し下向の揚力即ち負揚力を出す場合に相當する。次に第 2 の型の代表として $\alpha_{th}=+25^\circ$ の場合（寫眞 24）を見ると、上面の分子は最初弧を畫くが纏て下後方に引流され下面の分子は下前方に押しやられてゐて、攪亂の及ぶ範圍も廣い。この型は第 1 の型を丁度裏返しにした恰好であり、正の揚力を出す場合である。 $\alpha_{th}=5^\circ$ 及び 10° はこの兩型の變移領域に相當する流跡を示し、揚力が負より正に移る部分に屬する（理論的には $\alpha_{th}=0$ で起る筈であるが）ものと考へられる。

理論的に絶対流跡を計算したのは $\alpha_{th}=15^\circ$ の場合のみで理論的結果が不揃ではあるが、實驗結果を理論結果と傾向的に比較することは不可能ではない。理論の結果から推察するに、迎角の正負に關らず絶対流跡は大體に於て、負壓側では背の高い loop を、正壓側では背の低い山を畫き、何れも進行方向と逆の無限遠點より始發し進行方向の無限遠點に終止すると思つて差支へ無さうである。この傾向は實驗に於ては、流跡の後半に於て明らかに認め得られるが、前半に於ては認め難い。然し、前半に於ける不一致も、水の内部摩擦に依る減衰の爲に水の分子が模型の進行接近を感受することが微弱且遅れ勝であると云ふ本實驗を通じての難點に原因すると説明するならば、實驗と理論とは傾向的には全般的に良く一致してゐると思考して良からう。

VI. 結 語

本論文は近來一般の關心を引いてゐないかに見える絶対流跡に就て理論的及び實驗的に一通りの研究を施行したもので、絶対流跡が物體の通過に依つて流體が受ける攪亂を具體的に表現するの事實に鑑み、流體の受ける攪亂と物體の受ける揚力及び抗力とを關係せしめ得るのではないかとの目的に出たものであつた。最初に、圓壩並に翼型周りの絶対流跡を理論的に調査して各種形狀物體周りの絶対流跡が略々見當づけられる程度に理論的立場からの資料を整へた⁽³²⁾。次に、簡単な水槽試験を以て各種断面型を有する直壁模型周りの絶対流跡を寫眞に撮影し一通りの實驗的研究を遂行した。理論と實驗結果とは傾向的には一致を示すことが認められた。

かくて、本論文の範圍内では多くは定性的研究に止まつたので、著者等の企圖した目的には残念乍ら到達し得なかつたが、絶対流跡に就ての研究は一通り完了し得たのであつた。

終りに、理論的方面でも又實驗施行に當つても色々貴重な助言を與へられた松川昌藏氏に深謝の意を表する。又、水槽使用上に便宜を戴いた川原五郎氏に厚く感謝する。

VII. 附 録

是迄に理論的に求められてゐる各種直壁周りの絶対流跡の圖

過去に於て研究された絶対流跡の圖を以下に集載して參考に供する。但し、諸物體が定常直線運動をなす場合のみであつて、回轉運動⁽³³⁾を行ふときは含めてゐない。

⁽³²⁾ 尙、これ迄先輩の研究者に依り求められてゐる絶対流跡の圖を附録に集録して置いた。

⁽³³⁾ 直壁が回轉運動をなす場合の數例は W. B. Morton の研究〔脚註 (10) 参照〕に載つてゐる。

第 9a 圖 球の周りの絶対流跡
(E. Riecke)

第 9b 圖 平板が夫れに直角に動く場合の絶対流跡
(W. B. Morton)

第 9c 圖 平板が夫れに 45° に動く場合の絶対流跡
(W. B. Morton)

第 9d 圖 圓錐周りの絶対流跡
(W. B. Morton)

第 9e 圖 楕圓錐が短軸方向に動く場合の絶対流跡 (W. B. Morton)

第 9f 圖 楕圓錐が長軸方向に動く場合の絶対流跡
(W. B. Morton)

討 論

○座長(河合定二君) 只今の御講演に對し御質問又は御意見は御座いませんか。誰方も御座いませんか。それでは一言御挨拶致します。近藤さんと吉岡さんが hydrodynamics 上の非常に重要な問題を理論的實驗的に依つて御研究になり御發表になつた事は我々の深く感謝する所であります。殊に此の御研究は航空機の翼の問題に大切な要素を與へられたもので、翼の設計に良い data となるものと信じて居ります。

加之この問題は造船の方から言ひましても hydrodynamics が抵抗の問題の基礎をなして居りますので之を船の抵抗に利用するならば一段と抵抗の理論實驗に役立つものと思つて居ります。最後に述べられました様に、御研究は豫想された結果迄は到つて居らぬ様に承りました。今後益々御研究になり有益なる data をお與へ下さる様に御願ひ致します。こゝに皆様と共に拍手を以て感謝の意を表したいと思ひます。(拍手)