(昭和 23 年 11 月 造船協會秋季講演會に於て講演)

船舶の振幅半減衰動搖回數に就いて

正員 工學士 高 田 茂 俊*

Abstract

On the number of swing to decrease
to one-half amplitude for the rolling of ships
By Shigetoshi Takata, *Kogakushi, Member*

The writer has been studying in the manner of expression of the damping properties of the rolling motion of ships and the method of analysis which is simple and is to be employed in various calculations, having just achieved some of the results as follows. In the general case of the curve of extinction to be expressed by an arbitrary function of amplitude θ as having an entire approximation the expression of the damping properties of the rolling motion of ships is considered to be appropriate as explained in the following sequence.

(1) In order to express, of the first significance, the damping properties of the motion peculiar to hulls the number of swing for the rolling to decrease to one-half amplitude μ is employed in the amplitude $\theta=10^\circ$. Furthermore to express the degree of increase in the damping of the rolling for the augmentation of amplitude, $\frac{\mu_2}{\mu_1}$, ratio of the number of swing for the rolling to decrease to one-half amplitude μ_2 and μ_1 in amplitude $\theta=20^\circ$ and 10° is employed.

(2) The value of these μ_2 and μ_1 can be obtained directly from the experimental result of the rolling motion.

(3) The damping properties of the rolling motion among waves are expressed by maximum amplitude in synchronous rolling $\theta_{\max}$ in the simplified imaginary standard condition on the utmost audacious assumption. In this case the damping forces among waves are taken for those in the still water and that which is learnt from Zimmermann's study is taken for the standard condition of waves.

(4) If the damping properties of the rolling motion of ships are expressed by the number of swing for the rolling to decrease to one-half amplitude μ in an arbitrary amplitude, μ is found from μ_1 and $\frac{\mu_2}{\mu_1}$ as shown below ;

$$\mu = \frac{1}{\alpha_e(1+\delta_e\theta)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1+\delta_e\theta)} \right\}$$

$$\text{where } \begin{cases} \alpha_e = \frac{2}{3\mu_1} \left(1 - \frac{1}{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \right) \\ \delta_e = \frac{0.15}{2 \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1} \left(1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \end{cases}$$

(5) The maximum amplitude in synchronous rolling among waves $\theta_{\max}$ is found by graphic method from the following expression.

* 三菱重工業株式會社社長崎造船所船型試驗場

$$\frac{r\theta_w}{\theta} = \frac{2}{\pi} \cdot a_2(1 + \delta_e\theta)$$

$$\text{where } \begin{cases} \theta_w; \text{ the slope of the surface trochoid} \\ r; \text{ the coefficient of the effective wave slope} \\ a_e, \delta_e; \text{ by using the above expression can be found } \mu_1 \text{ and } \frac{\mu_2}{\mu_1} \end{cases}$$

緒 言

動搖研究にあつても他の方面の研究と同様に、一般にその立場を大略二つに分けて、第一に動搖の物理的性質を調べる所謂基礎研究の立場と、第二の實際に動搖性能の良い船を設計製作し又動搖性能を良好ならしめる手段装置等を考案する所謂技術研究の立場とを考へる事が出来る。前者は出来る限り精密にその研究を行う可きもので、從來各大學、研究所等に於て研究され、その成果も可なり發表されて居る様である。後者はその理論的研究に於てもある場合に於てはたとへ 10% 或いは 20% 等の誤差があつてもむしろ簡潔で技術者の直感に訴へるところが大きく且つ數多くの計算に用いるのに便なる成果を目標とす可きもので、實際に優秀なる船舶の設計を行つて居る造船所等に於て研究されて居ると考えられるが、此等の發表された成果をあまり聞かない様である。従つて所謂研究が實際の設計と遊離して居るかの如き印象を與えられるが、終局の目標としては荒天に於ても搖れの少ない優秀なる船を實際に製作する事にあるので、技術者の此の方面の研究も亦必要ではなからうかと考えられる。

Froude 以來常に用いられて居る船舶動搖減衰性能の表現法即ち所謂減減係數 a, b 等を用いる方法は、前者の研究の立場に立つて動搖の物理的性質を調べるのには適當な方法であらうと考えられるが、後者の技術的立場に於ては次の如き缺點を有して居ると考えられる。即ち第一に此の表現法で a, b が各々幾何の數値であると與えられても造船技術者及び船舶使用者の直感に訴へるところが少ないと考えられ、第 2 に同一の減衰性能の船舶に對しても試験の度に又測定點の取り方に依つて a, b の値は可なり變動してある場合には a 大 b 小、又ある場合には a 小 b 大となり、船舶固有の減衰性能としてどの値をとつて良いか實用上困難を感じ、又殆んど等しい動搖減衰性能でも a, b の値が相當異なるとあたかも異なる減衰性能を有するかの如き印象を與えられる。第 3 に船舶固有の減衰性能を a, b 等の數値で二元的或いは三元的に與へる事は多くの船の減衰性能を系統的に比較してその實用性を研究する場合には不便である。又減衰性能を Froude の表現法に従つてある横搖角 θ に於ける減減角 $-\Delta\theta = a\theta + b\theta^2$ 或いは減減率 $-\frac{\Delta\theta}{\theta} = a + b\theta$ 等で表わす事も考えられるが、これ等は所謂平均振幅に於ける値を示すものでその角度から一揺れする間の減減角或いは減減率とは異なり直感から距つたものの様と考えられる。

本文は以上の技術上實用上の立場に立つて研究を進めたもので、従つて前者の研究の立場に立つて見る時は幾多の許し難い取扱ひがしてあるが、これは前者の研究が進んで正確に於て且つ簡潔な成果が得られた時に其の都度改良して行く可きものと考えられる。

茲に從來の減減係數 a, b 等を用いる動搖減衰性能の表現法と平行して、技術上實用上の立場に立つて新らしく半周期毎の動搖回数に對する振幅半減衰動搖回数で船舶動搖の減衰性能を表現する事を提案し、これの解析法を研究する。斯くすると技術者及び船舶使用者に對し直感的に訴へるところが大きく、且つ第一義的にはある標準の振幅例えば振幅 10° の際の振幅半減衰動搖回数で一元的に船體固有の減衰性能を表わす事にし、振幅が大きくなるための減衰度の増加を振幅 10° 及び 20° の振幅半減衰動搖回数 μ_1 及び μ_2 の比 $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ で表わす事にすれば多くの船舶の動搖減衰性能を比較するのに便利である。然る、後に述べる如く比較的簡單に此等の値から任意の振幅に於ける振幅半減衰動搖回数、半周期毎の減減角及び波浪中の最大横搖角を示すある標準の値を求める事が出来る。

1. 振巾半減衰動搖回数 μ 及び振巾半減衰時間 τ

從來の研究に依ると、實際の船が横搖れすると考えられる範圍の横搖角に對しては近似的に次の如く表わされる。通常の記號を用いて

$$-\Delta\theta = a\theta_m + b\theta_m^2 + c\theta_m^3 \dots\dots\dots(1)$$

但し $-\Delta\theta$: 揺れ毎の減少角

θ_m : 平均振幅

これを次の如く表わす

$$-\frac{\Delta\theta}{\theta} = a \{1 + \delta(1 + \epsilon\theta_m)\theta_m\} \dots\dots\dots(2)$$

即ち a は $\theta_m=0$ 或いは近似的に θ_m が極めて小さい場合の振幅減少率を示し $\delta(1+\epsilon\theta_m)$ は θ_m が大きくなるための単位振幅毎の振幅減少率の増加の割合を示すもので、一般には θ_m の函数である。而して θ_m が小さい場合通常は實用上大體 $\epsilon \approx 0$ と考える事が出来る。

今簡単のため、先づ $\epsilon=0$ の場合を考える。然る時は (2) は次の如くなる。

$$-\frac{\Delta\theta}{\theta} = a(1 + \delta\theta_m) \dots\dots\dots(3)$$

今第1圖に示す如く平均振幅 θ_m に於ける A 曲線の接線 C の傾斜が θ_n と θ_{n+1} を結ぶ B 直線の傾斜の ξ 倍であるとする。然る時は、理論上又實驗からも $\xi > 1.0$ で 1.0 に極めて近く、船型に依る外、振幅に依つても變化する筈である。

$$\left(\frac{d\theta}{dn}\right)_{\theta=\theta_m} \equiv \left(\frac{d\theta}{dn}\right)_{\theta_m} = \xi \cdot \Delta\theta$$

(3) を代入して

$$\left(\frac{d\theta}{dn}\right)_{\theta_m} = -\xi a(1 + \delta\theta_m)\theta_m$$

一般に θ_m を θ と書いて

$$\frac{d\theta}{dn} = -\xi a(1 + \delta\theta)\theta \dots\dots\dots(4)$$

(4) の微分方程式を初期条件 $n=0$ にて $\theta=\theta_0$

なる如く解けば θ と n との関係が求まる。(4) より

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta(1 + \delta\theta)} = -\xi a \int_0^n dn$$

これを解いて整理すれば $\frac{\theta}{1 + \delta\theta} = \frac{\theta_0}{1 + \delta\theta_0} e^{-\xi a n} + C$

初期条件より積分常数 C を定めると $C=0$

$$\therefore \frac{\theta}{1 + \delta\theta} = \frac{\theta_0}{1 + \delta\theta_0} e^{-\xi a n} \dots\dots\dots(5)$$

(5) より $\theta = \theta_0/2$ となる半周期毎の動揺回数即ち所謂振幅半減衰動揺回数 μ を求めると

$$\mu = \frac{1}{\xi a} \log \left(1 + \frac{1}{1 + \delta\theta_0} \right) \dots\dots\dots(6)$$

一般の船舶に於ては振幅が極めて小さく振幅半減衰動揺回数 μ が相當に大きい場合を除いて、一般には $\xi a n$ は小さい量であるので

$$e^{\xi a n} \approx 1 + \xi a n + \frac{(\xi a n)^2}{2}$$

故に (5) より

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta_0} \left\{ 1 + \xi a n (1 + \delta\theta_0) \left(1 + \frac{\xi a n}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots(7)$$

(7) より前と同様に振幅半減衰動揺回数 μ を求めれば

$$\mu = \frac{1}{\xi a (1 + \delta\theta_0)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + \delta\theta_0)} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

又 (7), (8) に (3) を代入すれば振幅 θ 及び振幅半減衰動揺回数 μ は次の如く表わされる。

第 1 圖

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta_0} \left\{ 1 + \xi \mu \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right) \left(1 + \frac{\xi a n}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\mu = \frac{1}{\xi \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)} \left\{ 1 - \frac{a}{2 \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

次に振幅半減衰時間 τ は $\theta_0 \sim \theta_0/2$ 間の平均の全周期を T_m とすれば近似的に

$$\tau = \frac{\mu T_m}{2} = \frac{T_m/2}{\xi a (1 + \delta\theta_0)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + \delta\theta_0)} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

或いは

$$\tau = \frac{T_m/2}{\xi \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)} \left\{ 1 - \frac{a}{2 \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

而して附録に述べる如く實驗成績を解析した結果、 ξ は平均値として實用上十分の近似度を以て次の如く置く事が出来る。

$$\xi = 1.00 \dots\dots\dots (13)$$

故に以下總て (13) の如く $\xi = 1.00$ として論ずる。

以上は減減曲線が平均振幅 θ_m の 1 乗及び 2 乗に比例する項のみで表わされる (3) の如き場合であるが、(2) に示す如く θ_m の 1 乗、2 乗及び 3 乗に比例する項の和で表わされる場合に於て、更に一般的に θ_m の任意の函数で表わされる場合に於ても、實用上技術的立場に立つて實用に便なる簡潔なる結論を得るために、第 2 圖に示

第 2 圖

す如く一般の減減率曲線 A を相當減減率曲線 B で近似的に置きかえる。即ち (2) の如く減減曲線が θ_m の 3 乗までの項の和で表わされる場合は $\left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)$ は θ_m についての二次曲線となるが、(3) の如く θ_m の 2 乗までの項で表わされる場合は B の如く直線となる。故に相當減減曲線にして B に示す如く θ_m の 1 乗及び 2 乗に比例する項の和で表わされ、且つ B 曲線で減減率曲線が表わされる場合の $\left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)$ と A 曲線で減減率曲線が表わされる場合の $\left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)_i$ との差の 2 乗の振幅 θ の實用全範圍例えば $\theta = 5^\circ \sim 25^\circ$ 等の間についての總計が最少なる如く、所謂最小自乗法の條件を満足する様に B 曲線の係数は定められる可きである。然るに實船に於ては一般に斯の如き相當減減率曲線 B は振幅 $\theta = 10^\circ$ 及び 20° に於ける振幅半減衰動揺同數 μ_1 及び μ_2 に應ずる $\left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right)$

の値を結ぶ直線 B と近似的に等しいと見る事が出来るので、解析を簡單にするために實際の場合に於ては後者の如き直線を相當減減率曲線にとる。然る時は

$$\left(\frac{-\Delta\theta}{\theta_m} \right) = \alpha_e (1 + \delta_e \theta_m) \theta_m$$

故に (4) と同様に

$$\frac{d\theta}{dn} = -\alpha_e (1 + \delta_e \theta) \theta \dots\dots\dots (14)$$

茲で α_e, δ_e を相當減減係數と稱する事にすれば、此等は以上述べた事に依り、次の如く μ_1, μ_2 から求める事が出来る。即ち今までに $\epsilon = 0$ として求めた結果をそのまま適用する事が出来て、(8), (11), (13) より一般に θ_0 を θ と書けば

$$\mu = \frac{1}{\alpha_e (1 + \delta_e \theta)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + \delta_e \theta)} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\tau = \frac{T_m}{2\alpha_e (1 + \delta_e \theta)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + \delta_e \theta)} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

故に

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{1}{\alpha_e (1 + 10\delta_e)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + 10\delta_e)} \right\} \\ \mu_2 &= \frac{1}{\alpha_e (1 + 20\delta_e)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1 + 20\delta_e)} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$\frac{1}{2(1+10\delta_e)}$ 等は1に比して小さいと見る事が出来るので、(17)の第1近似値として

$$\mu_1 = \frac{1}{a_e(1+10\delta_e)} \quad \therefore \quad \left. \begin{aligned} 1+10\delta_e &= \frac{1}{a_e\mu_1} \\ 1+20\delta_e &= \frac{1}{a_e\mu_2} \end{aligned} \right\}$$

同様に

此等を(17)の第2項に代入すれば μ_1, μ_2 の第2近似値として

$$\mu_1 = \frac{1}{a_e(1+10\delta_e)} \left\{ 1 - \frac{a_e\mu_1}{2} \right\} \quad \therefore \quad \left. \begin{aligned} 10\delta_e &= \frac{1}{a_e\mu_1} - \frac{3}{2} \\ 20\delta_e &= \frac{1}{a_e\mu_2} - \frac{3}{2} \end{aligned} \right\}$$

同様に

此等から a_e, δ_e を求むれば

$$\left. \begin{aligned} a_e &= \frac{2}{3\mu_1} \left\{ 2 - \frac{1}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)} \right\} \\ \delta_e &= \frac{0.15}{2 \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

即ち $\theta=10^\circ, 20^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_1, μ_2 から得られる μ_1 及び $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ から(18)に依つて a_e, δ_e が求まり、従つて任意の振幅 θ に於ける μ 及び τ を(15),(16)に依つて求める事が出来る。茲で μ_1 は概括的に船の減衰性能を代表するものと考え、 $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ を振幅が大きくなるための減衰度の増加の割合を示すものと考えられる。

故に吾々は μ_1 及び $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ を以つて船舶の動揺減衰性能を代表させる事にして、第一義的に概括的に船舶の減衰性能を比較する場合は振幅 $\theta=10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_1 を用うる事を、又振幅 θ が大きくなるための動揺減衰度の増加を示すものとして $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ を用うる事を提案致し度い。

2. 波浪中の最大横揺角

波浪中に於ける實船の動揺は極めて複雑であり、非周期的波に依る強制動揺と、突風其の他の攪乱に依る横傾斜が加つた横揺角を示す。而して波浪中に於ける復原力も減衰力も共に静水中に於けるものと別個のものでありその値も異なるが大略之等の値は静水中のものに比例すると考える事が出来る。即ち多くの船舶の波浪中の動揺減衰性能を比較する場合に、静水中の動揺減衰性能が良いものは、略これに比例した程度で波浪中の動揺減衰性能も良いものと考えられる。又動揺減衰性能の十數%の差異が直ちに實船運営上の性質に顯著に表われるものでもないで、吾々の實用上の立場に立つて簡潔に結果をまとめるためには、斯の如き複雑な波浪中の動揺現象に對して次に述べる如き簡單なる假定の標準状態を考へて、此の標準状態に於ける動揺減衰性能を各船について計算する事とし、此の同一計算法で計算した結果を實船の實際航海中に於ける動揺性能に對する所見と共に整理した資料を作つて置き、これ等から技術上の他の項目の判斷を加えて統計的に判定するのが賢明であると考えられる。以上の意味に於て次の如き大膽なる假定の下に成立する標準の動揺減衰性能を考える。即ち

- (1) 波浪中の船の直進及び回轉運動に基く船の見掛けの重量、浮力、慣性力率等の變化及び動揺の中心軸、復原力の變化等を無視する。
- (2) 波浪の構造を破壊する爲め等に生ずる動揺に對する所謂能動抵抗を省略して、波浪中に於ける動揺抵抗を静水中に於ける値に等しくとる。これは安全側の考慮となる。
- (3) 所謂有效波傾斜を有する波の觀念の他、一般に船の動揺理論に用いられる假定が總べて成立するものとする。
- (4) 標準の波として Zimmermann¹⁾の研究に依るものを暫定的に取る。

1) Schiffbau, April 1920

(5) 以上の (1)~(4) の假定の下に波の周期と船の周期が等しい所謂共揺時の最大横揺角を以て波浪中の動揺減衰性能の標準値とする。此の場合は勿論突風等の他の影響は省略する。

波浪中共揺時の波浪に依る強制動揺のための振幅の増し $(\Delta\theta)_+$ 及びその船自身の減衰性能に依る振幅の減り $(\Delta\theta)_-$ は、以上の假定の下に前に述べた相當減減係数の概念を用いて表わせば

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\theta)_+ &= \frac{\pi\gamma\theta_w}{\omega} \\ (\Delta\theta) &= \alpha_e(1+\delta_e\theta)\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

但 γ ; 有效波傾斜係数

θ_w ; 表面波傾斜

波浪中の最大横揺角 $\theta_{\max}$ は波に依る強制動揺のための振幅の増しと自己の減衰力に依る振幅の減りが釣り合った時即ち (19) に於ける $(\Delta\theta)_+$ と $(\Delta\theta)_-$ が等しい時に生ずるので

$$\frac{\gamma\theta_w}{\theta} = \frac{1}{\pi} \cdot \alpha_e(1+\delta_e\theta) \dots\dots\dots (20)$$

$$\varphi \equiv \frac{2\alpha_e}{\pi}(1+\delta_e\theta) \dots\dots\dots (21)$$

船の動揺減衰性能として前に述べた如く μ_1 及び $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ を知る時は (18) に依つて α_e, δ_e を求める事が出来るので、 φ 及び $\frac{\gamma\theta_w}{\theta}$ を θ に對して圖示すればその交點より圖式に依つて $\theta_{\max}$ を求める事が出来る。即ち波浪中の動揺減衰性能の標準となる最大横揺角 $\theta_{\max}$ を求めるには靜水中の動揺減衰性能として $\theta=10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_1 及び $\theta=20^\circ, 10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_2, μ_1 の比である $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ を知れば十分である。又靜水中の動揺減衰性能はそれ自體では意義が乏しく寧ろ實用上からは波浪中の動揺性能を支配する點に大なる意義を有すると考えられるので、實用上の立場からは靜水中に於ける船體固有の動揺減衰性能を μ_1 及び $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ で表わす事は適當であると考えられる。

3. 結 論

以上の研究に依つて船を設計する立場及び船を運営する船主、船長等の實用上の立場から、船舶動揺減衰性能を表現する方法として Froude 以來用いられて居る減減係数 a, b, c 等を用うる方法と平行して、次の如き振幅 $\theta=10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_1 及び $\theta=20^\circ, 10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_2, μ_1 の比である $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ を用いて動揺減衰性能を表わす方法を提案致し度い。

(1) 船舶固有の動揺減衰性能を第一義的に表わすには、振幅 $\theta=10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_1 を用うる。更に振幅が大きくなるための動揺減衰度の増加の程度を表わすためには、振幅 $20^\circ, 10^\circ$ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ_2, μ_1 の比である $\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ を用うる。

第 3 圖

(2) 此等の μ_2, μ_1 の値は動揺實驗成績から直接讀みとられる。

(3) 波浪中における動揺減衰性能を第二節に述べた如き極めて大膽なる假定の下に簡單化されたある假空の標準狀態に於ける共揺最大横揺角 $\theta_{\max}$ を以て表わす。此の場合に波浪中に於ける動揺減衰力として靜水中のそれを取り、波浪の標準狀態として Zimmermann の研究から得られた第 3 圖のものをを用いる。

(4) 船舶動揺減衰性能を任意の振幅 θ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ を以て表わすと

$$\mu = \frac{1}{a_e(1+\delta_e\theta)} \left\{ 1 - \frac{1}{2(1+\delta_e\theta)} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } a_e &= \frac{2}{3\mu_1} \left\{ 1 - \frac{1}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)} \right\} \\ \delta_e &= \frac{0.15}{2\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

(5) 波浪中の共揺最大横揺角 $\theta_{\max}$ は次式から圖式に依つて求める事が出来る。

$$\frac{\gamma\theta_m}{\theta} = \frac{2}{\pi} a_e(1+\delta_e\theta) \dots\dots\dots(20)$$

但し γ ; 有効波傾斜係数
 θ_w ; 表面波傾斜
 a_e, δ_e ; (18) より $\mu_1, \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ より求められる。

4. 動揺實驗成績解析の例

振幅の広い範圍にわたつて實驗した資料が元本にないので、加藤教授の實驗²⁾の中の D 型 (高速客船), E 型 (高速貨物船), F 型 (普通速貨物船) 及び G 型 (漁業指導船) 模型試驗成績を解析の例にとつて計算し, 第 3 節で述べた結論の妥當性を調べる。

實驗成績から直接 μ_2, μ_1 を読みとり, これから得られた $\mu_1, \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$ から (18) に依つて a_e, δ_e を計算し, これから (14) 及び (15) に依つて $\left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)$ 及び μ を計算して, これ等を實驗値と共に第 4 圖～第 7 圖に示す。此等から見る時は振幅 θ が極めて小さい時にも非常に動揺減衰が良い G 型模型の短周期の特殊の場合に於ては幾分近似度が低下するが, 其の他の一般の D, E 型模型に於ては實用上十分の近似度を以てて計算は實驗値と合致し, 第 3 節に於て述べた結論が妥當である事を示して居る。更に第 3 節結論に示せる如く, (20) に依つて波浪中の最大横揺角 $\theta_{\max}$ を表面波傾斜 θ_w が 6° の場合について

第 4 圖

て計算し, 實驗値と共に第 1 表に示す。此の際

第 1 表

項 目	$\theta_{\max}$ (度)			
	D 型	E 型	F 型	G 型
實 驗	23.6	20.1	16.4	15.3
普通計算式	23.6	19.7	16.9	19.1
加藤教授 "	23.8	19.8	17.9	20.2
著 者 "	22.9	18.9	15.2	16.9

有効波傾斜係数として通常の値 $\gamma=0.80$ をとる。これから見る時は $\theta_{\max}$ の計算値は通常の場合大體實驗値に近い値を示して居り, 實用上

第 5 圖

の目安として用い得るものと考えられる。尙G型の実験値が計算値と比べて小さいのは原論文にも述べてある如く、船側の魚釣臺が振幅約 11° で水面に達するためであると考えられる。

終りに、種々御指導を頂いた渡邊恵弘教授に厚く御禮を申上げる次第である。

附 録

§1 振巾半減衰動揺回数 μ の一般解析法

本文第3節に於ては、相當減減率曲線として μ_1 及び μ_2 に應ずる $\left(\frac{-d\theta}{\theta}\right)$ を結ぶ直線をとるものとし、相當減減係数 a_e, δ_e を求める式として (17) より近似計算に依つて (18) を誘導した。然し a_e, δ_e は、一般には相當減減率曲線上の値 $\left(\frac{-d\theta}{\theta}\right)$ と實驗値 $\left(\frac{-d\theta}{\theta}\right)_i$ との差の2乗の振幅の實用全範圍例えば $\theta = 5^\circ \sim 250^\circ$ 等についての總計が最小なる如く所謂最小自乗法の條件を満足する如く次の様に定めなければならない。

$$\begin{aligned}
 F &\equiv \sum \left\{ \left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)_i - \left(\frac{-d\theta}{\theta} \right) \right\}^2 = \sum \left\{ \left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)_i - (a_e + b_e \theta) \right\}^2 \\
 &= \sum \left[\left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)_i^2 + \left\{ a_e^2 - 2a_e \left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)_i \right\} + \left\{ b_e^2 \theta^2 - 2b_e \theta \left(\frac{-d\theta}{\theta} \right)_i \right\} + 2a_e b_e \theta \right]
 \end{aligned}$$

但し $b_e = a_e \cdot \delta_e$

$$\frac{\partial F}{\partial a_e} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial b_e} = 0 \quad \text{より}$$

$$\left. \begin{aligned}
 a_e N - \Sigma \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta} \right)_i + b_e \Sigma \theta &= 0 \\
 a_e \Sigma \theta - \Sigma (-\Delta\theta)_i + b_e \Sigma \theta^2 &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

此れより a_e, b_e, δ_e を求めると

$$\left. \begin{aligned}
 a_e &= \frac{\Sigma \theta^2 \Sigma \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta} \right)_i - \Sigma (-\Delta\theta)_i \Sigma \theta}{N \Sigma \theta^2 - (\Sigma \theta)^2} \\
 b_e &= \frac{N \Sigma (-\Delta\theta)_i - \Sigma \theta \Sigma \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta} \right)_i}{N \Sigma \theta^2 - (\Sigma \theta)^2} \\
 \delta_e &= \frac{N \Sigma (-\Delta\theta)_i - \Sigma \theta \Sigma \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta} \right)_i}{\Sigma \theta^2 \Sigma \left(\frac{-\Delta\theta}{\theta} \right)_i - \Sigma (-\Delta\theta)_i \Sigma \theta}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

但し、 N は測定點の數、 Σ は測定點についての合計、 θ は θ_m を示す。

而して本文に於ては更に解析を容易にするために、次に述べる (6) の $\log$ を展開して近似計算を行つたが、正確には上の如くして求めた a_e, δ_e を直接 (6) に代入して任意の振幅 θ に於ける振幅半減衰動揺回数 μ を求める事が出来る。

$$\mu = \frac{1}{\xi a_e} \log \left(1 + \frac{1}{1 + \delta_e \theta} \right) \dots\dots\dots (6)$$

§2 ξ の決定

(6) より

$$\xi = \frac{1}{\mu a_e} \log \left(1 + \frac{1}{1 + \delta_e \theta} \right) \dots\dots\dots (23)$$

但し、 a_e, δ_e は §1 に述べた如く (22) から求められる。

第 2 表

船 舶	ξ				
	$\theta = 10^\circ$	15°	20°	25°	平 均
D型	1.05	1.00	0.99	1.00	1.01
E型	1.05	1.00	1.00	1.01	1.01
F型	1.00	1.01	1.01	0.98	1.00
G型	1.02	1.02	1.01	1.00	1.01

實例については適當な資料が手元にないので、前記加藤教授の D, E, F, G 型模型について (22) に依つて a_e, δ_e を解析し、これを (23) に代入して ξ を求めると第 2 表の如くである。 $\theta < 10^\circ$ に於ては相當減衰曲線を採用せるための誤差が可なり入つて來るので、此の範圍を除外して振幅 $10^\circ \sim 25^\circ$ の平均を取れば、 $\xi = 1.01$ となり近似的に 1.00 に等しいので ξ の値として次の如くとする。

$$\xi = 1.00 \dots\dots\dots (13)$$

§3 本文に採用した近似省略についての検討

近似式誘導に際して行つた近似省略が結果に如何なる影響を興えるかを検討する事は實用上の立場からは極めて大切な事であると考えられる。

本文の骨子となつて居る二つの觀念上の假定は次の如くである。

(1) 減衰曲線 ($\theta \sim n$ 曲線) に於て、一般に平均振幅 θ_m に於ける曲線の傾斜は兩端振幅 θ_n, θ_{n+1} を結ぶ直線の傾斜に實用上十分の近似度を以つて等しいと見る事が出来る。

(2) 減衰率曲線 ($\frac{-\Delta\theta}{\theta} \sim \theta$ 曲線) は實用振幅 $\theta = 5^\circ \sim 25^\circ$ 程度の範圍内では μ_1, μ_2 に相當する $\frac{-\Delta\theta}{\theta}$ を結ぶ直線即ち相當減率曲線で、實用上十分の近似度を以つて置きかえる事が出来る。

これ等は多くの實驗成績から統計的に導き出された觀念であり、極めて特殊な場合を除いて一般には實用上の立場から妥當なものと考えられる。

次に實用上の解析を簡潔ならしめるために、計算式誘導中に行つた運算上の主なる近似省略は次の二つである。

(1) (6) から (8) を誘導する際に $a_e \cdot n$ が 1 に比して小さいと見て、 $e^{\pm an}$ を冪級数に展開して $(a_e \cdot n)^3$ 以上の項を省略した。

(2) (17) から (18) を誘導する際に $\frac{1}{2(1+10\delta_e)}$ が 1 に比して小さいと見て、逐次近似法に依る計算を行つて第 2 近似値をとつた。

以上の近似省略で先ず前者について考えて見ると、通常の船舶では一般に $a_e < 0.05$ 程度で n 即ち μ は θ が極めて小さくなると可なり大きくなるが、通常の實用範圍の振幅では大略 $n < (5 \sim 10)$ 程度と見る事が出来る。更に又一般に a_e が大きいと n が小さく、 a_e が小さいと n が大きいので、 a_e が特に大きい即ち幅が相當廣い小型船舶等が GM が大きく短かい周期で動揺する場合又は振幅 θ が極めて小さい場合を除いて、先ず一般的には大略 $a_e n < 0.5$ 程度と見る事が出来るので此の近似省略は先ず妥當なものと考えられる。

次に後者について考えて見ると、一般の船舶に於ては振幅 θ が増すための動揺減衰度の増加の割合は大略その程度は同じ order で、 $a_e \cdot \delta_e$ には極めて大きな差は見られないが、 a_e には前述の如く極めて大きな差があり、幅が廣くて GM が大きな船舶で動揺周期が短かい場合には a_e の値が他の一般の場合の数十倍となり従つて δ_e の値が非常に小さく $\frac{1}{2(1+10\delta_e)}$ の値も 0.5 に近く可なり大きくなる事もあるが、一般には先ず 1 に比して小さいと見る事が出来ると考えられる。

故に上に述べた二つの近似省略はいずれも幅が相當廣い小型船舶等が GM が相當大きく短かい周期で動揺する場合に結果にいくらかの誤差を與えるが、一般の場合は實用上殆んど結果に影響を與えない。例えば加藤教授 G 型模型で極端に周期が短かい $T=0.49$ 秒の場合には第 7 圖の如く少しく計算結果に誤差を生ずるが、此の場合に以上の近似省略を含め附録 § 1 に述べた如き方法で μ を計算すれば第 7 圖に示す如く實驗結果と極めて良く一致する。此の事實は又本文に採用した上述の觀念上の二つの假定が正しい事を證するものと考えられる。

討 論

○加藤 弘君 船の横揺に對する抵抗を表わすのに振幅が或る角度から或る角度に減る迄の、動揺回數を採用することは判り易い方法であり、また澤山の動揺記録を短時間で調査してその抵抗を比較する場合に便利であると思われます。然し動揺抵抗は船が波の中で揺れる時の角度を計算する場合に必要のものであつて、その様な計算には動揺抵抗が本論文で採用された μ で表わされているよりは、減減係數 a 及び b で表わされている方が遙かに便利であります。抵抗を動揺數で表わすことは既に 1924 年 Payne 氏が R. E. Froude 氏の提案に基づいてその多くの模型試験結果を短時間で、解析し比較する爲に採用して居りますが、氏は振幅が初めの値の、 $1/\sqrt{2}$ に減る迄の動揺數を採つており、之を freedom coefficient と稱した。高田君は振幅が $1/2$ に減る迄の動揺係數 μ を取りましたから之は Payne 氏の freedom coefficient の 2 倍に當ります。次に本論文では動揺の性能を振幅 10° 及 20° に對する μ_1 及 μ_2 で表わしていますが、實船の動揺試験で得らるる角度は大きい場合でも 10° 位で、一般には $4^\circ \sim 6^\circ$ 位でありますから之に對しては如何様に表わすべきか御意見を伺います。

○高田 茂俊君 本論文の出發の立場が動揺の物理的性質を調べる所謂基礎研究の立場と異り、船主或いは造船技術者に實船の動揺減衰性能を直感的に示し、且多くの資料を統計的に調べる事を目標に出發したので、これ以外の立場からは本法は不適當であると思ひます。

實船の 10° 以下の試験成績から實船の大きい横揺角の $10^\circ, 20^\circ$ の場合を μ で表わす事については、これは勿論 μ_1, μ_2 でも Froude の a, b でもいずれで表わしてもいけないと考えます。即ち振幅が大きくなると振幅が小さい場合には表われない別個の減衰を支配する term が入つて來て、これは小さい角度の實驗からは實際上分りません。それで小さい横揺角の減衰性能が分れば大きい横揺角の減衰性能が解る方法を實用上からは是非知り度いと思ひますが、これは以上の理由で嚴密には先ず不可能ではないかと考えます。この様な小さい横揺角の動揺減衰性能を表わす場合には、小さい振幅例えば 5° に於ける μ で表わすか、或いは從來通 a, b で表わすのが妥當だと思ひます。唯この場合 a, b をそのまま大きい横揺角の減衰性能として用いる事は前に述べた理由で不可能であり この様に振幅の大きい範圍の減衰性能を振幅の小さい場合に等しいとすれば（これは前に述べた如く不可能ですが、從來は時には行われて居た）實船の場合の如く横揺角の小さい實驗成績から、 μ_1, μ_2 を次の如く求める事は出來ます。即ち附録に述べた方法で a_e, b_e を求め、これを (15) 式に代入すれば

μ_1, μ_2 が求められます。従つて現實には大きい横揺角に於ける動揺減衰性能が必要でありますが、これは實船の小さい横揺角から求める事が出来ないで、精度は悪い乍らも模型實驗から求める今迄通りの方法でやるより他ないと思います。

尙動揺減衰性能を一般に各振幅に於ける section freedom coefficient で表わす方法があるとお話ありますが、本論文出發の實用的立場からは、各振幅に於ける値でなく、本法に於ける如く單に μ_1 及 μ_2/μ_1 の二つの因子で表わす方が適當であると考えます。