(昭和 25 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

船体と推進器の相互干渉

正員 工学士 西山 哲 男*

Abstract

On the mutual interference of ship and propeller

By Tetsuo Nishiyama, *Kogakushi, Member*

Firstly the author considered, for the sake of simplicity, the case of a prolate spheroid and a sink propeller abaft, both advancing in a same direction of axis at fixed immersion under the free surface, and then he obtained theoretically the change of flow around the spheroid due to the suction of the propeller, which had been unduly neglected as small in the former theory of mutual interference, in the form of power series distributions of source and sink.

Then he calculated the resistance augmentation by the theory of wave resistance, and finally, discussed some interesting conclusions coming from the numerical results obtained.

論文目次

§ 1. 緒 論	§ 4. 数値計算及びその結果の考察
§ 2. 吹き出し分布による表示	§ 5. 結 論
§ 3. 吸引力, 造波抵抗等の計算	

§ 1 緒 論

一般に船体と推進器との相互干渉を取扱う場合には次の二つの立場, 即ち

- (1) 推進器が船体に及ぼす作用
- (2) 船体が推進器に及ぼす作用

に大別され, 前者は主に推力減少 (Thrust deduction), 後者は主に伴流 (Wake gain) という形で論ぜられて居る事は周知の事である。

特に水上船舶の場合には一般に船体の後方に推進器が配置されて居る関係上, 推進器は既に船体のまわりの境界層が剝離した後の乱れた水流の中に作動して居る事になる。従つて (2) に関しては粘性に起因する干渉は重要な位置を占めるために殆んど全部が実験的手段によりて種々の改良がもたらされ, 推進性能の改善が図られて居る⁽¹⁾。

又一方単なる記述的なものを除いて, 理論的な面より (1) 及び (2) を取扱うために, 完全流体の立場を取つて論じたものに H. B. Helmbold⁽²⁾, E. J. Dickmann⁽³⁾ 等がある。

Helmbold は通常造波抵抗理論で行われて居る第一近似的な表面条件の下に軸対称の回転体の場合について考究して居るが, 自由表面の波動は全然思慮外に置いてある。

又 Dickmann はより一般的に問題を取扱い, 特に T. H. Havelock の理論を取入れて造波の面より種々論じて居る。

周知の如くに造波抵抗理論に立脚して, 相互干渉を論ずる場合には先ず抵抗物体を吹き出し, 吸い込みの組合せ (以下単に吹き出し分布と呼ぶ) で置きかえるのが一般であるが, Dickmann はこの際船体のまわりの水流は推進器の附加により大きな変化はなく無視できる程度であると仮定し, 種々の省略を行つて理論を進めて居る。この事は即ち船体が単独である時の吹き出し分布をそのまま使用して居る事になり, 従つて推進器の附加による吹き出し分布の変化は全然なくなり, 従つて (1) 推進器が船体に及ぼす作用, 即ち抵抗増加は理論的には説明できない結果となる。斯くして Dickmann は必然的に (2) 船体が推進器に及ぼす作用の方に主力を注いで居る様で

* 東北大学工学部講師

ある。

之に反し, Helmbold は第一近似的ながらも推進器による船体のまわりの水流変化を考慮はして居るが, 前述の如く自由表面を取入れてない憾みがある。

従つて, 推進器による船体抵抗の増加に関しては未だに理論的所見を持ち得ない現状である。

以下に於て著者は推進器による船体のまわりの水流変化を考慮して, 理論的に抵抗増加について考察する。

§ 2. 吹き出し分布による表示

取扱いをできるだけ簡略にするために, 種々の困難を予想せられる水上船舶の場合をさせて, 此所では回転楕円体が自由表面下一定の没水深度 (造波現象を伴う程度の) の下に, その後方に作動する推進器と一定の相対位置を保ちつつ進行する場合を考える。

2.1 回転体単独の場合

此所に考察の対象とするのは偏長回転楕円体 (prolate spheroid) にして長軸, 短軸の長さを夫々 a, b とすれば次式で表わせる。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{\bar{w}^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

今 x 軸上の $(\xi, 0)$ なる点に強さ m なる吹き出しがあつて, これに x 軸の負の方向に一樣な流れ u があるものとす。然る時任意の点 $(x, \bar{w})$ に於ける Stokes の流れの函数は次の如くなる。

$$\psi = \frac{1}{2}u\bar{w}^2 + \frac{m \cdot (x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{w}^2}} - m \quad (2)$$

今計算の便宜のために $a=1$ とし, 且吹き出し分布は全長に亘つて分布して居るものとす。厳密に言えば分布領域は 1 より小さい範囲であるが, 茲に取扱う如き細長き回転体の場合にはこれは許されると思う。

従つて吹き出し分布が x 軸上に分布して居る場合には (2) より次式となる。

$$\psi = \frac{1}{2}u\bar{w}^2 + \int_{-1}^1 \frac{m(\xi) \cdot (x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{w}^2}} d\xi - \int_{-1}^1 m(\xi) \cdot d\xi \quad (2')$$

上式が物体の形状を表わすためには次の形を取る。

$$\frac{1}{2}u\bar{w}^2 + \int_{-1}^1 \frac{m(\xi) \cdot (x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{w}^2}} d\xi = 0 \quad (3)$$

今物体形状即ち $\bar{w}$ を x の函数として与えてあるならば, 一樣な流れの中に於てその回転体を表わすべき吹き出し分布 $m(\xi)$ を決定する積分方程式となる。

この積分方程式は従来飛行船の問題に関連して種々の近似解法が試みられて居る。即ち

1. Kármán⁽⁴⁾ の方法

Kármán は分布区間を小区間に分ち, この小区間内では $m(\xi)$ は ξ に関して一定となす。

2. Lotz⁽⁶⁾ の方法

同様に分布区間を小区間に分ち, この小区間内では $m(\xi)$ は ξ に関して直線の変化をなす。

という仮定の下に分布区間の吹き出しの強さを物体表面上の n ケの点を満足する様に決定するのである。後者の方法は多少計算は複雑になるが, 近似度は前者よりよい様である。然しながら斯る階段状分布, 又は鋸状分布を採用すると, 後で抵抗を計算する際に各小区間毎に計算をする煩雑が生ずる。又推進器等があつて流れが局部的に大きく変化する様な場合には, 各小区間を余程こまかに取らない限り満足な結果は得られない様に推察される。斯る見地より吹き出しの強さの分布函数を ξ に関する冪級数で表わし, その係数を上記の方法で決定する事にす。尚 Weinblum⁽⁶⁾ は第一近似的な表面条件より吹き出し分布を冪級数で表わして居るが, ここでの取扱いは更に近似度を高めて表面条件を取り入れて, 吹き出し分布を冪級数で表わした事になる。この事は既に二次元船型の場合については乾助教授⁽⁷⁾が論文を発表して居る。

従つて前後に対称である故吹き出しと吸い込みの強さの総和は零であり, 且原点に関しては対称 (即ち ξ に関

FIG. 1.

しては奇函数) な分布函数とならねばならぬ。依つて吹き出し分布函数 $m_1(\xi)$ を次の如く置く事ができる。

$$m_1(\xi) = u(a_1\xi \pm a_2\xi^2 + a_3\xi^3 \pm a_4\xi^4 + a_5\xi^5) \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{上符号} \quad \xi \geq 0 \\ \text{下符号} \quad \xi \leq 0 \end{array} \right\}$$

$a_n (n=1 \sim 5)$ なる係数は回転体の形状により決る未知数である。(4) 式を (3) 式へ代入すると次式となる。

$$\int_{-1}^1 \frac{(a_1\xi \pm a_2\xi^2 + a_3\xi^3 \pm a_4\xi^4 + a_5\xi^5)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}} (x-\xi) d\xi + \left[\int_0^1 \frac{(a_2\xi^2 + a_4\xi^4)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}} (x-\xi) d\xi \right. \\ \left. - \int_{-1}^0 \frac{(a_2\xi^2 + a_4\xi^4)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}} (x-\xi) d\xi \right] = -\frac{\bar{\omega}^2}{2} \quad (5)$$

今初等積分で容易に示される様に

$$I_m = \int \frac{X^m}{\sqrt{X^2 + \bar{\omega}^2}} dX = \frac{X^{m-1}}{m} \sqrt{X^2 + \bar{\omega}^2} - \frac{m-1}{m} \bar{\omega}^2 I_{m-2}$$

なる漸化式を用いて

$$I_{0,\xi} = \log\{(x-\xi) + \sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}\}$$

$$I_{1,\xi} = \sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}$$

$$I_{1,\xi} = \frac{(x-\xi)^{n-1}}{n} I_{1,\xi} - \frac{n-1}{n} \bar{\omega}^2 I_{n-2,\xi} \quad (n \geq 2)$$

茲に $\xi = 1, 0$ 又は -1

と置いて (5) 式を変形すると次式を得る。

$$\sum_{n=1}^5 A_n a_n = -\frac{\bar{\omega}^2}{2} \quad (6)$$

但し $A_1 = -x(I_{1,1} - I_{1,-1}) + (I_{2,1} - I_{2,-1})$

$$A_3 = -x^3(I_{1,1} - I_{1,-1}) + 3x^2(I_{2,1} - I_{2,-1}) - 3x(I_{3,1} - I_{3,-1}) + (I_{4,1} - I_{4,-1})$$

$$A_5 = -x^5(I_{1,1} - I_{1,-1}) + 5x^4(I_{2,1} - I_{2,-1}) + 10x^3(I_{3,1} - I_{3,-1}) + 10x^2(I_{4,1} - I_{4,-1}) + 10x^2(I_{5,1} - I_{5,-1}) \\ + (I_{6,1} - I_{6,-1})$$

$$A_2 = -x^2(I_{1,1} + I_{1,-1}) + 2x(I_{2,1} + I_{2,-1}) - (I_{3,1} + I_{3,-1}) + 2(x^2 I_{1,0} - 2x I_{2,0} + I_{3,0})$$

$$A_4 = -x^4(I_{1,1} + I_{1,-1}) + 4x^3(I_{2,1} + I_{2,-1}) - 6x^2(I_{3,1} + I_{3,-1}) + 4x(I_{4,1} + I_{4,-1}) - (I_{5,1} + I_{5,-1}) \\ + 2(x^4 I_{1,0} - 4x^3 I_{2,0} + 6x^2 I_{3,0} - 4x I_{4,0} + I_{5,0})$$

上式の A_n は回転体の形状及び満足せしめんとする回転体表面上の点の座標が分れば直ちに計算できるものである。従つて連立一次方程式を解く事により a_n は決定する。又選ぶべき回転体表面上の点は全く任意で近似度を上げるためには更に次数をあげればよい。これらの数値例は後述する。

2.2 後方に推進器がある場合

推進器による水流の機構を単純化するために、先ず理想推進器と考えると運動量理論により推進器から発する渦動を含む後流の部分を除く水流は、一つの吸い込みで具現する事ができる⁽⁸⁾。

その強さは次式で与えられる。

$$m_0 = F \cdot \Theta \cdot u / 4\pi \quad (7)$$

茲に F = 推進器円盤面積 ($= \pi R^2$)

$$\Theta = -1 + \sqrt{1 + \xi}$$

$$\xi = \text{荷重係数} \left(= T / \frac{P}{2} u^2 F \right)$$

即ち推進器の前方にある船体は推進器によるポテンシャル流れの場にあると考える事ができる。従つて回転体のまわりの水流は当然単独の場合と異つて来るから、吹き出し分布で依然として回転体を表示するには回転体単独の場合の分布に更に推進器により変化しただけの附加分布を積み重ねなければならない。この附加分布函数は推進器附近のみ局部的に大きく、然も全長に亘つて連続分布をなす事が予想される。例えば円の様な場合には円の中に鏡像を取つて考えればよいのであるが、回転楕円体の様な細長き形状のものでは一点に集中したものでなく、鏡像は連続分布をなすと考えられる⁽⁹⁾。従つて附加分布函数としては原点に関して非対称である事が予想されるので高次の項迄取つて置く。即ち推進器がある場合の吹き出し分布函数は次の如く置く事にする。

$$m(\xi) = m_1(\xi) + m_2(\xi) \quad (8)$$

$$\text{茲に } m_2(\xi) = u \sum_{n=0}^{11} b_n \xi^n$$

b_n は回転体の形状、推進器との相対位置及び推進器の特性に依つて決る未知数である。又分布すべき吹き出し、吸い込みの強さの総和は零とならねばならぬから、全長に亘つて (8) 式を積分すると次の条件が出て来る。

$$\sum_{n=0,2,4,\dots,10} \frac{b_n}{n+1} = 0 \quad (9)$$

従つて $(-d, 0)$ なる位置に m_0 なる吸い込みがあるとすると流れの函数は次の如くなる。

$$\psi = \frac{1}{2} u \bar{\omega}^2 + \int_{-1}^1 \frac{\{m_1(\xi) + m_2(\xi)\}}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}} (x-\xi) d\xi - \int_{-1}^1 \{m_1(\xi) + m_2(\xi)\} d\xi - \frac{m_0(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + \bar{\omega}^2}} + m_0$$

(3) 式を用いると回転体の表面上では次の如くなる。

$$\int_{-1}^1 \frac{m_2(\xi) \cdot (x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\omega}^2}} d\xi = m_0 \left\{ \frac{x+d}{\sqrt{(x+d)^2 + \bar{\omega}^2}} - 1 \right\} \quad (10)$$

(3) 式及び (10) 式より容易に分る様に船体と推進器との合同作用の状態に於いては、その周囲の水流は二つの部分に分けて考える事ができる。即ち

1. 一様な流れの場に回転体がある場合
2. 吸込みの流れの場に回転体がある場合

従つて吹き出し分布は夫々の流れの場で回転体の表面が流線となる様に、その強さを分布させればよい事になる。前述の方法と全く同様にして漸化式を用いて (10) を変形すると次式を得る。

$$\sum_{n=1,3,5,\dots,11} A_n b_n + \sum_{n=0,2,4,\dots,10} B_n b_n = \left\{ \frac{x+d}{\sqrt{(x+d)^2 + \bar{\omega}^2}} - 1 \right\} \frac{F\Theta}{4\pi} \quad (11)$$

茲に

$$\begin{aligned} A_n &= -x^n(I_{1,1}-I_{1,-1}) + \frac{n}{1!} x^{n-1}(I_{2,1}-I_{2,-1}) - \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2}(I_{3,1}-I_{3,-1}) + \dots \\ B_n &= \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} x^{n-r}(I_{r+1,1}-I_{r+1,-1}) + \dots + (-1)^{n-1}(I_{n+1,1}-I_{n+1,-1}) \end{aligned}$$

上式の A_n, B_n は回転体の形状及び満足せしめんとする座標の位置が決ると容易に計算できる。又未知数は12ヶあつて回転体表面上の点11ヶを選び(9)式と連立させて12元連立一次方程式を解けば b_n を求める事ができる。

今数値計算例として $a=5b$ の場合を選び単独の場合に対しては $x=0, -0.2, -0.4, -0.6, -0.8$ の5点を選び5元の行列式を解いた結果は第2図の如くである。尚同図には比較のため従来常用されて居る吹き出し分布を画いて置いたが、端の方を除く外全く一致して居る。前後端の差異は全長に亘つて吹き出しが分布して居るとして計算した事、及びその部分では楕円体の曲率変化が割合激しい事等に起因して居るのではないかと思われる。

次に推進器がある場合には、座標の位置として $x=-0.995, -0.8, -0.6, -0.4-0.2, 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.995$ の11点を選んだが、本例の如き前後対称な形状をもつ場合には A_n, B_n の函数は夫々 x に関して偶函数、奇函数であるために、12元連立一次方程式は適当に加減する事により、これを6元連立一次方程式にする事ができる。6元の行列式を解いた結果は第3図、第4図の如くで推進器との相対距離の変化、荷重の変化による吹き出し分布の変化を示した。

図より明らかな如く推進器による船体のまわりの水流変化は全般的には小さい量であるが、通常の相対位置で

は局部的に到底無視できない程度の大きさをもつ所がある。特にこの局部的に大きい所が船尾に近く、造波現象と密接な関係がある事は後述する。一方推進器による水流変化を無視できるには少くとも船長程度はなれた所に推進器があればよい事が分る。尚船首附近で極く僅か吸い込みになつて居るのは計算の誤差と考へて居る。僅かの吹きだしがあるのが本当かと思われる。

尚各々の場合に対して求めた係数を書けば次の如くなる。

1. 船体のみの場合

$$a_1 = 0.01956, a_2 = 0.03846, a_3 = -0.15778, a_4 = 0.25340, a_5 = -0.13819$$

2. 推進器がある場合

		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}
$\frac{F\Theta}{4\pi} = 0.1$	$d/a = 1.25$	0.00898	-0.01752	0.11333	0.06703	-1.32303	0.00386	5.43702	-2.01452	-8.25869	4.87339	3.94636	-2.85762
	$d/a = 1.50$	0.00598	-0.00467	0.02707	0.00771	-0.36357	0.08285	1.80473	-0.71601	-2.43475	1.64009	1.24596	-1.00208
	$d/a = 2.50$	0.00146	0.00144	-0.00068	0.00325	-0.03022	0.00780	0.11930	-0.06843	-0.19738	0.16238	0.10663	-0.10608

§ 3. 吸引力、造波抵抗等の計算

単に船体だけの抵抗を問題にするならば二ケの吹出しより出発すればよいのであるが、船体と推進器より成る羽の造波抵抗を計算するには二ケの吹出しと一ケの吸い込みより成る系より出発するのが妥当と考えられる。

以下これを計算する。

静止せる自由表面に原点を取り、 x, y 面を自由表面とし、これに垂直上方に z 軸を取るものとする。

今 $(h, 0, -f)$ なる点に強さ m なる吹き出しが x 軸の方向に u なる速度で走る時の速度ポテンシャルは、次の自由表面条件式及びラプラスの方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} - \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0 \\ \text{茲に } k_0 &= g/u^2 \\ \nabla^2 \phi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

より求まる⁽¹⁰⁾。

即ち

$$\phi = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} - \frac{k_0 m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(f-z) + ik\bar{w}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk \quad (13)$$

$$\text{茲に } r_1^2 = (x-h)^2 + y^2 + (z+f)^2$$

$$r_2^2 = (x-h)^2 + y^2 + (z-f)^2$$

$$\bar{w} = (x-h) \cos \theta + y \sin \theta$$

FIG. 5

$(-d, 0, -f)$ にある m_0 なる強さの吸い込みに対しては同様にして (13) 式に於て相対応する座標の項を書き変えればよい。

今 $(h, 0, -f)$ なる点にある強さ m_1 なる吹き出しと $(-d, 0, -f)$ なる点にある強さ m_0 なる吸い込みとより成る一つの系の造波抵抗を計算する。A. Betz⁽¹¹⁾ の考え方に依れば ρ なる密度の流体中に於て強さ m なる吹き出しの位置に於ける流体速度が u である時には次のベクトル式で表わされる抵抗を受ける。

$$\mathbf{R} = -4\pi\rho m \mathbf{u} \quad (14)$$

例えば m_1 なる吹き出しの抵抗を計算すると (14) 式より直ちに次式を得る。

$$\mathbf{R}_{m1} = -4\pi\rho m_1 \left[\left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right)_{(h,0,-f)} + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)_{(h,0,-f)} \right]$$

茲に ϕ_0, ϕ_1 は夫々吸い込み m_0 , 吹き出し m_1 の速度ポテンシャルである。

上式の計算途中に次の形の積分形がでて来る。

$$I_{\infty} = \int_0^{\infty} \frac{k_1 e^{-2kf + ik\bar{w}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk - \int_0^{\infty} \frac{k_1 e^{-2kf - ik\bar{w}}}{k - k_0 \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta} dk$$

上式の積分は k を複素数と考へて複素積分を行う事により遂行される。

斯様にして m_0 なる吸い込み, m_1 なる吹き出しの抵抗は夫々次の如く求まる。

$$\left. \begin{aligned} R_{m0} &= -R' + R'' + 8\rho k_0 m_1 m_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k_0 \sec^2 \theta \sin 2mf - n \cos 2nf}{n^2 + k_0^2 \sec^4 \theta} n e^{-n(h+d) \cos \theta} dn \\ &\quad - 32\pi\rho m_0 m_1 k_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta, e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} \cos \{k_0 \sec^2 \theta (d+h_1)\} d\theta \\ &\quad + 16\pi\rho k_0^2 m_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta, e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} d\theta \\ R_{m1} &= R' - R'' - 8\rho k_0 m_1 m_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k_0 \sec^2 \theta \sin 2nf - n \cos 2nf}{n^2 + k_0^2 \sec^4 \theta} n e^{-n(h+d) \cos \theta} dn \\ &\quad + 16\pi\rho k_0^2 m_1^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta, e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} d\theta \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

茲に R' は吸い込み m_0 と吹き出し m_1 間の吸引力であり, R'' は吸い込み m_0 と吸い込み m_1 (水面に対する鏡像位置にある) との間の反撥力である。

即ち

$$R' = 4\pi\rho \frac{m_0 m_1}{(d+h)^2}, \quad R'' = -4\pi\rho \frac{m_0 m_1}{(d+k)^2 + 4f^2} \quad (15')$$

次に一ケの吸い込みと二ケの吹き出しより成る場合の各個の抵抗も全く同様に求める事ができる。従つてこの結果から一ケの吸い込みと吹き出しの連続分布^(註)の場合も容易に拡張できるので、最後に船体及び推進器側 (夫々 R_h, R_p と表わす) の受持つ抵抗として次式を得る。

(註) 自由表面による吹き出し分布の修正は没水深度を極端に取らない限り無視できるものとする。

$$\begin{aligned}
R_p = & -2R' + 2R'' + 16\rho k_0 m_0 \int_{-1}^1 m(h) e^{-nh \cos \theta} dh \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{k_0 \sec^2 \theta \sin 2nf - n \cos 2nf}{n^2 + k_0^2 \sec^4 \theta} n e^{-nd \cos \theta} dn \\
& - 64\pi \rho m_0 k_0^2 u \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} (P \cos kd - Q \sin kd) d\theta \\
& + 16\pi \rho k_0^2 m_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} d\theta
\end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
R_h = & 2R' - 2R'' - 16\rho k_0 m_0 \int_{-1}^1 m(h) e^{-nh \cos \theta} dh \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{k_0 \sec^2 \theta \sin 2nf - n \cos 2nf}{n^2 + k_0^2 \sin^4 \theta} n e^{-nd \cos \theta} dn \\
& + 16\pi \rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} (P^2 + Q^2) d\theta
\end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{茲に } P = 2 \sum_{0,2,\dots,10} b_n N_n, \quad Q = 2 \left(\sum_1^5 a_n M_n + \sum_{1,3,\dots,11} b_n M_n \right)$$

$$\text{且つ } M_n = \int_0^1 \xi^n \sin k\xi d\xi, \quad N_n = \int_0^1 \xi^n \cos k\xi d\xi$$

次に船体と推進器より成る全体系を考える時は (16), (17) 式より次式を得る。

$$R = R_p + R_h = 16\pi \rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{2k_0 f \sec^2 \theta} [m_0^2 - 4m_0 u (P \cos kd - Q \sin kd) + u^2 (P^2 + Q^2)] d\theta \quad (18)$$

以上の (16), (17) 式に於ては先ず水面の存在に無関係な項と水面の存在により特徴づけられる項とに大別する事ができる。即ち第一項のみが前者に属し、第二項以下が後者に属すると考える事ができる。

即ち第一項 R' は船体と推進器の吸引力又は反撥力を表わし、所謂流線運動による相互作用的な力である。

$$R' = 8\pi \rho m_0 \int_{-1}^1 \frac{m(\xi)}{(d+\xi)^2} d\xi \quad (19)$$

上式に $m(\xi) = m_1(\xi) + m_0(\xi) = u \left(\sum_1^5 a_n \xi^n + \sum_0^{11} b_n \xi^n \right)$ を代入し

$$J_n = \int \frac{\xi^n}{(d+\xi)^2} d\xi \quad \text{とおき、且つ次の漸化式}$$

$$J_{0,\xi} = -\frac{1}{d+\xi}, \quad J_{1,\xi} = \frac{d}{d+\xi} + \log(d+\xi), \quad J_{n,\xi} = \frac{\xi^{n-1}}{n-1} - 2dJ_{n-1} - d^2J_{n-2}$$

茲に $\xi=1$ 又は -1

を用いると (19) 式は次の如く変形できる。

$$R' = 8\pi \rho m_0 u \left[\sum_{1,3,5} a_n (J_{n,1} - J_{n,-1}) + \sum_{2,4} \{a_n (J_{n,1} + J_{n,-1}) - 2a_n J_{n,0}\} + \sum_0^{11} b_n (J_{n,1} - J_{n,-1}) \right] \quad (20)$$

次に水面の存在による抵抗を考えると、 R'' は推進器と水面に対する船体の鏡像間 (又は船体と水面に対する推進器の鏡像間) に働く吸引力である。一方 (16), (17) 式の第三項は物体の近辺にだけ存在する対称波により生ずる抵抗である。

以上の三つの抵抗は (18) 式より明かな如く、船体と推進器より成る全体系を考える時は外部には表われて来ない作用、反作用的な内力である事が分る。勿論これは推進器を単一吸い込みと考えての事であつて、実際は対称波による抵抗は外部に出て来るものと考えられる。

一方 (18) 式は規則波のみに基づくものであり、第一項は推進器自体の造波抵抗であり、第二項は船体より生じた波 (然も推進器の影響を受けて単独時の波とは異なる) の中にある為に生ずる抵抗を表わすものであつて、第一第二項が一緒になつて船後にある推進器の抵抗を表わす。第三項は船体の抵抗にして推進器の影響のため単独時より増加して居る。

以上は単に回転槽円体と推進器とを例として考察を進めたが (16), (17) 及び (18) 式は任意の船型及び推進器に応じて a_n, b_n を求められさえするならば極めて一般に成立するのである。

§ 4. 数値計算及びその結果の考察

先ず数値計算例としては次の場合について行つた。

回転体 $a/b=5$, 推進器 $F\Theta/4\pi=0.10$; $d/a=1.25, 1.50$, 没水深度 $f/b=2$

数値計算に当りては M_n, N_n なる函数表は G. Weinblum⁽¹²⁾ が与えてあるので、これを計算の便宜上書き替

えた表を使用して各速度毎に被積分函数を θ について計算し、これを点置してこの曲線の面積をプランメーターにて計測した。

1. 吸引力の増加

推進器の吸込作用に基く船体の周囲の流線流れの変化は抵抗（即ち吸引力） k' を生ぜしむ。(20) 式より

$$k'/8\pi\rho m_0 u = 0.0189$$

一方吹き出し分布 $m_2(\xi)$ を無視して単に吹き出し分布 $m_1(\xi)$ だけを考慮すると

$$k'/8\pi\rho m_0 u = 0.0166$$

となる。これより推進器の吸込作用によるために、これ無視した場合の抵抗に比し多少の増加（上例では約 12%）を来す事が分る。今これを更に明かにするために船長に亘る吸引力分布を第 6 図に示したが、吸込作用を表わす $m_2(\xi)$ は推進器の直前に局部的に大きな強さをもつて居る為に吸引力がこの部分で大となり、これが吸引力の増加を生ぜしめるものと考えられる。

斯様な吸引力は主として風洞の静在勾配の影響⁽¹³⁾を論ずる際に「水平浮力」として問題にされ、この場合には吸い込みは抵抗物体より十分遠いとされて居るために、単に吸い込み m_0 と吹き出し分布 $m_1(\xi)$ だけについて考えればよいのであるが、船体と推進器の様に極めて接近し居る場合には単に $m_1(\xi)$ の他に推進器の吸込作用による流線流れの変化、即ち $m_2(\xi)$ をも併慮するを要するのである。

2. 造波抵抗の増加

(18) 式の第三項は推進器の吸込作用をも考慮した場合の船体の造波抵抗を表わすが、これを次の如く置く。

$$R_p = 16\pi\rho k_0^2 u^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta \cdot e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} (P^2 + Q^2) d\theta \quad (21)$$

尚船体が単独の場合の造波抵抗は上式で b_n の項を全部 0 におけば容易に得られる。即ち

$$R_{p_0} = 16\pi\rho k_0^2 u^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta \cdot e^{-2k_0 f \sec^2 \theta} Q_0^2 d\theta \quad (22)$$

$$\text{茲に } Q_0 = 2 \sum_{n=1}^5 a_n M_n$$

(21), (22) 式は第 7 図に造波抵抗係数 $C_w = R / \left(\frac{1}{2} \rho u^2 b^2 \right)$ として表示してある。これより推進器に基づく船体造波抵抗の増加量 ΔC_w を同図上部に示してある。これから単独時の抵抗曲線の hump では増加量が大、hollow では小である事が分る。

今、これを抵抗増加率^(註)

$$t = \Delta C_w / C_{wp} \quad (23)$$

茲に C_{wp} は推進器がある時の船体造波抵抗係数

として表わすと第 8 図を得る。 $d/a = 1.25, 1.50$ 共に同一のフルード数の位置で hump, hollow が顕著である事が目立つて居る。

斯る性質を表わす事は推進器がある時の抵抗曲線 R_p が単独時のそれに比し相対的に hump, hollow の振幅が大きい事に他ならぬ。この事は附加分布函数 $m_2(\xi)$ の形状、特に船尾附近の局部的に大きな吸い込み部分が造波に寄与して居る事を暗示する。周知の如く船の波は船首波、船尾波、及び肩波より成るのであるが、推進器が存在すると船尾附近の吸い込み分布が局部的に増大し、この結果船尾波が強まって発生するものと考えられる。依つ

(註) 更に進んでこれを推力減少率と考えれば極めて狭い意味となるので、一般的な立場から抵抗増加率と名付けるに止まる。

てこの変形強化された船尾波が船首波との干渉の結果 hump, hollow も強まつて表われて来るのであろう。

Dickmann は実用的には推進器による附加的吹き出し分布は無視できる程度小さいとして理論を進めて居るが、以上の検討に明かな如く全体としてはその大きさは船体のそれに比し小さいが、船尾附近に局部的に大きい所がある。然もこれが船尾波の発生する所に近接して居るという結果は造波抵抗の問題に関連して決して本質的には無視できるものではないと考えられる。

即ち船体と推進器の如き二物体間の相互干渉を論ずるには、先ず他物体の存在による流線運動の変化を明かにし、次にこれが単独時に比し造波機構に従つて造波抵抗に如何なる変化を生ぜしめるかを検討しなければならぬと考える。従来二物体間の相互干渉を論ずるに、単に単独時に於てのみ成立する吹き出し分布を使用して居る事は、二物体が十分はなれてその流線運動に変化を来たしめず単独時に発生する波を単に積み重ねて造波抵抗を論じて居るに過ぎない事になる。

以上は完全流体の立場より考察したのであるが実際問題としては推進器の吸込作用により境界層の剝離点は多少後退する事は予想されるが、依然として剝離後の乱流領域にある船尾の部分に於て発生する船尾波に粘性が大きな影響を持つのは当然であつて、上述の如き顕著な hump, hollow の性質がこの粘性影響の下に或る程度緩和される事は十分想像され得る所である。

要するに船体のみの時の造波抵抗

の hump, hollow より以上に推進器を取り付けた時のそれは顕著である事よりして hump 速度をさげる事は船体単独時のみならず推進器との合同作用の時にも有利であると考えて差支えないと思われる。

3. 推進器位置に於ける伴流変化

推進器の吸込作用を無視すると推進器位置に於ける伴流変化を来たすものは、船体が単独時に発生する波だけが原因となる。然しこの吸込作用により流線流れが従つて流線伴流が変化をし、又更に船より生ずる波従つて造波伴流にも変化をもたらし得るものと考えられる。

FIG. 7.

FIG. 8

先ず流線伴流の変化を求めるに、(20) 式を利用すると次式を得る。

$$w_s = \frac{u_s}{u} = \sum_{i,j,0} a_n (J_{n,1} - J_{n,-1}) \sum_{z,4} \{a_n (J_{n,1} + J_{n,-1}) - 2a_n J_{n,0}\} + \sum_0^{11} b(J_{n,1} - J_{n,-1}) \quad (23)$$

吸込作用を無視すると (23) 式の最後の項はなくなる。この時の伴流を w_{s0} とおく。(23) 式より $d/a=1.50$ の場合に対して計算すると、夫々

$$w_s = 0.0189, \quad w_{s0} = 0.0166$$

となり、推進器の吸込作用に依り流線伴流は一般に増加し、本計算例では約 12% である。

次に造波伴流について考えるに、前述の如く (18) 式の第二項は船より生ずる波の中に推進器があるために受ける抵抗を表わして居るが、これを造波伴流の形で表わすと次の如くなる。

$$w_w = \frac{u_w}{u} = 16k_0^2 \int_0^{\pi/2} e^{-2k_0 r \sec^2 \theta} \sec^3 \theta (Q \sin kd - P \cos kd) d\theta \quad (24)$$

一方推進器の吸込作用を考慮しない時の伴流は (24) 式で b_n を全部 0 におけば得られる。

即ち

$$w_{w0} = 16k_0^2 \int_0^{\pi/2} e^{-2k_0 r \sec^2 \theta} \sec^3 \theta, Q_0 \sin kd, d\theta \quad (25)$$

第 9 図には $d/a=1.25$ の場合について示してあるが、これより推進器の吸込作用のため一般には造波伴流は増大し、且つ波の位相が低速側へ移行する事が分る。これらの事情を明かにするために w_{w0}/w_w を同図下方に示してある。略近理論では w_{w0}/w_w は速度に無関係に 1.0 たるに反し、図の如く高速では一般に 1 より小さく低速では絶対値そのものよりも位相の移行が目立つて居る。これらは全て推進器の吸込作用に依る船尾波の変形によつて生ずるものである事は既に述べた所である。

最後に以上の数値計算例は自航試験の如き自己推進の状態に於ける数値ではない事であつて、もし自己推進の状態にするならば推進器の荷重係数等は任意に選ばれず、然もこれが速度の函数となつて来る。此所では推進器を置換えるべき吸込みの強さを速度に無関係に一定し、且つ任意勝手に強さを選んである事を特に断つて置く次第である。

§ 5. 結 論

以上著者は船体と推進器との相互干渉を論ずるために、先ず第一に推進器の吸込作用により船体の周囲の流線運動は如何に変化するかを明かにし、次に第二にこの変化が船体の造波機構及びその抵抗に如何に影響するかの二段階より成る立場の下に考察を進め、従来の流線運動の変化を無視する事、従つて単独時に発生する波だけを積み重ねて考察する事の非を明かにした。

その大要を述べれば次の如くである。

- (1) 推進器の吸込み作用に依る船体周囲の流線運動の変化を考慮した。特にこれをば吹き出し分布の形で求めるために連続分布で表示できる一近似解法を示した。
- (2) 得られた吹き出し分布から推進器の吸込作用は全体としては僅かであつても、推進器直前の後端部に局部的に大きい吸込みの部分がある事が明かとなつた。
- (3) 船体、推進器の受ける抵抗表示式を別箇に求め、特にこれらを水面の存在に無関係な項と水面の存在に

FIG. 9

より特徴づけられる項とに分けて各項の性質を明かにした。

- (4) 推進器の吸込作用は流線運動に於ける吸引力の増加をひきおこす。
- (5) 推進器の吸込作用は単独時の船尾波を変形せしめる。一般に波高を増大し、且 位相を低速側へ移行せしめる。船体造波抵抗の増加量は単独時の造波抵抗曲線の hump では大、hollow では小となる。
- (6) 推進器の吸込作用は流線伴流、造波伴流、共に一般には増加せしめる。

最後に、本論文に関し本学沼知教授、淵沢教授よりは種々御注意を戴いた。又東大乾助教授よりは終始多大な御指導を戴き、横浜大学丸尾助教授よりは御忠言を戴いた。

夫々此所に誌して感謝の意を表わす次第であります。

参 考 文 献

- (1) 山泉昌夫：“船体，プロペラ，舵の相互作用について” 機械学会誌 昭 13, 41 卷
- (2) H. B. Helmbold：“Schraubensog und Nachstrom” W. R. H. 1938.
- (3) E. J. Dickmann：“Schiffskörpersog, Wellenwiderstand eines Propellers und Wechselwirkung mit Schiffswellen” Ing. Arch. 1938.
- (3) E. J. Dickmann “Wechselwirkung zwischen Propeller und Schiff unter besonderer Berücksichtigung des Welleneinflusses” Jahrb. S. T. G. 1939.
- (4) Th. von, Kármán：“Berechnung der Druckverteilung an Luftschiffkörpern” Abh. aus dem Aerodyn. Institut Aachen, Heft 7.
- (5) I. Lotz：“Zu Berechnung der potentialströmung um quergestellte Luftschiffkörper” Ing. Arch. 1931.
- (6) Weinblum：“Rotationskörper der geringsten Wellenwiderstand” Ing. Arch. 1936.
- (7) 乾 崇夫：“正しい船型条件による造波抵抗現論の再展開” 造船協会論文集第93号
- (8) Duraud：“Aerodynamics” vol. IV. p. 364.
- (9) Ramsey：“Hydrodynamics” p. 48.
- (10) T. H. Havelock：“The Theory of wave resistance” Proc. Roy. Soc. vol. 138 (1932)
- (11) A. Betz：“Singularitätenverfahren zur Ermittlung der Kräfte und Momente auf Körper in potentialströmungen” Ing. Archiv. 1932.
- (12) G. Weinblum：“Schiffsform und Wellenwiderstand” Jahrbuch. S. T. G. 1932.
- (13) G. I. Taylor：“The force acting on a body placed in a curved and converging stream of fluid” R & M. 1166.