(昭和22年5月17日造船協會春季講演會に於て講演)

高速艇の波中に於ける縦運動

准員 工學士 井上正祐⁽¹⁾

Abstract

The Longitudinal Motion of a High Speed Boat among Waves.

By Shosuke Inoue, *Kogakushi*,
Associate Member.

About the longitudinal stability of a high speed boat in still water, Perring and others researched. In this paper the longitudinal motion among waves is adopted when it moves at right angle to wave lines, and the conditions not jumping above waves are researched. It means that the higher wave height is the more unstable a boat becomes and when wave height tends to zero, namely still water, it is stable surely. Also where the boat velocity is equal to the wave velocity, the boat position to the wave surface is constant, so no jump. The resistance derivatives used in it are introduced from the results of Sottorf's experiments and the stability of a single step boat is discussed. By those resistance derivatives the longitudinal stability of actual boats among waves is calculated.

I. 緒言

高速艇が水上を進行中に艇の縦動揺と上下運動を同時に起し、その聯成運動の爲縦動揺又は上下運動のみならば安定である運動も不安定となり porpoising を起す。これを驗べるには實艇を用いない場合は相似模型による實驗的方法と、微小振動法による理論的計算法とがある。此の中後者については Perring 等が二次元運動として此の問題をしらべ、艇の縦不安定は上下運動と縦動揺の聯成運動が主原因なる事を述べ、且つその結果を實艇又は模型實馬と比較して量的には不十分な所もあるが質的にはその性質を表わして居ると述べて居る。一方波中に艇が進行する時平水中に於て安定な艇も波中に於ては不安定となり、波上に跳躍する

事があり、波中の運動もしらべる必要がある。本文に於ては此の問題を取扱い艇の長さに比較して比較的長い波の波線に直角に艇が進行する場合で、横揺は考えず對象面内の運動として取扱う。

II. 運動方程式

空間に固定した軸を ξ, η とし ξ 軸は平水の自由表面に一致し波の進行方向を正とする。艇の重心 G の座標を ξ_0, η_0 とし G を通り艇の底面が波形を切る點 A に於ける波の切線に平行に x 軸之に直角に y 軸を取る。艇の底面が ξ 軸となす角を θ , A に於ける波面の切線となす角を β とすれば A に於ける波の傾斜は $\theta - \beta$ となる。又推力を T , 推力線と艇の底面のなす角

を ϵ , G より艇の底面及び推力線へ下した垂線の長さを夫々 p, e , 艇の質量を m , G の周りの艇の慣性能率を I , 水に依る力の x, y 成分を X, Y ; ξ, η , 成分を $\dot{\xi}, \dot{\eta}$, H その G の周りの能率を M として運動方程式を作ると

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi}_0 &= X + T \cos(\theta + \epsilon) \\ m\ddot{\eta}_0 &= Y - mg + T \sin(\theta + \epsilon) \\ I\ddot{\theta} &= M + eT \end{aligned}$$

而して運動は波の中であるから ξ_0 は或平均値 V を上下しその量は V に比較して小さく

$$\dot{\xi}_0 = V + \delta \xi_0$$

と置ける。且つ θ, ϵ の2次以上を無視すると

$$\left. \begin{aligned} m\delta\ddot{\xi}_0 &= X + T \\ m\ddot{\eta}_0 &= Y - mg + T(\theta + \epsilon) \\ I\ddot{\theta} &= M + eT \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

(1) 九州帝國大學助教授

(2) TINA 1953. R & M 1492, 1493

波形は正弦波として $2a$ を波高, l を波長, c を波の進行速度とすれば波形は

$$\eta = a \sin n(\xi \mp ct)$$

但し t は時間を表わし $n = 2\pi/l$ である。複號は

$\xi - ct$ の時は追波 $\xi + ct$ の時は向波を表わす。

で表わされる。平水中を一定速度 V で定常運動する時の状態を s の添數で表わし β_s, η_{0s} を夫々トリム角水面より重心迄の高さとすれば

$$\beta = \beta_s + \beta_1 \quad \eta_0 = \eta_{0s} + \eta_1$$

と置く事が出来て

$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_1 \quad \dot{\eta}_0 = \dot{\eta}_1$$

である。又波の傾斜 $\alpha = \theta - \beta$ は

$$\alpha = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = an \cos n(\xi \mp ct)$$

依て A 點の座標を (ξ, η) で表わすと附録に示す如く

$$\alpha = -an^2(c \mp V) \sin n(\xi \mp ct)$$

$$\ddot{\alpha} = \ddot{\theta} - \ddot{\beta} = -an^3(c \mp V)^2 \cos n(\xi \mp ct)$$

但し複號同順以下同じ

次に水から受ける力及び能率の計算には水と艇との相對運動を考える必要がある。水の粒子の運動は V 及び c に比して小さいと考えられるから此れを無視し、相對運動としては G から波面へ下した垂線の足近似的には A に於ける波面への切線へ下した垂線の足 Q を基準として考えればよい。 Q に於ける波高は簡単な幾何學的關係より

$$\eta_{atQ} = a \sin n(\xi \mp ct - q) \dots \dots \dots (2)$$

$$q = s - \phi\gamma + p\beta$$

此所に q は AQ を表わし s は艇底に沿つた浸水部の長さ ϕ は G から艇底へ下した垂線の足と艇尾間の距離で ϕ は平水中完全定常滑走状態に於て壓力中心が艇尾から ϕs_s に有ると考えた時の ϕ である。一方 GQ は $\eta_0 - \eta_{atQ}$ であるから平水中定常運動との相對距離は (2) により

$$\eta_0 - \eta_{atQ} = \eta_1 - a \sin n(\xi \mp ct - q)$$

である。又艇と水との相對速度は附録に示す如く

$$\eta_1 - (V \pm c)(\theta - \beta) - an^2q(V \mp c) \sin n(\xi \mp ct)$$

依て水から受ける力及び能率は x 方向の速度 $u, \eta_1 - (V \pm c)(\theta - \beta) - an^2q(V \mp c) \sin n(\xi \mp ct), \eta_{0s} + \eta_1 - a \sin n(\xi \mp ct - q), \beta, \dot{\beta}$ の函数になるから

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_s(V, O, \eta_{0s}, \beta_s, O) \\ Y_s(V, O, \eta_{0s}, \beta_s, O) \\ M_s(V, O, \eta_{0s}, \beta_s, O) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_u \\ Y_u \\ M_u \end{Bmatrix} \partial u$$

$$\begin{Bmatrix} X_y \\ Y_y \\ M_y \end{Bmatrix} \left\{ \eta_1 - (V \mp c)(\theta - \beta) - an^2q(V \pm c) \right. \\ \left. \times \sin n(\xi \pm ct) \right\}.$$

$$\begin{Bmatrix} X_y \\ +Y_y \\ M_y \end{Bmatrix} \left\{ \eta_1 - a \sin n(\xi \pm ct - q) \right\} + \begin{Bmatrix} X_\beta \\ Y_\beta \\ M_\beta \end{Bmatrix} \beta_1 \\ + \begin{Bmatrix} X_{\dot{\beta}} \\ Y_{\dot{\beta}} \\ M_{\dot{\beta}} \end{Bmatrix} \dot{\beta}_1 \dots \dots \dots (3)$$

但し上式の $X_u, Y_u, M_u; X_y, Y_y, M_y; X_\beta, Y_\beta, M_\beta; X_{\dot{\beta}}, Y_{\dot{\beta}}, M_{\dot{\beta}}$ は速度 V トリム角 β_s 重心の高さ η_{0s} で平水中を進行する場合の resistance derivatives を表わし、實驗なり計算なりで求め得る値である。又上式中の $q = s - \phi\gamma + p\beta$ は一般に t の函数であるが之れを第一近似として平水中の定常運動の値と見てよく

$$q_s = s_s - \phi\gamma + p\beta_s$$

とすれば

$$\eta_{atQ} = a \left\{ \cos nq_s \sin n(\xi \pm ct) - \sin nq_s \cos n(\xi \mp ct) \right\}$$

而して

$$\Xi = X - Y(\theta - \beta), \quad H = Y + X(\theta - \beta)$$

で且つ平水中定常運動の釣合の條件から

$$\left. \begin{aligned} Y_s - mg + T(\beta_s + \varepsilon) &= 0 \\ X_s + T &= 0 \\ M_s + eT &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

であるから二次の微小量が無視し Perring の理論の如く上下回轉運動のみを考えると (1) (3) (4) から運動方程式は

$$\begin{aligned} m\ddot{\eta}_1 - Y_y \dot{\eta}_1 - Y_y \eta_1 - Y_{\dot{\beta}} \dot{\beta}_1 - (Y_\beta + T)\beta_1 \\ = a \left\{ \left\{ Y_y \sin nq_s - nY_y(V \mp c) \right\} \cos n(\xi \mp ct) \right. \\ \left. - \left\{ Y_y \cos nq_s + n^2Y_y(V \pm c)q_s \right\} \sin n(\xi \mp ct) \right\} \\ I\ddot{\beta}_1 - M_{\dot{\beta}} \dot{\beta}_1 - M_\beta \beta_1 - M_y \dot{\eta}_1 - M_y \eta_1 = a \left\{ \left\{ In^3(c \mp V)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + M_y \sin nq_s - nY_y(V \pm c) \right\} \cos n(\xi \mp ct) \right. \\ \left. - \left\{ M_y \cos nq_s + n^2M_y(V \mp c)q_s \right\} \sin n(\xi \mp ct) \right\} \end{aligned}$$

となる。

III. 運動方程式の解

Resistance derivatives を無次元にするため

$$\begin{aligned} Y_y &= -\frac{mg^2V^2}{V_0^4} y_y, & M_y &= -\frac{mg^3k^2V^2}{V_0^6} m_y \\ Y_{\dot{y}} &= -\frac{mgV}{V_0^2} y_{\dot{y}}, & M_{\dot{y}} &= -\frac{mg^2k^2V}{V_0^4} m_{\dot{y}} \\ Y_\beta &= -\frac{mgV^2}{V_0^2} y_\beta, & M_\beta &= -\frac{mg^2k^2V^2}{V_0^4} m_\beta \\ Y_{\dot{\beta}} &= -mV y_{\dot{\beta}}, & M_{\dot{\beta}} &= -\frac{mgk^2V}{V_0^2} m_{\dot{\beta}} \end{aligned}$$

$I = mk^2$; V_0 は任意な一定速度

とすれば自由動揺は $\eta_1 \propto e^{it}$, $\beta_1 \propto e^{-it}$ と置く事により

$$\begin{vmatrix} \mu^2 + y_{\dot{\mu}} \mu + y_{\dot{y}} & y_{\dot{\beta}} \mu + y_{\dot{\beta}} - \frac{V_0^2 T}{mgV^2} \\ m_{\dot{y}} \mu + m_{\dot{y}} & \mu^2 + m_{\dot{\beta}} \mu + m_{\dot{\beta}} \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{但し } \lambda = \frac{8V}{V_0^2} \cdot \mu$$

即ち

$$\mu^4 + B\mu^3 + C\mu^2 + D\mu + E = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$B = m_{\dot{\beta}} + y_{\dot{y}}$$

$$C = m_{\dot{\beta}} y_{\dot{y}} + m_{\dot{\beta}} y_{\dot{\beta}} - m_{\dot{y}} y_{\dot{\beta}}$$

$$D = m_{\dot{\beta}} y_{\dot{y}} + y_{\dot{y}} m_{\dot{\beta}} - m_{\dot{y}} y_{\dot{\beta}} - m_{\dot{y}} \left(y_{\dot{\beta}} - \frac{V_0^2 T}{mgV^2} \right)$$

$$E = m_{\dot{\beta}} y_{\dot{y}} - m_{\dot{y}} \left(y_{\dot{\beta}} - \frac{V_0^2 T}{mgV^2} \right)$$

なる4次代数方程式の根より決る。(5)はPerringの平水中定常運動の安定を決める式と同一である。従つて(5)により不安定となる艇即ち(5)の根の實部が正となる艇は波中に於ても危険で本文に於て取扱わんとするのは(5)の根の實部が負なる時言い換えればRouthの規範を満足する場合の波中の運動を求めんとするのである。

強制動揺は

$$\eta_1 = P_1 \cos n(\xi \mp ct) + P_2 \sin n(\xi \mp ct)$$

$$\beta_1 = P_3 \cos n(\xi \mp ct) + P_4 \sin n(\xi \mp ct)$$

と置き

$$A = \begin{vmatrix} -\nu^2 + y_{\dot{\mu}} & \mp \nu y_{\dot{y}} & y_{\dot{\beta}} - \frac{TV_0^2}{mgV^2} & \mp \nu y_{\dot{\beta}} \\ \pm \nu y_{\dot{y}} & -\nu^2 + y_{\dot{y}} & \pm \nu y_{\dot{\beta}} & y_{\dot{\beta}} - \frac{TV_0^2}{mgV^2} \\ m_{\dot{y}} & \mp \nu m_{\dot{y}} & -\nu^2 + m_{\dot{\beta}} & \mp \nu^2 m_{\dot{\beta}} \\ \pm \nu m_{\dot{y}} & m_{\dot{y}} & \pm \nu m_{\dot{\beta}} & -\nu^2 + m_{\dot{\beta}} \end{vmatrix}$$

$$\nu = \frac{(c \mp V)nV_0^2}{gV} = \left(\frac{c}{V} \mp 1 \right) \left(\frac{V_0}{c} \right)^2$$

とすれば

$$P_1 = a \frac{A_1}{A}, \quad P_2 = a \frac{A_2}{A}$$

$$P_3 = a \frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A}, \quad P_4 = a \frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A}$$

此所に A_1, A_2, A_3, A_4 は夫々 A の第一, 第二, 第三, 第四列を $-y_{\dot{y}} \sin nq_s \mp y_{\dot{y}}, y_{\dot{y}} \cos nq_s \mp y_{\dot{y}}, nq_s, (V_0/c)^2 \nu^2 - m_{\dot{y}} \sin nq_s \mp m_{\dot{y}}$ 及び $m_{\dot{y}} \cos nq_s \mp m_{\dot{y}}$ で置きかえた行列式である。

IV. 波上安定進行の條件

本文に於て取扱う艇は平水中は安定な艇であるから自由動揺は減衰し強制動揺により支配される。此の場

合安定進行條件として考えられるのは, 高速艇であるから β 及び艇の浸水部の長さ s が常に正なる事である。 $\beta > 0$ の條件は

$$\beta_s + \frac{ag}{V_0^2} \sqrt{\left(\frac{A_3}{A} \right)^2 + \left(\frac{A_4}{A} \right)^2} \times \sin \{ n(\xi \pm ct) + \varphi_1 \} > 0$$

$$\text{但し } \tan \varphi_1 = -\frac{A_3}{A_4}$$

即ち

$$a < \frac{V_0^2}{g} \frac{\beta_s}{\sqrt{\left(\frac{A_3}{A} \right)^2 + \left(\frac{A_4}{A} \right)^2}} \dots \dots \dots (6)$$

である。

又 s は

$$s = \phi \tau + \frac{p + a \sin n(\xi \mp ct) - \eta_0}{\theta}$$

で且つ平水中に於ては

$$\eta_0 s = p - \beta_0 (s_s - \phi \tau)$$

であるから

$$s = s_s + a \left[\left\{ \frac{A_1}{A} + (s_s - \phi \tau) \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n \right) \right\}^2 + \left\{ 1 - \frac{A_2}{A} - (s_s - \phi \tau) \frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A} \right\}^2 \right]^{1/2} \times \sin \{ n(\xi \mp ct) + \varphi_2 \}$$

$$+ \left[\beta_s + a \left\{ \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n \right)^2 + \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \times \sin \{ n(\xi \pm ct) + \varphi_3 \}$$

$$= s_s + \frac{aS_1 \sin \tau}{\beta_s + aS_2 \sin(\tau + \varphi_3 - \varphi_2)} \equiv s^s + F(\tau)$$

但し

$$\tan \varphi_2 = \frac{-\frac{A_1}{A} - (s_s - \phi \tau) \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n \right)}{1 - \frac{A_2}{A} - (s_s - \phi \tau) \frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A}}$$

$$\tan \varphi_3 = \frac{\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n}{\frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A}}$$

$$\tau = n(\xi \mp ct) + \varphi_2$$

$$S = \left[\left\{ \frac{A_1}{A} + (s_s - \phi \tau) \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n \right) \right\}^2 + \left\{ 1 - \frac{A_2}{A} - (s_s - \phi \tau) \frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A} \right\}^2 \right]^{1/2}$$

$$S_2 = \sqrt{\left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_3}{A} + n \right)^2 + \left(\frac{g}{V_0^2} \frac{A_4}{A} \right)^2}$$

$$F(\tau) = \frac{aS_1 \sin \tau}{\beta_s + aS_2 \sin(\tau + \varphi_3 - \varphi_2)}$$

となる。 $F(\tau)$ は 2π の週期を持ちその極値は

$$\cos \tau = aS_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) / \beta_s$$

により與えられ, その時の $F(\tau)$ は

$$F(\tau) \equiv \begin{cases} F_1 = a S_1 / \left[\beta s \left\{ 1 - \frac{a^2 S_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)}{\beta s^2} \right\}^{1/2} \right. \\ \quad \left. + a S_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \right] \\ F_2 = -a S_1 / \left[\beta_0 \left\{ 1 - \frac{a^2 S_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)}{\beta s^2} \right\}^{1/2} \right. \\ \quad \left. - a S_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \right] \end{cases}$$

となる。此の場合 a の上限は $\beta s / |S_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)|$ により與えられ F_1, F_2 の分母が 0 となるのは $a = \beta s / S_2$ の時で勿論 $\beta s / |S_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)| > \beta s / S_2$ である。 F_1, F_2 の a を變數とした場合の有様は $\cos(\varphi_2 - \varphi_3) \leq 0$ に應じて第二圖の形を取り $F(\tau)$ は一定の a に對し、 F_1 と F_2 の間を振動する。此の時 $a = \beta s / S_2$ の附近で

第二圖

は F_1, F_2 の中何れかの値が非常に大きくなるから少なくとも

$$a < \beta s / S_2$$

が必要である。此の範圍に於ては a の増加と共に $s < 0$ の危險性が表われる。即ち波高の高い程安定條件は悪くなり波上跳躍の可能性が出てくる。而して A は行列式の性質上必ず正であるから $A_3 > 0$ の時及び $A_3 < 0$ の時でも $(2g/V_0^2)(|A_3/A|) < n$ の時には

$$S_2 > \frac{V_0^2}{g} \sqrt{\left(\frac{A_3}{A}\right)^2 + \left(\frac{A_4}{A}\right)^2}$$

であるから $\beta > 0$ の條件 (6) と比較すると

$$\left. \begin{aligned} A_3 > 0 \\ A_3 < 0 \text{ の時 } (2g/V_0^2)(|A_3/A|) < n \end{aligned} \right\} \text{ の時は } a < \frac{\beta s}{S_2}$$

$$A_3 < 0 \text{ の時 } (2g/V_0^2)(|A_3/A|) > n \text{ の時は}$$

$$a < \frac{\beta s}{\sqrt{\left(\frac{A_3}{A}\right)^2 + \left(\frac{A_4}{A}\right)^2}}$$

の範圍を問題にすればよい。(3)

平水中に於ては安定なる艇を取つたのであるから $a = 0$ で安定とならねばならぬが (6) 及び $s = s_s > 0$ で

$$(3) \quad a > \frac{\beta s}{S_2 |\sin(\varphi_2 - \varphi_3)|} \text{ の時は 極値は無いが此の場合論ずる必要がない。}$$

確に安定となる。

波の進行速度と艇速が相等しい時は $v = 0$ であるから

$$A = \left[y_y m_\beta - m_y \left(y_\beta - \frac{TV_0^2}{mgV^2} \right) \right]^2$$

$$A_1 = -\sin nq_s \left[y_y m_\beta - m_y \left(y_\beta - \frac{TV_0^2}{mgV^2} \right) \right]^2$$

$$A_2 = \cos nq_s \left[y_y m_\beta - m_y \left(y_\beta - \frac{TV_0^2}{mgV^2} \right) \right]^2$$

$$A_3 = A_4 = 0$$

故に

$$\eta_1 = a \sin n(\xi - ct - q_s), \quad \beta_1 = 0$$

即ち艇は波面に對し βs の迎角で進行し且つ $\eta_0 = \eta_0^s + \eta_1$ で $a \sin n(\xi - ct - q_s)$ は近似的に G から波面へ下した垂線の足に於ける波高を表わす故艇は常に波に對し一定なる姿勢を取り波上に跳躍する事はない。

V. Resistance Derivatives

以上の計算を行うには V の速度で平水中を進行する場合の resistance derivatives を知る事が必要である。これは實驗で求める事も出来るが、量的値でなく質的な現象は計算による resistance derivatives で充分表わす事が出来るから之について考える。然し從來與えられた値は水上機とか競走用高速艇の場合で、完全滑走状態であるがこれを段無し高速艇に用いると後述の如く完全滑走状態は勿論總ての速度に於て不安定となり實際と異なる結果となる。これを避ける爲には流體力學的力のみならず重力の影響をも併せ考える必要がある。その爲に艇が水から受ける鉛直方向の力を揚力と浮力に分けて取扱つてもよいと思うが本文に於ては滑走板の Sottorf の實驗を用いる。

Sottorf の實驗に依れば平板の水から受ける鉛直方向の力及び重心の周りの能率は

$$Y = -\frac{\rho}{2} \beta s C s_s b V^2$$

$$M = -\frac{\rho}{2} \beta s C (s_p - \phi_T) s_s b V^2$$

但し ρ は水の密度 b は板幅 s_p は艇底に沿ひ壓力中心迄の距離

により表わされ C と s_s/b の關係及び s_p/s_s と s_s/b の關係が一定の Froude 數 $\left(V / \sqrt{g \left(\frac{m}{\rho} \right)^{1/3}} \right)$ に對し圖に依り表わされて居る。之を用いる場合の段無し高速艇の resistance derivative を計算すると次の如くなる。

(4) W. R. H. 1958.

$$\begin{aligned}
y_y &= \frac{V_0^4}{mg^2} \frac{\rho}{2} b \left(C + s_s \frac{dC}{ds_s} \right) \\
y_{\dot{y}} &= \frac{V_0^2}{mg} \frac{\rho}{2} b C s_s \\
y_{\beta} &= \frac{V_0^2}{mg} \frac{\rho}{2} b \left[C(p\beta_s - \phi\gamma) + s_s s_s + p\beta_s \right. \\
&\quad \left. - \phi\gamma \right] \frac{dC}{ds_s} \\
y_{\dot{\beta}} &= \frac{1}{m} \frac{\rho}{2} b C s_s s_p - \phi\gamma - p\beta_s \\
m_y &= \frac{V_0^6}{mg^2 k^2} \frac{\rho}{2} b \left[\left(C + s_s \frac{dC}{ds_s} \right) (s_p - \phi\gamma) \right. \\
&\quad \left. + C s_s \frac{ds_p}{ds_s} \right] \\
m_{\dot{y}} &= \frac{V_0^4}{mg^2 k^2} \frac{\rho}{2} b C s_s (s_p - \phi\gamma) \\
m_{\beta} &= \frac{V_0^4}{mg^2 k^2} \frac{\rho}{2} b \left[C \left\{ (p\beta_s - \phi\gamma) s_p - \phi\gamma \right\} + s_s s_p - \phi\gamma \right. \\
&\quad \left. \times (p\beta_s + s_s - \phi\gamma) \right] \frac{dC}{ds_s} \\
m_{\dot{\beta}} &= \frac{V_0^2}{mg k^2} \frac{\rho}{2} b C s_s s_p - \phi\gamma (s_p - \phi\gamma - p\beta_s)
\end{aligned}$$

而して Sottorf の實驗に於て純粹滑走境界線に於ては如何なる Froude 數でも $dC/ds_s = 0$ で且つ滑走狀態に於ては $dc/ds_s = 0$ と考えられ $ds_p/ds_s = \phi$ であるから之れを上式に代入すると Perring の求めた物と同一結果になる。

段無し高速艇が平水中を進行する場合抵抗による重心周りの能率と推力による能率とは特殊な推進法を取らざる限り互に相殺すると大體考えてよいから釣合の條件は

$$M=0, Y=W$$

即ち第一の條件から

$$s_p = \phi\gamma$$

である。依て簡単に艇底を平板と考えれば

$$\begin{aligned}
y_y &= \frac{V_0^4}{mg^2} \frac{\rho}{2} b \left(C + s_s \frac{dC}{ds_s} \right) \\
y_{\dot{y}} &= \frac{V_0^2}{mg} \frac{\rho}{2} b C s_s \\
y_{\beta} &= \frac{V_0^2}{mg} \frac{\rho}{2} b \left[C(p\beta_s - \phi\gamma) + s_s s_s + p\beta_s \right. \\
&\quad \left. - \phi\gamma \right] \frac{dC}{ds_s} \\
y_{\dot{\beta}} &= -\frac{1}{m} \frac{\rho}{2} b C s_s p\beta_s \\
m_y &= \frac{V_0^6}{mg^2 k^2} \frac{\rho}{2} b C s_s \frac{ds_p}{ds_s}, \quad m_{\dot{y}} = 0
\end{aligned}$$

$$m_{\beta} = \frac{V_0^4}{mg k^2} \frac{\rho}{2} b C s_s (p\beta_s + s_s - \phi\gamma) \frac{ds_p}{ds_s}$$

$$m_{\dot{\beta}} = 0$$

従つて安定なる爲には Routh の規範により

$$B = y_{\dot{y}}, \quad C = m_{\beta} + y_y, \quad D = m_{\beta} y_{\dot{y}} - m_y y_{\dot{\beta}}$$

$$E = m_{\beta} y_y \left(y_{\beta} - \frac{V_0^2 T}{mg V^2} \right)$$

$$R = BCD - B^2 E - D^2 = m_y [y_{\dot{y}}^2 y_{\beta} - y_{\dot{\beta}} \{y_{\dot{y}} y_y + m_y y_{\dot{\beta}} - m_{\beta} y_{\dot{y}}\}]$$

が總て正であればよい。此の中 B, C, D, E は普通正であるがその中の D を考えると

$$\begin{aligned}
m_{\beta} y_y &= \frac{V_0^6}{m^2 g^2 k^2} \frac{\rho^2}{4} c^2 b^2 s_s^2 (s_s - \phi r) \\
&\quad \times \left(1 + \frac{p\beta_s}{s_s - \phi r} \right) \\
-m_y y_{\dot{\beta}} &= \frac{V_0^6}{m^2 g^2 k^2} \frac{\rho^2}{4} c^2 b^2 s_s^2 \frac{ds_p}{ds_s} (s_s - \phi r) \\
&\quad - \frac{p\beta_s}{s_s - \phi r}
\end{aligned}$$

であるから、 $p\beta_s/(s_s - \phi r)$ が 1 に對し無視出来る程度であれば

$$D = m_{\beta} y_y$$

と置いてよく従つて

$$R = m_y y_{\dot{y}}^2 y_{\beta} - \frac{V_0^2 T}{mg V^2}$$

而して ds_p/ds_s は正であるから m_y は正である。故に R が正なる爲には

$$y_{\beta} - \frac{V_0^2 T}{mg V^2} > 0$$

即ち $T = \frac{\rho}{2} C R b s_s V^2$ ($C R$ は抵抗係數) とすれば安定條件は

$$C(p\beta_s - \phi r) + s_s(s_s + p\beta_s - \phi r) \frac{dC}{ds_s} - C R s_s > 0$$

.....(7)

となる。然るに Sottorf の實驗に於て純粹滑走狀態線を境として重力の影響の無い時は dC/ds_s は負で重力の影響の有る時は dC/ds_s は正である。故に普通の高速艇の如く $p\beta_s - \phi r$ が負なる場合は段無し高速艇は滑走狀態では決して安定に進行出来ない事になる。⁽⁵⁾ 之に反し少し低速となり重力の影響が這入り dC/ds_s が正となれば此の爲に安定進行の可能性が出てくる。

又普通の高速艇では少ないのであるが $p\beta_s/(s_s - \phi r)$ が 1 に對し無視出来る場合は安定條件は

(5) Perring の計算 (TINA 1953) で波乗り枚が安定に進行出来る速度があるが此れは $p\beta_s - \phi r > 0$ の場合である。

$$R = \frac{V_0^6}{m^2 g^2} \frac{\rho^3}{8} b^3 c^2 s s^2 \left[c \left\{ 2p\beta s - \phi r - \frac{C_R}{C} s s \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{s s p \beta s}{k^2} (s s - \phi r) \frac{d s p}{d s s} \right\} + \frac{d C}{d s s} s s (s s + 2 p \beta s - \phi r) \right] > 0$$

上式より慣性半径 k は大きい程よい事が判明する。
今滑走状態を考えると $dC/ds s = 0$ で平衡条件から

$$p p = \phi r = \phi s s$$

$$\beta s = 2W/(\rho C T b V^2) \equiv f/r V^2$$

であるから安定条件は

$$f \left\{ 2 - \frac{r^2}{k^2} \phi (1 - \phi) \right\} p > V^2 \left(\phi + \frac{C_R}{C} \right) r^2$$

依て k が小さく

$$k < \sqrt{\frac{\phi(1-\phi)}{2}} r^2$$

の時は p の如何に關せず必ず不安定となる。 k が大きい時一定なる V について p と r に關し安定領域を決めると第三圖の如くなる。Perring が或特定の段無し高速艇についてしらべ不安定原因として擧げて居るのは

第三圖

- (i) 慣性半径が小さい時
- (ii) 重心を餘り前に持つて來る時
- (iii) 重心が低い時

であるが以上により (i) (ii) (iii) は説明する事が出来る。又 V の増加と共に安定領域が狭くなる事も明らかである。

- (6) $p\beta s/(s s - \phi r)$ が 1 に對し無視出来る時は $p > \phi + \frac{C_R}{C} \frac{2f}{r^2} r^2$ なる領域となる。

- (7) Perring の論文には重心が高い時となつて居るが計算を見ればその逆なる事判明す。

VI. 計算例

計算に用いた艇は $W = 13,208 \text{ kg}$, $\phi r = 6 \text{ m}$, $p = 0.8 \text{ m}$, $b = 3.66 \text{ m}$ なる寸法を持ち艇底は平板とし段無し高速艇とする。

(a) 平水中の安定計算

第一表は Sottorf の實驗から求めた値で、第二表は之を用いて計算した resistance derivatives である。

第三表は Routh の規範に用いる係数である。

第一表

Froude 數	$V \text{ m/sec}$	$s s \text{ m}$	C	βs	$\frac{dC}{ds s}$	$\frac{ds p}{ds s}$
2	9.62	10.6	1.22	0.591	0.88	0.27
2.5	12.02	9.3	0.83	0.637	0.58	0.43
3	14.43	8.7	0.68	0.574	0	0.56

第二表

$V \text{ m/sec}$	$y y$	$y' y'$	$y \beta$	$y' \beta$	$m y$	$m' y'$	$m \beta$	$m' \beta$
9.62	304.31	36.56	114.71	-1.69	64.23	0	31.93	0
12.02	179.42	21.82	49.15	-1.08	61.05	0	22.79	0
14.43	19.61	16.72	-6.07	-0.75	60.94	0	18.87	0

第三表

$V \text{ m/sec}$	B	C	D	E	R
9.62	36.56	336.25	1276.24	2355.82	10.91×10^6
12.02	21.82	202.21	563.81	1093.51	1.65×10^6
14.43	16.72	38.48	361.38	744.62	-0.106×10^6

上記の計算に於ては $V_0 = 10 \text{ m/sec}$, $k = 4 \text{ m}$ として

第四圖

居る。安定速度の上限は 14.1 m/sec となり、その速度は $(\rho\beta s/ss - \phi r)$ が 1 に對し無視出来る時の安定條件(7)による計算と一致して居る。(第四圖)

(b) 波中に於ける計算

波長 80m($c=11.17$ m/sec), 120 m($c=13.68$ m/sec)

の波につき計算を行う。(第四表)

此の結果を用い横座標に $2a/l$ (波高/波長) を取り

$a=\theta-\beta$ とすれば $t+\delta t$ に於ては (ξ, η) , (ξ_0, η_0) , $(\bar{\xi}, \bar{\eta})$, a は $(\xi+\delta\xi, \eta+\delta\eta)$, $(\xi_0+\delta\xi_0, \eta_0+\delta\eta_0)$, $(\bar{\xi}+\delta\bar{\xi}, \bar{\eta}+\delta\bar{\eta})$, $a+\delta a$ となる。 (ξ, η) に於ける切線の方程式は

$$Y-\eta=\alpha(X-\xi)$$

であるから

$$\delta Y-\delta\eta=\delta\alpha(X-\xi)+\alpha(\delta X-\delta\xi)$$

第 四 表

V m/sec	C m/sec		A_1/A	A_2/A	$(g/V_0^2)(A_3/A)$	$(g/V_0^2)(A_4/A)$	$\cos(\varphi_2-\varphi_3)$
9.62	11.17	追 波	- 2.00	1.03	0.60	- 0.69	0.907
		向 波	- 1.63	- 0.69	0.37	- 0.21	0.566
	13.68	追 波	- 1.34	1.09	0.40	- 0.73	-0.946
		向 波	- 1.50	0.19	0.32	- 0.45	0.818
2.02	11.17	艀 波	- 0.52	0.25	- 0.02	0.18	- 0.046
		向 波	- 0.52	0.14	- 0.02	0.21	0.694
	13.68	追 波	- 0.36	0.27	0.24	0.18	- 0.717
		向 波	- 0.34	0.21	- 0.08	0.20	0.183

F_1/ss , F_2/ss を表わしたのが第五圖である。圖に於て F_2/ss 又は F_1/ss が -1 より大きい時は安定で艇が波上に跳躍せざる波高と波長の比の上限が決る。勿論波上に出て居る艇底の長さにも或制限が有るべきでその方から制限される事がある。特に $\cos(\varphi_2-\varphi_3)<0$ の場合は之れを考える必要がある。

VII. 結 言

以上により段無し高速艇の平水中に於ける縦安定及び波中に於ける運動を求め、波中に於て安定なる條件を求めた。此の外有段の高速艇の場合もあるがこれは紙面の都合上次の機会に譲りたい。終に臨み御指導を賜りたる本學渡邊教授に厚くお禮申上げる次第である。(於九州帝大工學部造船學教室)

(附録)

時間 t に於ける波形は

$$\eta = a \sin n(\xi \mp ct)$$

で表わされ重心 $G(\xi_0, \eta_0)$ から波上の點 (ξ, η) に於ける波形への切線へ下した垂線の足を $(\bar{\xi}, \bar{\eta})$ 切線の傾斜を

第五圖

且つ $\delta\eta = an(\delta\xi \mp c\delta t) \cos n(\xi \mp ct) = a(\delta\xi \mp ct)$

$$\delta a = -an \sin n(\xi \mp ct)(\delta\xi \mp c\delta t)$$

而して G から (ξ, η) に於ける切線への垂線の長さを L とすれば

$$\begin{aligned} \delta L &= (\xi_0 - X)(\delta\xi_0 - \delta X)/L + (\eta_0 - Y)(\delta\eta_0 - \delta Y)/L \\ &= \delta\eta_0 - a\delta\xi_0 - a(\mp c\delta t) - \delta a(X - \xi) \end{aligned}$$

故に艇と波との波面に垂直な方向の相対速度は $\delta L/\delta t$ であるから

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta t} &= \eta_1 - a(V \mp c) \\ &\quad + an^2(X - \xi) \left(\frac{\delta\xi}{\delta t} \mp c \right) \sin n(\xi \mp ct) \end{aligned}$$

而して (ξ, η) , (X, Y) 間の距離を q とすれば

$$q + (\xi_0 - \xi) + a(\eta_0 - \eta) = 0$$

故に上式から 2 次の微小量を無視して

$$\begin{aligned} \frac{\delta\xi}{\delta t} &\doteq \frac{1}{1 + a\eta_0 n^2 \sin n(\xi \mp ct)} \\ &\times \left[\frac{\partial q}{\partial t} + V \pm a\eta_0 n^2 c \sin n(\xi \mp ct) \right] \\ &\doteq V + \frac{\partial q}{\partial t} \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta t} &= \eta_1 - a(V \mp c) - an^2 q \\ &\quad \times \left[V \mp c + \frac{\partial q}{\partial t} \right] \sin n(\xi \mp ct) \end{aligned}$$

而して本題に於ける如く q を q_s と考え且つ前後動を考慮ぬ場合は

$$\frac{\delta L}{\delta t} = \eta_1 - a(V \mp c) - an^2 q_s (V \mp c) \sin n(\xi \mp ct)$$

で表わす事が出来る。又 a は

$$\frac{\delta a}{\delta t} = -an^2 (V \mp c) \sin n(\xi \mp ct)$$

となる。従つて

$$\ddot{a} = -an^2 (V \mp c)^2 \cos n(\xi \mp ct)$$

で表わされる。

討 論

○丸尾 孟君 Sottorf の結果によつておられる様ですが、その aspect ratio と lift coefficient の 2 curves を使つて居るのですか。又 aspect ratio は

如何にお探りですか。

○井上正祐君 あの 2 curves を使つてやつて居ります。

○丸尾 孟君 波と高速艇との relative speed の關係に就て艇と波との出会い速度と固有振動数と非常に近い場合の問題は何うお考えですか。

○井上正祐君 その問題は現在の問題につき差當り unnecessary ので S のみを計算しました。

○丸尾 孟君 段のある場合はどうでしょうか。

○井上正祐君 本文は段のない場合ですが、段のある場合にもやり方は同じで次の機会に譲りたいと思います。

○福田啓二君 高速艇の水から飛び上る力は波の山を越してゆく時の遠心力ですが、夫をお考えでしょうか。

○井上正祐君 波の山をこす時の遠心力を考える爲にこの問題をやり始めたのです。この場合の如く fixed axis によると式の上からは遠心力の項が入らず moving axis で運動方程式を立てれば、遠心力の項は現われて來ますが取扱いが困難になつて來ます

○福田啓二君 噴射推進は普通の propeller に比し格段に速力があるので、平水のとときは良いが少し波があるとある程度以上の速度では全然水の上へ飛び上つて役に立ちませんでした。この理由は波のあたまをよび越す時の遠心力によると聞いております。

○井上正祐君 この方程式の中には遠心力の影響は這入つて居りますが、遠心力のみがその原因でない様に思います

○座長 (加藤 弘君) 他にございませんければ私から一言著者に御禮申し上げます。高速艇は御承知の様に普通の船型と違い、戦時中は多少研究されましたが満足な結果には至りませんでした。進駐軍の要求等に依り今後之の建造が期待されますから此の方面の研究は重要になると思います。今回井上君がこの論文を發表された事は我々裨益されるところが多いと思います。尙今後も進んで實驗的にも御研究になりその成果を發表されん事を望みます。皆様と共に拍手を以て著者に謝意を表します。