(昭和 23 年 4 月 11 日 造船協會春季講演會に於て講演)

二重底の振動に就て

正員 工學士 山 本 善 之*

Abstract

On the Vibration of the Double Bottoms.

By Y. Yamamoto, *Kogakushi. Member*

In this paper the vibration of the double bottom constructions of ship is investigated theoretically, using the method which was introduced by Dr. W. Schilling in his research of the strength of the double bottom and it is confirmed that the frequency functions presented in my last paper (this Journal May, 1946) are useful to describe the formulae concisely.

§ 1.

本論文は二重底を對象としたものであるが、同様な方法が甲板、隔壁にもある程度用い得る。

之は二重底構造の解法に用いられた W. Schilling の方法¹⁾をその振動の解法に用いられたもので、之を更に栖原氏の程度²⁾に迄する事は形式上は極めて容易である。

肋板は連続と見做せる程十分密に配置され、その寸法は横方向に一樣（この假定は本質的に必要ではない）長さ方向には區分的に一樣且その間隔も區分的に一定とする。第 1 圖の様に坐標系をとる。二重底の縦横の境界の條件は任意で良いが、ここでは固定及び自由支持の場合を扱う。本論文は著者の“平面構造物の振動”に關する論文（昭 21. 5）の方法及び結果の全面的な應用となる爲、その論文を参照されると便利と思う。尙記號も同論文による。

肋板の剛性にはその前後半肋骨心距の外板内底板の有效幅を、質量には前後半肋骨心距全部、積荷、附加質量を加えたもの²⁾を用いて $n^4 = \frac{wAp^2}{gEI}$ を定める。桁板は中心線に平行とし、之を 1, 2, ..., r と命名すればその單位長さ當りの重量 $w^{(i)}$ 、外板、内底板の有效幅を含めた剛性 $EI^{(i)}$ とする。然して肋板は桁を通じてのみお互いに作用するとする。

肋板を含む 1 肋骨心距 s の梁を考えその i 點に $qse^{i\pi t}$ の力が加わる時の k 點の變位を $\mu_i^k qe^{i\pi t}$ とする。第 2 圖に見る様に q^i を肋板、桁板間の反力とし s を十分小なりと考えれば q は x の連續函數と考え得る。 $q^i e^{i\pi t}$ を任意の強制力による k 點の變位とすれば、反力強制力による k 點の變位 $u_{(x)}^k e^{i\pi t}$ は

$$\left. \begin{aligned} u_{(x)}^k &= \eta^k(x) - \mu_i^k q^i(x)^3 \\ EI^{(i)} \frac{d^4 u^i}{dx^4} &= p^2 \frac{w^{(i)}}{g} u^i + \zeta^i(x) + q^i(x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

より定まる。但し ζ^i は桁 i 上加わる強制分布力である。

第 1 圖

第 2 圖

* 東大第一工學部講師

1) W. Schilling: Statik der Bodenkonstruktion der Schiffe.

栖原二郎: 船殻の立體強度計算法, 會報, 昭 22. 11.

2) 横方向に一樣とす。

3) $\mu_i^k q^i = \sum_j \mu_{ij}^k q^j$ の意

(1) より q を消去すれば,

$$\left[\partial_i^k + \mu_i^k \left(-p^2 \frac{w^{(i)}}{g} + EI^{(i)} \left(\frac{d}{dx} \right)^4 \right) \right] u^i = \eta^k + \mu_i^k \zeta^i \dots \dots \dots (2)$$

之を解き桁の前後端, 荷重點等の境界条件を合せれば分布強制力による振動が解ける。

§ 2.

自由振動の時は $\eta^k = \zeta^i = 0$. 又 u が實數なる爲には $u \propto e^{\sigma x}$ or $\propto e^{\sigma(1+i)x}$ (σ は實數又は殘虚數) なる解であらねばならぬ事は明かである。之等の2つの場合を (a), (b) にて區別する。

(a) の場合 (2) 式より

$$\left[\partial_i^k - \mu_i^k p^2 \frac{w^{(i)}}{g} + \mu_i^k EI^{(i)} \sigma^4 \right] u^i = 0$$

u^i 悉くは 0 ならざる故

$$\left| \partial_i^k - \mu_i^k p^2 \frac{w^{(i)}}{g} + \mu_i^k EI^{(i)} \sigma^4 \right| = 0 \dots \dots \dots (3)$$

この方程式の σ^4 が負になる場合は (b) によらねばならぬ。 $\sigma^4 \geq 0$ とし, その正(實)根を σ とすれば $u(x)$ は $\alpha(\sigma x), \beta(\sigma x) \dots$ の一次結合で與えられる。

(b) の場合

$$\left| \partial_i^k - \mu_i^k p^2 \frac{w^2}{g} - 4\mu_i^k EI^{(i)} \sigma^4 \right| = 0 \dots \dots \dots (4)$$

の正根を σ とすれば $u(x)$ は $A(\sigma x), B(\sigma x) \dots$ の一次結合で與えられる。

§ 3.

二重底全長に凡り寸法一定にて荷重梁柱等無き時は, 實は (a) 場合しか起らぬ。(b) が起つたとすれば高々 $\sigma=0$ とならねばならず, 之は (a) に含まれる故である。例えば兩端支持の時 $u(0)=u''(0)=u''(L)=0$ となる解は

$$\left. \begin{array}{l} \text{(a)} \quad \beta(\sigma L)\beta(\sigma x) - \delta(\sigma L)\delta(\sigma x) \\ \text{(b)} \quad B(\sigma L)B(\sigma x) + D(\sigma L)D(\sigma x) \end{array} \right\} \text{なる形である。故に } u(L)=0 \text{ なる條件は}$$

$$\text{(a)} \quad \beta^2(\sigma L) - \delta^2(\sigma L) = C(\sigma L) = 0 \quad \sigma L = j\pi \quad (j = \text{整数})$$

$$\text{(b)} \quad B^2(\sigma L) + D^2(\sigma L) = \frac{1}{2}\gamma(2\sigma L) = 0 \quad \sigma L = 0.$$

この様にして定まつた根 $\sigma L = \omega_j$ とせば, 吾々の求むる振動數方程式は

$$\left| \partial_i^k - \mu_i^k \left\{ p^2 \frac{w^{(i)}}{g} - EI^{(i)} \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\} \right| = 0 \dots \dots \dots (5)$$

にて與えられる。周知ではあるが ω_j の値を他の場合について書いて置く。

$$\text{兩端固定} \quad O, \quad 4.73004, \quad 7.85320, \quad \sim \left(j + \frac{1}{2} \right) \pi$$

$$\text{固定支持} \quad O, \quad 3.92660, \quad \sim \left(j + \frac{1}{4} \right) \pi$$

§ 4.

一般に二重底は左右對稱である。その時對稱型及び反對稱型の振動が生ず。之を別々に分けて扱うと便である。即ち半幅のみを考え, 中央にて對稱又は反對稱の條件を與える。この時中心線桁板 K の反力による μ はその $\frac{1}{2}$ を取つて置けば良い。即 K に於ける反力 $\frac{1}{2}$ による K 點, B 點の變位を μ_K^K, μ_K^B とするのである。尙 A 點に於ける反力 1 による B 點の變位は μ_A^B である。之等の表式を第1表に掲げる。

第 1 表

		共通の分母		$\mu \times (\text{共通の分母})$
		μ_K^K		$-\frac{1}{2}P$
兩 側 固 定	對 稱 型	μ_K^A	$n^3 EIB$ S	$-\frac{1}{2}(\beta\delta_1 - \gamma\gamma_1)$
		μ_A^A		$D_1\bar{B}_1 - P_1\bar{A}_1$
		μ_A^K		$D_1\bar{\beta}_1 + R_1\bar{\gamma}_1 - P_1\bar{\alpha}_1$
		μ_A^B		$(l_A > l_B) - (\beta_1\delta_2 - \gamma_1\gamma_2)\bar{A}_1 + (\beta_1\gamma_2 - \alpha_1\delta_2)\bar{B}_1 + (\gamma_1\delta_2 - \delta_1\gamma_2)\bar{D}_1$ $(l_A < l_B) - P_1(\alpha_1\alpha_2 - \gamma_1\gamma_2) + D_1(\beta_1\alpha_2 - \delta_1\gamma_2) + R_1(\gamma_1\alpha_2 - \alpha_1\gamma_2)$
		$\mu_K^K, \mu_K^A, \mu_A^K$		O
兩 側 支 持	反 對 稱 型	μ_A^K	$n^3 EID$ S	$D_1\bar{D}_1 - P_1\bar{C}_1$
		μ_A^B		$(l_A > l_B) (\delta_1\gamma_2 - \gamma_1\delta_2)\bar{B}_1 - (\beta_1\delta_2 - \gamma_1\gamma_2)\bar{C}_1 + (\beta_1\gamma_2 - \alpha_1\delta_2)\bar{D}_1$ $(l_A < l_B) R_1(\delta_1\beta_2 - \beta_1\delta_2) - P_1(\beta_1\beta_2 - \delta_1\delta_2) + D_1(\gamma_1\beta_2 - \alpha_1\delta_2)$
	對 稱 型	μ_K^K	$n^3 EIA$ S	$\frac{1}{2}D$
		μ_K^A		$\frac{1}{2}(\gamma\beta_1 - \alpha\delta_1)$
		μ_A^K		$C_1\bar{B}_1 + D_1\bar{A}_1$
		μ_A^K		$D_1\bar{\alpha}_1 + B_1\bar{\gamma}_1 + C_1\bar{\beta}_1$
		μ_A^B		$(l_A > l_B) (\gamma_1\beta_2 - \alpha_1\delta_2)\bar{A}_1 - (\delta_1\beta_2 - \beta_1\delta_2)\bar{D}_1 + (\beta_1\beta_2 - \delta_1\delta_2)\bar{B}_1$ $(l_A < l_B) D_1(\alpha_1\alpha_2 - \gamma_1\gamma_2) - B_1(\alpha_1\gamma_2 - \gamma_1\alpha_2) + C_1(\beta_1\alpha_2 - \delta_1\gamma_2)$
	反 對 稱 型	$\mu_K^K, \mu_K^A, \mu_A^K$	$n^3 EIC$ S	O
		μ_A^A		$C_1\bar{D}_1 + D_1\bar{C}_1$
		μ_A^B		$(l_A > l_B) - (\beta_1\delta_2 - \delta_1\beta_2)\bar{B}_1 + (\gamma_1\beta_2 - \alpha_1\delta_2)\bar{C}_1 + (\beta_1\beta_2 - \delta_1\delta_2)\bar{D}_1$ $(l_A < l_B) - B_1(\beta_1\delta_2 - \delta_1\beta_2) + D_1(\beta_1\beta_2 - \delta_1\delta_2) + C_1(\gamma_1\beta_2 - \alpha_1\delta_2)$

備考 $P = P(nl)$, $D_1 = D(nl_A)$, $\bar{B}_1 = B(n(l-l_A))$, $\delta_2 = \delta(nl_B)$ 等

§ 5.

中心線桁板のみの時は振動数方程式は

$$1 - \mu_K^K \left\{ p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\} = 0$$

反對稱型では桁板の影響がなくなる故、ここでは對稱型のみ扱う。

$$(1) \text{ 船側にて固定の時 } \mu_K^K = -\frac{S}{2n^3 EI} \frac{P(nl)}{B(nl)}$$

$$nl = \lambda \text{ と書き } \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{2\lambda^3 B(\lambda)}{P(\lambda)} + \lambda^4 \frac{w^K}{w} \frac{s}{l} = \frac{I^K}{I} \frac{s}{l} \left(\frac{l}{L} \right)^4 w_j^4 \dots\dots\dots (7)$$

$$(2) \text{ 支持の時 } \mu_K^K = \frac{S}{2n^3 EI} \frac{D(\lambda)}{A(\lambda)}$$

$$\frac{2\lambda^3 A(\lambda)}{D(\lambda)} + \lambda^4 \frac{w \kappa_s}{w l} = \frac{I \kappa_s}{I l} \left(\frac{l}{L} \right)^4 w_j^4 \dots \dots \dots (8)$$

§ 6.

中心線桁板と兩側に側桁板各一つの場合

$$\left. \begin{aligned} \text{對稱型} \quad & 1 - \mu_K \left\{ p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\}, \quad -\mu_A \left\{ p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\} \\ & -\mu_K^A \left\{ p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^2 \right\}, \quad 1 - \mu_A^A \left\{ p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\} \end{aligned} \right\} = 0$$

反對稱型

$$1 - \mu_A^A \left\{ p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \left(\frac{\omega_j}{L} \right)^4 \right\} = 0.$$

にて振動数が定まる。

§ 7.

中心線桁板のみにて、中心線上に集中荷重のある場合 一般に集中荷重 W の點 P では

$$u_1 = u_2, \quad \theta_1 = \theta_2, \quad M_1 = M_2, \quad F_1 = F_2 + p^2 \frac{W}{g} u \dots \dots \dots (9)$$

但し $u_1 = u_{P-0}$, $u_2 = u_{P+}$ 等の意である。

例えば 2 重底前後端固定にて、長さの中央に W ある時は

$$(a) \quad EI^K \sigma^4 = - \frac{1}{\mu_K} + p^2 \frac{w^K}{g} \left. \begin{aligned} & \frac{B \left(\frac{\sigma L}{2} \right)}{P \left(\frac{\sigma L}{2} \right)} \sigma^3 EI^K + \frac{W}{g} p^2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10.1)$$

$$(b) \quad -4EI^K \sigma^4 = - \frac{1}{\mu_K} - p^2 \frac{w^K}{g} \left. \begin{aligned} & -4 \frac{\beta(\sigma L)}{\rho(\sigma L)} \sigma^3 EI^K + \frac{W}{g} p^2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10.2)$$

尚本 § 以下の計算に對しては附録を参照されたい。

§ 8.

長さ方向に區分的に一樣に寸法の變化があるか一樣な荷重のある場合

$$u_1 = u_2, \quad \theta_1 = \theta_2, \quad M_1 = M_2, \quad F_1 = F_2$$

が成立する。勿論この場合は $n, w, I, w^{(\epsilon)}, I^{(\epsilon)}, \sigma$ 等は區分に異なる。

之を $n_{(\epsilon)}$ の様に書いて區別する。例えば第 3 圖の様に長さの中央部に一樣な分布荷重を有する時は

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\mu_{K(\epsilon)}} + p^2 \frac{w_{(\epsilon)}}{g} &= EI_{(\epsilon)} \sigma_{(\epsilon)}^4 & (a) \\ \text{or } -4EI_{(\epsilon)} \kappa_{(\epsilon)}^4 & & (b) \end{aligned} \right\} (11)$$

$i=1$ と 2 で必しも (a) 又は (b) の同一のものを取るを要しない。

例えば前後端固定、前後對稱型は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1^2 EI_1}{P_1} (-R_1 u + D_1 \theta / \sigma_1) \\ \kappa_1^2 EI_1 (2v_1 u - \delta_1 \theta / \kappa_1) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} \frac{\sigma_2^2 EI_2}{B_2} (-D_2 u + A_2 \theta / \sigma_2) \\ \frac{\kappa_2^2 EI_2}{\beta_2} (2\delta_2 u + 2\alpha \theta / \kappa_2) \end{aligned} \right.$$

不連続點にて

常識通り兩側支持の時が固定の時より、桁板による λ の上昇率大、前後支持の時より固定の時の方が桁板の影響が大である。尚振動数は λ^2 に比例する。

(2) 集中荷重の影響 四周固定とし、中央に集中荷重 W を加えた時

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{\sigma L}{2} &= \mu \text{ と置き} \\ 8 \frac{IK_s}{l^3} \left(\frac{L}{l} \right)^4 \mu^4 &= \frac{\lambda^3 B(\lambda)}{P(\lambda)} \\ \frac{\mu^3 B(\mu)}{P(\mu)} + \frac{\lambda^4 IW}{161 K_{wl}} \left(\frac{L}{l} \right)^4 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(b)} \quad \sigma L &= \mu \text{ と置き} \\ 2 \frac{IK_s}{l^3} \left(\frac{l}{L} \right)^4 \mu^4 &= \frac{\lambda^3 B(\lambda)}{P(\lambda)} \\ \frac{\mu^3 B(\mu)}{P(\mu)} - \frac{\lambda^4 IW}{41 K_{wl} L} \left(\frac{L}{l} \right)^4 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

W と最低根 λ の関係を第 5 圖に示す。圖より中央に加えられた $2t$ の集中荷重により振動数約 10% 下る事が分かる。尚 λ, W の関係は圖の範圍では大體直線的である。

(3) 梁柱の影響 (2) と同じ場合につき中央に梁柱 1 本置きたる場合につき行う。梁柱の重量 0 とすればこの場合 (a) の場合しか起らぬ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma L}{2} &= \mu \text{ として} \\ 8 \frac{IK_s}{l^3} \left(\frac{l}{L} \right)^4 \mu^4 &= \frac{\lambda^3 B(\lambda)}{P(\lambda)} \\ \frac{L^3 K}{8EI} &= \frac{\mu^3 B(\mu)}{P(\mu)} \end{aligned} \right\}$$

この場合も λ, K の関係は圖の範圍では直線的である。梁柱が甲板梁 1 本にて支えられているとすれば K の値は

$$K = 0.0405 \text{ t/mm}$$

故に數本の梁にて支えられたとした所で何等見るべき振動数の増加はない。故に梁柱の上端に特設梁の必要なる事が認められる。

(2), (3) の一, 二の場合につき中心線桁板の振動の mode を描くと第 6 圖のようになる。

§ 12.

本論文は所謂振動數函数の使用によりその記述は著しく縮められ、又數値計算も Hohenemser u. Prager¹⁾ の表を用いる事により容易に行われる。故にこの方法は實船の二重底振動の解析にも直ちに用い得ると思う。

又本論文では桁と肋板は交點で變位を等しくするという条件のみで扱われたが、回轉角をも一致さす事も困難ではない。然し之は桁肋板共に振り剛性が比較的小なる事を考えると勞多くして益少い故、不必要と思う。

最後に本論文を草するに當り絶えず御激勵、御指導給つた吉識教授に感謝の意を表します。

第 5 圖

第 6 圖

1) Hohenemser u. Prager: Dynamik der Stabwerke. 1932 Springer, Berlin.

附 録 1.

§ 7~10 にては主に中心線桁板のみの場合に關して述べたが、此處で側桁板のある場合に生ずる著しい性質につき例示する。今側桁板 1 個、中央に集中荷重 W 、前後左右對稱型の振動につき述べる。又此處では (a) の場合が生じているとす。長さの半分を L とせば、

$$\begin{aligned} 1 - \mu_K^K \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma^4 \right), & \quad -\mu_A^K \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma^4 \right) \\ -\mu_K^A \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma^4 \right), & \quad 1 - \mu_A^A \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma^4 \right) \end{aligned} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

前後端固定とせば中央に於ける條件は

$$\theta^K = \theta^A = 0, \quad F^A = 0, \quad F^K = \frac{1}{2} p^2 \frac{W}{g} u \dots \dots \dots (2)$$

一般の場合 (1) 式は相異なる 2 正根 σ_1, σ_2 を有する。この時は

$$\left. \begin{aligned} u^K &= \sum_{i=1,2} \mu_A^K \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma_i^4 \right) [c_i \alpha(\sigma_i x) + \dots] \\ u^A &= \sum_{i=1,2} \left[1 - \mu_K^K \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma_i^4 \right) [c_i \alpha(\sigma_i x) + \dots] \right] \end{aligned} \right\}$$

の境界條件を合せれば良い。即 $[c_i \alpha(\sigma_i x) + \dots]$ として夫々の場合で條件を充す様にとる。今の場合 $[u, \theta : u, \theta]$ の場合にとり $u_i^{K,A}(0) = \theta_i^{K,A}(0) = \theta_i^{K,A}(L) = 0$ とし、 u_i^K を常數として

$$\begin{aligned} F_{(L)}^K &= -\sum_{i=1,2} \mu_A^K \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma_i^4 \right) \sigma_i^3 EIB(\sigma_i L) u_i^K / P(\sigma_i L) \\ &= \frac{1}{2} p^2 \frac{W}{g} - \sum_{i=1,2} \mu_A^K \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma_i^4 \right) u_i^K \\ F_{(L)}^A &= -\sum_{i=1,2} \left[1 - \mu_K^K \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma_i^4 \right) \right] \sigma_i^4 EIB(\sigma_i L) \mu_i^K / P(\sigma_i L) \end{aligned}$$

この兩式より u_i^K を消去する事により問題の場合の振動數方程式を得る。

(1) 式が等根 σ を有する時は基本解は

$$\alpha(\sigma x), \dots, \quad x \alpha(\sigma x) \dots$$

を取らねばならず多少問題が複雑になる。が $\alpha(\sigma x)$ [等にて組立てられた解を σ で微分したものはやはり解であり然も前者に於て恒等的に成立せる式は後者にてても成立する事を利用すれば比較的容易である。この場合 $\alpha(\sigma x)$ 等で組立てられた解で $u_{(0)}^{A,K} = \theta_{(0)}^{A,K} = \theta_{(L)}^{A,K} = 0$ を充すものは

$$\left. \begin{aligned} u_1^K(x) &= \mu_A^K \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma^4 \right) [\beta(\sigma L) \delta(\sigma x) - \gamma(\sigma L) \gamma(\sigma x)] u_1 / P(\sigma L) \\ u_1^A(x) &= \left[1 - \mu_K^K \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma^4 \right) \right] [\beta(\sigma L) \delta(\sigma x) - \gamma(\sigma L) \gamma(\sigma x)] u_1 / P(\sigma L) \end{aligned} \right\}$$

であるが今の場合も一組の解は $f(\sigma)$ を正則な任意函數として

$$u_2^{K,A} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(f(\sigma) u_1^{K,A} \right)$$

として得られ、この新しき解も $u_{(0)}^{A,K} = \theta_{(0)}^{A,K} = \theta_{(L)}^{A,K} = 0$ を充す。今 $f(\sigma) = P(\sigma L) u_2 / u_1$ とすれば

$$\begin{aligned} u_2^K &= \mu_A^K \left\{ -4EI^A \sigma^3 [\beta \delta(\sigma x) - \gamma \gamma(\sigma x)] + \left(p^2 \frac{w^A}{g} - EI^A \sigma^4 \right) \right. \\ &\quad \times \left[L(\alpha \delta(\sigma x) - \beta \gamma(\sigma x)) + x(\beta \gamma(\sigma x) - \gamma \beta(\sigma x)) \right] \left. \right\} u_2 \\ u_2^A &= \left\{ \mu_K^K 4EI^A \sigma^3 [\beta \delta(\sigma x) - \gamma \gamma(\sigma x)] \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \mu_K^K \left(p^2 \frac{w^K}{g} - EI^K \sigma^4 \right) \right] L(\alpha \delta(\sigma x) - \beta \gamma(\sigma x)) + x(\beta \gamma(\sigma x) - \gamma \beta(\sigma x)) \right\} u_2 \\ u^K &= u_1^K + u_2^K, \quad u^A = u_1^A + u_2^A \end{aligned}$$

として $F_{(L)}^K = \frac{1}{2} p^2 \frac{W}{g} u_{(0)}^K$, $F_{(L)}^A = 0$ なる条件式を作り, 之より u_1, u_2 を消去せば求むる振動数方程式が得られる。

実際には自由振動の時等は等根は考えなくて良い。強制振動の場合には等根が現われた時上のように処理すれば良いのである。 n 重の等根に対しても同様である。

附 録 2.

§7 以後にて長さ方向の境界条件を充さず時, (a) に対しては著者の前論文の影響係数の表がそのまま用いられる。(b) に対しては夫れと同じ思想の下に影響係数が求められる。次に通常用いられるものを掲げる。即端点以外は u, θ を場にとるとする。

(a) $[u, \theta; v, \phi]$ $R=R(\sigma L)$, $\gamma=\gamma(\sigma L)$ の意

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{P} \left[-Ru - D \frac{\theta}{\sigma} + \gamma v - \delta \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{P} \left[Bu + R \frac{\theta}{\sigma} - \beta v + \gamma \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{P} \left[\gamma u + \delta \frac{\theta}{\sigma} - Rv + D \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{D} \left[\beta u + \gamma \frac{\theta}{\sigma} - Bv + R \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$[u, M; v, \phi]$ $u=M=0$ とす。

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{D} \left[Bv - C \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{D} \left[Av - B \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$[u, \theta; v, N]$ $v=N=0$

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{D} \left[Bu + C \frac{\theta}{\sigma} \right], \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{D} \left[-Au - B \frac{\theta}{\sigma} \right]$$

$[\theta, F; v, \phi]$ $\theta=F=0$

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{B} \left[-Dv - A \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{B} \left[-Cv + D \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$[u, \theta; \phi, G]$ $\phi=G=0$

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{B} \left[-Du + A \frac{\theta}{\sigma} \right], \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{B} \left[Cu + D \frac{\theta}{\sigma} \right]$$

(b) $[u, \theta; v, \phi]$ $\delta=\delta(2\sigma L)$ $C=C(\sigma L)$ の意

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{\rho} \left(2vu + \delta \frac{\theta}{\sigma} - 2Cv + 2D \frac{\phi}{\sigma} \right), \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{\rho} \left(-2\beta u - 2v \frac{\theta}{\sigma} + 4Bv - 2C \frac{\phi}{\sigma} \right)$$

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{\rho} \left(-2Cu - 2D \frac{\theta}{\sigma} + 2\gamma v - \delta \frac{\phi}{\sigma} \right), \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{\rho} \left(-4Bu - 2C \frac{\theta}{\sigma} + 2\beta v - 2v \frac{\theta}{\sigma} \right)$$

$[u, M; v, \phi]$ $u=M=0$

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{\delta} \left[2\beta v - 2\gamma \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{\delta} \left[4\alpha v - 2\beta \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$[u, \theta; v, N]$ $v=N=0$

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{\delta} \left[2\beta u + 2\gamma \frac{\theta}{\sigma} \right], \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{\delta} \left[-4\alpha u - 2\beta \frac{\theta}{\sigma} \right]$$

$[\theta, F; v, \phi]$ $\theta=F=0$

$$N = \frac{\sigma^2 EI}{\beta} \left[2\delta v - 2\alpha \frac{\phi}{\sigma} \right], \quad G = \frac{\sigma^3 EI}{\beta} \left[4\gamma v - 2\delta \frac{\phi}{\sigma} \right]$$

$[u, \theta; \phi, G]$ $\phi=G=0$

$$M = \frac{\sigma^2 EI}{\beta} \left[2\delta u + 2\alpha \frac{\theta}{\sigma} \right], \quad F = \frac{\sigma^3 EI}{\beta} \left[-4\gamma u - 2\delta \frac{\theta}{\sigma} \right]$$

但し

$$\alpha(2\lambda) = A^2 + C^2, \quad \beta(2\lambda) = 2(AB + CD), \quad \gamma(2\lambda) = 2(B^2 + D^2), \quad \delta(2\lambda) = 2(BC - AD)$$

$$\rho(2\lambda) = \frac{\alpha(2\lambda) - 1}{2} = C^2 - 2BD, \quad \sigma(2\lambda) = \frac{\alpha(2\lambda) + 1}{2} = A^2 + 2BD$$

$$\nu(2\lambda) = \frac{\gamma(2\lambda)}{2} = 2B^2 - AC = 2D^2 + AC$$

[此處の $\sigma(2\lambda)$ は上の σ とは異なる。此處では $\sigma(2\lambda)$ は用いない故混同する事はない。] 尚諸函数の定義式は

$$\alpha(\lambda) = \frac{1}{2}(\cosh \lambda + \cos \lambda), \quad \beta(\lambda) = \frac{1}{2}(\sinh \lambda + \sin \lambda)$$

$$\gamma(\lambda) = \frac{1}{2}(\cosh \lambda - \cos \lambda), \quad \delta(\lambda) = \frac{1}{2}(\sinh \lambda - \sin \lambda)$$

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2}(\alpha(\lambda) - 1), \quad \sigma(\lambda) = \frac{1}{2}(\alpha(\lambda) + 1),$$

$$\nu(\lambda) = \frac{1}{2}\gamma(\lambda)$$

$$A(\lambda) = \cosh \lambda \cos \lambda, \quad B(\lambda) = \frac{1}{2}(\cosh \lambda \sin \lambda + \sinh \lambda \cos \lambda)$$

$$C(\lambda) = \sinh \lambda \sin \lambda, \quad D(\lambda) = \frac{1}{2}(\cosh \lambda \sin \lambda - \sinh \lambda \cos \lambda)$$

$$P(\lambda) = \frac{1}{2}(A(\lambda) - 1), \quad Q(\lambda) = \frac{1}{2}(A(\lambda) + 1),$$

$$R(\lambda) = \frac{1}{2}C(\lambda)$$

$$\alpha(0) = \sigma(0) = A(0) = Q(0) = 1 \quad \text{其他 } \lambda=0 \text{ にて } 0$$

$$\alpha' = \delta, \quad \beta' = \alpha, \quad \gamma' = \beta, \quad \delta' = \gamma$$

$$A' = -2D, \quad B' = A, \quad C' = 2B, \quad D' = C$$

其他の函数 $\alpha\beta\cdots, A, B\cdots$ の性質に就ては前論文を参照されたい。

参 考 文 献

- (1) 著者：平面構造物の振動に就て，會報，昭 21. 5.
- (2) 著者：矩形平板構造物の振動に就て，會報，昭 22. 11.
- (3) Dr. W. Schilling：Statik der Bodenkonstruktion der Schiffe (1925) Springer, Berlin.
- (4) 栖原二郎：縦横の強度部材の相互干渉を考慮せる船殻の立體強度計算法に就て，會報，昭 22. 11.

討 論

- 井口 常雄君 二重底の振動に於て水がくつついた場合はどうなりますか。
- 山本 善之君 水の附加重量は二重底の重量に附け加えて解けばよろしいのです。
- 井口 常雄君 どの位ついて來ますか。
- 山本 善之君 未だ明確には判りませんが鬼頭さんがやられています。(雜誌昭和 19 年 5 月) が理想的に言え
ば，餘り満足すべきものではありません。之に就ては次の機會に申上げ度いと存じます。
- 井口 常雄君 餘程きくのでしょうか。
- 山本 善之君 engine room ではそれ自體の weight が餘程大きいので左程利かないと思います。
- 井口 常雄君 mass W は何處にあつても解けますか。
- 山本 善之君 解けます。
- 井口 常雄君 すれば main engine のみでなく auxiliary engine が各所についていても解けますね。
- 山本 善之君 解けます。但し一般の場合は相當複雑になります。然し對稱位置にある時は，ある程度簡單に
なります。
- 渡邊 正紀君 二重底の振動は rigidity と關係があり船を建造する時に二重底を造るのに rivet welding と
では rigidity が異なります。船を二重底まで建造してきて色々の構造物を welding で取付けた時 constrain が
大になり crack が入つて來る。従つてこの rigidity を考慮に入れたものを今後扱つて頂き度いと思います。
- 山本 善之君 船全體として栖原氏のやられた方法を應用すれば，side deck も考えに入れて解くことも可能
ですが計算は複雑になります。殘留應力を入れると附録の記號が使えなくなりこの方法では解けません。

- 渡邊正紀君 Liberty ship etc で welding する時、残留應力の問題で種々議論されて居りますが之を構造力學上の見地からも究明して頂き度いと思います。將來日本でも溶接船が多數建造されるに到ると思いますので其の方向の開拓をやつて欲しいと思います。
- 寺澤 一雄君 torsional moment を捨てられたが、その error がどの位いのか検討されましたか。
- 山本 善之君 未だ致しておりません。が餘り大きくないと思います。
-