(昭和 24 年 4 月造船協会春季講演会に於て講演)

斜行する没水回転楕円体並に 水上船舶の横抵抗について

正員 工学士 西山 哲 男*

Abstract

On the lateral resistance of a prolate spheroid and ship

By Tetsuo Nishiyama, *Kogakushi, Member*

Many researches about the wave resistance of symmetrical body in the direction of advance on the surface of water have been made by many various authors, therefore the nature of longitudinal resistance is quite clear theoretically.

However, from the practical viewpoint of turning and course stability of ships, the lateral resistance is thought to be an important problem.

On the contrary, we have never found the theoretical study of lateral resistance. So the author extended the theory of wave resistance to the case of unsymmetrical body in the direction of advance and studied theoretically the lateral resistance caused by wave-making. Namely, the general formula of longitudinal and lateral resistance of any surface density of doublets $F(h, o, f)$, with a velocity c and holding any attack angle θ , are as follows.

$$R_D = 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(LA+MB)}{(LA+MB)^8} \{A^2IL + AB(IM+mL) + B^2mM\} [P^2 + Q^2] d\theta$$

$$R_L = 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(LA+MB)}{(LA+MB)^8} \{-A^2IM + AB(IL-mM) + B^2mL\} [P^2 + Q^2] d\theta$$

where

$$P = \int_s F(h, o, f) e^{-K_0 f (LA+MB)^2} \cos \{K_0 h A / (LA+MB)^2\} ds$$

$$Q = \int_s F(h, o, f) e^{-K_0 f (LA+MB)^2} \sin \{K_0 h A / (LA+MB)^2\} ds$$

$$A = L \cos \theta - M \sin \theta,$$

$$B = L \sin \theta + M \cos \theta$$

$$K_0 = g/c^2$$

Applying the distribution corresponding to the submerged spheroid and ship to the above formulae, the author introduced the formula of lateral resistance and made a numerical calculation of some practical examples.

In the end using the results of the above numerical calculation, the author tried to consider about the essential nature of lateral resistance, with special reference to the wave pattern and some interesting results were obtained.

目 次

1. 緒 論	2. 基礎理論
3. 応 用 例	4. 数 値 計 算
5. 計算結果への考察	

* 東京大学工学部大学院 特別研究生

1. 緒 論

無限遠に迄抵つた流体中を運動する物体のまわりに循環がある時は物体は揚力を受ける事は周知の事柄であるが造波現象の伴う自由表面の存在する場合には斯る循環を特に考慮せずとも造波だけによる横抵抗が存在する。

この事は完全流体の立場より説明せんとする数種の抗力理論があるが自由表面が存在する時は造波現象が伴うために縦抵抗が存在すると同じ事であろう。

今論ぜんとする横抵抗は揚力に相当するが従来の造波抵抗理論特にその根柢をなす Hhvclock の理論ではその殆んど全部が没水体又は浮体が進行方向に対称の場合だけに限られ、従つて縦抵抗に関しては十分に解明されて居るが進行方向に非対称な場合に生ずる横抵抗に関しては何等ふれる所がない様である。

然るに実際に船舶の旋回或いは方向安定等の運動学的見地よりすれば斜行する場合（旋回半径が無限大の場合に相当する）の横抵抗についての研究は見逃す事はできない。一方造波現象と縦抵抗に関しては素成波の概念より説明せる乾助教¹⁾の研究に明かにされてあるが横抵抗の場合には造波現象と如何なる関係になるかは理論的にも興味のある所である。

斯る観点より著者は従来の物体が進行方向に対称な場合の造波抵抗理論をば更に非対称な場合に拡張して、最も基礎的な場合として二重吹出しについて考究し、更に任意の二重吹出し面分布が任意の迎角にて斜行する場合の縦抵抗、横抵抗の一般式を誘導し、この応用例として回転楕円体及水上船舶について縦抵抗式及び横抵抗式を導き、これらの式について詳細な数値計算を行つた。

最後にこの結果を用いて横抵抗の本質的性質を造波現象の立場より若干の考察を試みた。

2. 基礎理論

水深、水巾共に無限なる自由表面上に原点 O をとり、直角座標 $0x, 0y, 0z$ を考え特に z 軸の正方向を鉛直上向きに取るものとする。

a 図

従来の造波抵抗理論では v 軸方向に関する流体運動のみを取扱つて居るが、ここでは従来の理論を特殊な場合として包含する更に一般的な場合について考察する。

爾後すべて没水体又は浮体は x, y, z 座標について静止して居りこれに任意の方向（この方向余弦をば $(L, M, 0)$ とす）より c なる速度の一樣な流れがくものとする。

然る時は次の二条件が自由表面上で成立する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{圧力条件} \quad -\frac{\partial \phi}{\partial t} - g\zeta + \mu' \phi = -\text{一定} \\ \text{動的條件} \quad c \left(L \frac{\partial}{\partial x} + M \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (1)$$

但し ϕ は速度ポテンシャル、 ζ は表面上昇量、 μ' は速度に比例する摩擦係数で最後には零とするべきものである。

上二式より方向微分の性質を用いると定常運動に対する自由表面の条件式として次式を得る。

$$L^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + 2LM \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + M^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + K_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} - \mu L \frac{\partial \phi}{\partial x} - \mu M \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

茲に $K_0 = g/c^2$ $\mu = \mu'/c$

次に強さ M_0 軸の方向余弦 $(l, m, 0)$ なる二重吹出しの無限遠に迄抵つた流体中に於ける速度ポテンシャルは、特に $(L, M, 0)$ の方向より一樣な流れが来る事に注意すると次式で表わせる。

$$\phi_0 = -\frac{iM_0}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} (A + mB) e^{-K(Z+J) + iK(A\theta + B\psi)} dK$$

茲に $A = L \cos \theta - M \sin \theta$, $B = L \sin \theta + M \cos \theta$

尚上式で θ は流れの方向 $(L, M, 0)$ を基準として測らねばならない。

従つて自由表面が存在する時は速度ポテンシャルを次の如く仮定する。

$$\begin{aligned}\phi = & -\frac{iM_0}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} K e^{-K(Z+f)+iKx} (IA+mB) dK d\theta \\ & + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} K, F(\theta, K), e^{-K(f-z)+iKw} (IA+mB) d\theta dK\end{aligned}\quad (3)$$

茲に $w = Ax + By$

(3) 式が (2) 式をみたす様に $F(\theta, K)$ を決めると次の如くなる。

$$F(\theta, K) = \frac{iM_0}{2\pi} \left[1 + \frac{2K_0}{K(LA+MB)^2 - K_0 + i\mu(LA+MB)} \right]$$

従つて任意の方向 (L, M, O) より一様な流れを受ける時の二重吹出しの速度ポテンシャルは次の如くなる。

$$\begin{aligned}\phi = & -\frac{iM_0}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} K e^{-K(Z+f)+iK(Ax+By)} (IA+mB) d\theta dK \\ & + \frac{iM_0}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} K e^{-K(f-z)+iK(Ax+By)} (IA+mB) d\theta dK \\ & + \frac{iM_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0, K, e^{-K(f-z)+iK(Ax+By)} (IA+mB)}{K(LA+MB)^2 - K_0 + i\mu(LA+MB)} d\theta dK\end{aligned}\quad (4)$$

次に強さ M_0 , 軸の方向余弦 $(l, m, 0)$ なる二重吹出し分布が任意の方向 $(L, M, 0)$ より一様な流れを受ける時の抵抗を求めんに、特に任意の方向の力を求めるには二重吹出し分布に働く流体力を考える Betz の方法²⁾が最も適して居ると思う。

流れの方向の抵抗を縦抵抗 R_D , これと直角方向の抵抗を横抵抗 R_L とすれば次式を得る。

$$R_D = -4\pi\rho M_0 \left(lL \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + lM \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + mL \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + mM \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

$$R_L = -4\pi\rho M_0 \left(-lM \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + lL \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} - mL \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + mL \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

但し (5), (6) 式に於て抵抗を求めんとする物体それ自体による項は ϕ の中に含まない様に注意しなければならぬ。今 $A(h_1 0 - f_1)$, $B(h_2 0 - f_2)$ に夫々強さ M_1, M_2 軸の方向余弦 (lmo) なる二ヶの二重吹出しがある時の抵抗を求めるに速度ポテンシャルは M_1 に対しては ϕ_A , M_2 に対しては ϕ_B とし、これらは (4) 式に於て夫々 x の代りに $(x-h_1)$, $(x-h_2)$, f の代りに f_1, f_2 とおけばよい。

先ず A, B に於ける二重吹出しの受ける抵抗を考えれば B に於ける M_2 とその鏡像と A に於ける M_1 の鏡像の間に働く縦及び横方向の抵抗を R_1, R_2 とする。

然る時は爾後は ϕ_A 及 ϕ_B の式に於て第二項までは考えなくともよく夫々第三項のみが問題となる。従つて (5) (6) 式によつて縦抵抗横抵抗を計算せんに K につき複素積分を行う場合に積分範囲に注意すれば最後の結果は次式となる。

$$\begin{aligned}R_D = & \pm R_1 + 8\pi\rho K_0^4 \left(\frac{M_1^2}{M_2^2} \right) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(IA+mB)}{(LA+MB)^8} \{ A^2 lL + AB(lM+mL) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} d\theta \\ & + 16\pi\rho K_0^4 M_1 M_2 \left[\int_{-\pi/2}^{\theta_0} \frac{IA+mB}{(LA+MB)^8} \{ A^2 lL + AB(lM+mL) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} \right. \\ & \left. \cdot \cos\{K_0(h_1-h_2)A/(LA+MB)^2\} d\theta \right. \\ & \left. \mp 8\pi\rho K_0 M_1 M_2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{(IA+mB)}{(LA+MB)^8} \{ A^2 lL + AB(lM+mL) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} d\theta \right. \\ & \left. \times \int_0^{\infty} \frac{K_0 \sin n(f_1+f_2) - n(LA+MB)^2 \cos n(f_1+f_2)}{n^2(LA+MB)^4 + K_0^2} n^3 e^{-n\{(h_1-h_2)A\}} dn \right]\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}R_L = & \pm R_2 + 8\pi\rho K_0^4 \left(\frac{M_1^2}{M_2^2} \right) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(IA+mB)}{(LA+MB)^8} \{ -A^2 lM + AB(lL-mM) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} d\theta \\ & + 16\pi\rho K_0^4 M_1 M_2 \left[\int_{-\pi/2}^{\theta_0} \frac{IA+mB}{(LA+MB)^8} \{ -A^2 lM + AB(lL-mM) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} \right. \\ & \left. \cdot \sin\{K_0(h_1-h_2)A/(LA+MB)^2\} d\theta \right. \\ & \left. \mp 8\pi\rho K_0 M_1 M_2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{(IA+mB)}{(LA+MB)^8} \{ -A^2 lM + AB(lL-mM) + B^2 mL \} e^{-K_0(f_1+f_2)/(LA+MB)^2} d\theta \right. \\ & \left. \times \int_0^{\infty} \frac{K_0 \cos n(f_1+f_2) + n(LA+MB)^2 \sin n(f_1+f_2)}{n^2(LA+MB)^4 + K_0^2} n^3 e^{-n\{(h_1-h_2)A\}} dn \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \cos\{K_0(h_1 - h_2)A/(LA + MB)^2\}d\theta \\ & \mp 8\pi\rho K_0 M_1 M_2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} (LA + mB) \{-A^2 lM + AB(lL - mM) + B^2 mL\}d\theta \\ & \times \int_0^\infty \frac{K_0 \sin n(f_1 + f_2) - n(LA + MB)^2 \cos n(f_1 + f_2)}{n^2 (LA + MB)^4 + K_0^2} n^3 e^{-n\{(h_1 - h_2)\}A} dn \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{茲に} \quad \theta_0 = \tan^{-1} \frac{L}{M}$$

上符号は M_1 , 下符号は M_2 なる二重吹出しの抵抗を表わす。

従つて各二重吹出しの抵抗は単独の時の抵抗に更に他の二重吹出しによる規則波及び対称波が力を及ぼす事が分る。依つて二つの二重吹出しより成る一系体の抵抗は次の如くなる。

$$\begin{aligned} R_D &= 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{LA + mB}{(LA + MB)^8} \{-A^2 lL + AB(lM + mL) + B^2 mM\} e^{-K_0(f_1 + f_2)/(LA + MB)^2} \\ & \times [M_1^2 + M_2^2 + 2M_1 M_2 \cos\{K_0(h_1 - h_2)A/(LA + MB)^2\}] d\theta \\ R_L &= 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{LA + mB}{(LA + MB)^8} \{-A^2 lM + AB(lL - mM) + B^2 mL\} e^{-K_0(f_1 + f_2)/(LA + MB)^2} \\ & \times [M_1^2 + M_2^2 + 2M_1 M_2 \cos\{K_0(h_1 - h_2)A/(LA + MB)^2\}] d\theta \end{aligned} \quad (9)$$

更に進んで $y=0$ なる平面上に二重吹出し面分布がある場合には前述の二ケの二重吹出しの場合を連続分布に拡張すればよい。即ち連続分布の場合には一対の二重吹出し分布の要素を取つて考え既に得た式を適用すればよい。然しこの場合には単独にある場合の抵抗は存在せず相互干渉による抵抗だけが存在する。

従つてこれを連続分布を構成するすべての一対の要素について総計すれば二重吹出し分布全体の抵抗を得る。

但しこの場合 $\omega < 0$ の制限をとりはずして全領域について積分すればこの時の値の $1/2$ となる。

従つて一般に軸の方向余弦が (l, m, o) なる任意の二重吹出しの面分布 $F(h, o, f)$ が任意の方向 $(L, M, 0)$ より一様な流れを受ける時の縦抵抗, 横抵抗を与える一般式は (9) 式より多少の計算の結果次の如くなる。

$$\begin{aligned} R_D &= 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(LA + mB)}{(LA + MB)^8} \{A^2 lL + AB(LM + mL) + B^2 mM\} [P^2 + Q^2] d\theta \\ R_L &= 8\pi\rho K_0^4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(LA + mB)}{(LA + MB)^8} \{-A^2 lM + AB(lL - mM) + B^2 mL\} [P^2 + Q^2] d\theta \\ \text{茲に} \quad P &= \int_s F(h, o, f) e^{-K_0 f/(LA + MB)^2} \cos\{K_0 h A/(LA + MB)^2\} ds \\ Q &= \int_s F(h, o, f) e^{-K_0 f/(LA + MB)^2} \sin\{K_0 h A/(LA + MB)^2\} ds \end{aligned} \quad (10)$$

以上の結果は如何なる形状の物体にも, もしもその物体に相当な二重吹出し面分布が知れて居る場合には総べて応用する事ができる。

3. 応 用 例

前節での結果を用いて二重吹出し没水回転円体, 水上船舶について応用して見る事にする。

a. 二重吹出し

二重吹出しが任意の方向 (lmo) に軸を保ちつつ進行する場合には次の結果を得る。

$$\begin{aligned} R_D &= 16\pi\rho M_0^2 K_0^4 \int_0^{\pi/2} (l^2 \cos^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta) \sec^7 \theta e^{-2K_0 f \sec^2 \theta} d\theta \\ R_L &= 32\pi\rho M_0^2 K_0^4 \int_0^{\pi/2} lm \sin^2 \theta, \sec^7 \theta, e^{-2K_0 f \sec^2 \theta} d\theta \end{aligned} \quad (11)$$

上式は Modified bessel function を用いると次式の如く変形される。

$$\frac{R_D}{4\pi\rho g \cdot \left(\frac{M_0}{c}\right)^2} = \alpha^3 \cdot e^{-\alpha} \left[l^2 \left\{ K_0(\alpha) + \left(1 + \frac{1}{2\alpha}\right) K_1(\alpha) + \frac{m^2}{4\alpha} \left\{ K_0(\alpha) + \left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) K_1(\alpha) \right\} \right\} \right]$$

$$\frac{R_L}{4\pi\rho g \cdot \left(\frac{M_0}{c}\right)^2} = \frac{lm}{f^3} \cdot e^{-\alpha} \left\{ K_0(\alpha) + \left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) K_1(\alpha) \right\}$$

茲に $\alpha = K_0 f = gf/c^2$

b. 没水回転楕円体

楕円体の中心を自由表面下 f なる深度の所にあるものとす。そしてその主軸の方向を座標軸の方向と一致せしめる時主断面の半径が a, b, c なる楕円体は次式で表わせる。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(Z+f)^2}{c^2} = 1$$

本論に於ては楕円体の中でも偏長回転楕円体 (Prolate Spheroid) を対称にして考察する事にする。

即ち $a > b = c$ 偏長回転楕円体

$$\text{離心率 } e = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)^{1/2}$$

今 (L, M, O) 方向より一様な流れの速度 c の x, y 両軸に関する分速度は夫々 cL, cM となる。

従つて Havelock の示した所³⁾によれば次式で表わされる二重吹出しの線分布にて置換えが可能である。

$$\text{ox 方向} \cdots \cdots \cdots AcL(a^2e^2 - h^2)$$

$$\text{oy 方向} \cdots \cdots \cdots A'cM(a^2e^2 - h^2)$$

$$x = h = -ae \sim ae, \quad y = 0, \quad Z = -f$$

且つ二重吹出しの軸は夫々 x, y 軸と一致する。

$$A^{-1} = \frac{4e}{1-e^2} - 2\log\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

$$A'^{-1} = \frac{2e(2e^2-1)}{1-e^2} + \log\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

従つてこれらの分解された二重吹出し分布を合成すれば次の如くなる。

$$F(h, 0, 0) = c(a^2e^2 - h^2) \{A^2L^2 + A'^2M^2\}^{1/2} \quad (12)$$

更に一様な流れの方向 $(L, M, 0)$ と分布すべき二重吹出しの軸方向 (lmo) との関係は次の如くなる。

$$\frac{m}{l} = \frac{A'}{A} \cdot \frac{M}{L} \quad (13)$$

従つて分布すべき二重吹出しの軸方向は一般には一様な流れの方向とは一致せず回転楕円体の形状によつて決まる事が分る。第1図には A'/A の a/b による変化及び迎角と分布すべき二重吹出しの軸方向と進行方向とのなす角度との関係を示して置いた。

第 1 図

これによれば A'/A は常用の 船長/船巾 では 1.90 前後で a/b が大、即ち細長くなる程一定値 2.0 に漸近する事が分る。

(12) 式を (10) 式代入して多少の計算の結果次式を得る。

$$R_D = 64\pi^2\rho g \cdot a^3e^3 \{A^2L^2 + A'^2M^2\} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(LA + mB) \{A^2lL + AB(lM + mL) + B^2mM\}}{A^3(LA + MB)^2} \\ \times \{e^{-K_0f/(LA + MB)^2} \cdot J_3^2 [K_0aeA/(LA + MB)^2]\}^2 \times d\theta$$

する。

a. 回転楕円体

形状は $a/b=5$, 没水深度 $f=2b$ にして 10° , 15° の迎角にて斜行する場合について計算した結果は第2図の如くである。

第 2 図

b. 水上船舶

数値計算例としては次の深吃水, 浅吃水の二船を選ぶ事にした。

$L_s=1.5 M$, $B=0.1406 M$, $T=0.0937 M$A 深吃水船

$L_s=1.5 M$, $B=0.1406 M$, $T=0.0468 M$B 浅吃水船

迎角 5° で斜行する場合を計算した結果を抵抗係数対フルード数の関係で示せば第3~4図となる。

更に横抵抗係数と縦抵抗係数との比即ち揚抗比のフルード数による変化を示せば第5図を得る。

第 3 図

第 4 図

第 5 図

5. 横抵抗についての考察

前節の計算結果を考察する前に斜行する場合に於ける造波現象を先ず考える事にする。(4) 式を (1) 式へ代入して自由表面上昇量 ζ を求めると次の如くなる。

$$\zeta = \frac{K_0 M_0}{c\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{Ke^{-Kx} + iK(Ax + By)(LA + mB)}{(LA + MB)\{K(LA + MB)^2 - K_0 + i\mu(LA + MB)\}} dK$$

今問題にするのは二重吹出しの近傍より遠くはなれた所に於ける自由波であるから対称波を表わす項はさておき規則波を表わす項のみを取出す事にする。

依つて

$$\zeta \approx \frac{4K_0^2}{c} \cdot M_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{LA + mB}{(LA + MB)^5} e^{-K_0 x (LA + MB)^2} \cdot \sin \left\{ K_0 \frac{Ax + By}{(LA + MB)^2} \right\} d\theta \quad (17)$$

上式は x 軸と θ をなす方向には $c(LA + MB)$ なる速度にて進行する平面波を $-\pi/2$ より $+\pi/2$ まで合成した結果が後方に残る自由波である事を示して居る。斯る平面波は素成波と名付けられて居るがこの波の波長は

$$\lambda(\theta) = \frac{2\pi}{K_0} (LA + MB)^2 = \lambda_0 (LA + MB)^2 \quad (18)$$

又振巾についても θ の函数にしてこれを $\eta(\theta)$ で表わすと

$$\eta(\theta) = \frac{LA + mB}{(LA + MB)^5} \cdot e^{-K_0 x (LA + MB)^2} \quad (19)$$

今波模様を考えるために (17) 式の $\sin$ の $\{ \}$ を次の如く置く。

$$f(x, y, \theta) = K_0 \cdot \frac{Ax + By}{(LA + MB)^2} = -p_0. \quad (p_0: \text{常数})$$

實際上 (17) の積分にきて来るのは $f(x, y, \theta)$ が stationary である如き θ の値の近傍であるから $f'(x, y, \theta) = 0$ より θ をきめて x, y を θ をパラメーターとして表わせば次式の如くなる。

$$x = -\frac{p_0}{K_0} \cdot \frac{LA + MB}{A^2 + B^2} (LA^2 - ABM + 2LB^2) \quad (20)$$

$$y = -\frac{p_0}{K_0} \cdot \frac{LA + MB}{A^2 + B^2} (2MA^2 - ABL + MB^2)$$

次に上式 (20) で表わされるべき等位相線に沿つての波高をば (17) 式より Kelvin の近似積分法を用いて計算すれば次式を得る。

$$\zeta = q_0 \cdot \sqrt{\frac{\eta(\theta)}{\left| \frac{(MA - LB)^2}{(LA + MB)^2} - \frac{1}{2} \right|}} : (q_0, \text{常数}) \quad (21)$$

以上の (19), (20), (21) の諸式を $\theta = 10^\circ$, $c/\sqrt{gf} = \sqrt{2}$ の場合について数値計算を行つた結果は第 7, 第 8, 及第 9 図となる。これらの図より容易に分る如く波模様としては直進する場合と何等変る事はないが各素成波の波長は $\theta = 0$ について全く対称となるも振巾が非対称となり、従つて等位相線に沿つての波の高さが進行方向に対して非対称となる。即ち正圧側の波高は負圧側の波高より大となり、特にこれは横波の部分よりも発散波の部分

第 6 図

第 7 図

分に於て著しい事が分る。従つて正圧側と負圧側では波のもつエネルギーの差がありこれが造波に基く横抵抗の生ずる原因となる。且つ又直進と斜行の場合の差は主に横波領域よりは発散波領域に顕著にあらわれる事も図よりも明かである。以上は進行方向と一致せざる軸を有する二重吹出しの横抵抗をば造波現象と結びつけて考察したのであるが、二重吹出しの軸方向が進行方向と一致する場合には横抵抗は生じない事は (11) 式からも明かであらう。

水上船舶の数値計算結果第 3, 第 4 図よりして一つの船に於ては縦抵抗曲線と横抵抗曲線とはその数量に於て全速度範囲で同程度であつて横抵抗曲線の hump, hollow は縦抵抗曲線に比して振巾が小さくなり、然もその位置は高速側へ移動して宛もお互に hump, hollow の位置が逆に表われて居る如き程度にまでなつて居る。又

第 8 図

第 9 図

深吃水船、浅吃水船を比較すると明かな様に横抵抗曲線は浅吃水船の方が多少高速側へ移動して、丁度幅部の水線形状が straight line 及び hollow line をもつ船の造波抵抗曲線に類似して居る。

即ち縦抵抗に関しては直進する場合の抵抗と同じく深吃水船の方が大きい、横抵抗に関しては浅吃水船の方が大きく表われて居る。これらの事は第5図の揚抗比曲線を見れば判然たるものがある。

船舶が進行後方に残す波は横波と発散とより成る Kelvin wave であつて造波抵抗をば横波によるものと発散波によるものとの成分に分けて直進する場合に関しては緒論で述べた様に乾助教授の研究があるが更にこれを斜行する場合の横抵抗について横波及び発散波によるものとに分けて計算した結果は第6図の如くなるこれより横抵抗は発散波による抵抗成分が断然支配的であり、吃水が浅くなる程これが顕著になり前述の波模様の性質と併慮すれば浅吃水船の方が深吃水船より横抵抗が大きくなる事がうなずかれる。

従つて回転橢円体の如き没水体では水上船舶の如き浮体に比して発散波が横波に比しよわく、従つて横抵抗は小さい。これは第2図より明かである。

6. 結 論

以上著者は従来の造波抵抗理論を斜行する場合に拡張して造波により生ずる横抵抗に関して理論的考察を進めたのであるが結論を要約すれば次の如くなる。

- (1) 分布すべき二重吹出しの軸方向は進行方向と一致せず、この軸方向は物体の形状によつて決定される。
- (2) 斜行する場合の波模様は直進する場合と同じなるも、正圧側の波高が負圧側の波高より大となりこれが横抵抗の生ずる原因となる。
- (3) 横抵抗には発散波による抵抗成分がその大部分を占めるのに反し縦抵抗には発散波及び横波による抵抗成分がほぼ同程度占める。
- (4) 横抵抗曲線の hump, hollow は縦抵抗曲線程に顕著でなくなり又両者の hump, hollow の位置はほ

は反対に表わされる程度にずれる。

(5) 吃水が浅くなる程発散波が強く表われ、従つて横抵抗は大になる。

尙以上は完全流体の立場よりせる理論的結果であるが実際には船舶が直進する場合以上に粘性がきいて来るのは当然予測せられる所であり、直進の場合だけでも粘性のために特に抵抗曲線の Hollow が埋められ従つて抵抗曲線を平滑にする様に働く⁵⁾から斜行する場合には相当程度にまで粘性のために抵抗曲線が平滑になるであらうと思われる。

最後に本論文を草するに当り終始懇篤なる御指導を賜わりし本学乾助教授に深く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- (1) 乾 崇夫: “造波抵抗成分” 会報
- (2) Betz: “Singulartätenverfahren zur Ermittlung der Kräfte und Momente auf Körper in Potential strömungen” Ing. Arch. 1932.
- (3) Havelock: “The wave resistance of a Spheroid” Proc. Roy. Soc. Vol. 131.
- (4) 木下昌雄, 乾 崇夫: “没水楕円体並に水上船舶の造波抵抗に対する浅水影響の理論並に計算” 会報 75 号。
- (5) Wigley: “Ship wave resistance” Proc. 3 rd. International Congress.