(昭和 25 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

摩擦抵抗に対する Form Effect (1)

正員 工学士 田 宮 眞

Abstract

“The Effects of Ship Form on the Frictional Resistance” (Part I)

By Shin Tamiya, *Kogakushi, Member*

The effects of ship form on the frictional resistance are calculated on the basis of the turbulent boundary layer theory.

The stream is confined to be 2-dimensional, the effect of gravity is neglected. The boundary layer is assumed to be completely turbulent from the beginning and the form effect is expressed as the ratio of the coefficient of frictional resistance of ship (C_f) to that of flat plate (C_{f0})—the boundary layer of the flat plate is also assumed to be completely turbulent.

The calculation of the turbulent boundary layer is worked out in accordance with Buri's method.

At first, the ratio of length to breadth is maintained to be 7.00 (const.) and the water plane area coef. is varied, and then, the latter being maintained approximately constant, the ratio of length to breadth is varied.

The forms of ship water plane in the Z_1 -plane are attained from the following equations

$$1) \quad Z_1 = Z + \frac{ma^2}{Z} + \frac{na^4}{Z^3} \quad n = -1 + \frac{4}{3}m$$

the ratio of length to breadth = 7.00

$$2) \quad Z_1 = Z + \frac{ma^2}{Z} + \frac{na^4}{Z^3} \quad n = \frac{1-m}{3}$$

where Z is put to be $ae^{i\theta}$, that is, these ship forms are the conformal representations in the Z_1 -plane of a circle in the Z -plane.

If the frictional stress is assumed to be 0 at the rear portion of the separation point, the calculated results are as follows.

$$1) \quad m = .74 \quad .76 \quad .78 \quad .80 \\ k = 1.203 \quad 1.174 \quad 1.145 \quad 1.122$$

$$2) \quad m = .70 \quad .80 \quad .85 \\ k = 1.158 \quad 1.122 \quad 1.087$$

where $k = C_f/C_{f0}$

C_f = the coef. of frictional resistance for ship form $= R_f/\rho LV^2$, L = length of the ship.

$C_{f0} = d0$. for flat plate.

These values are closely in accordance with the results of more elaborate calculation obtained by Okabe, the member of the Research Institute for Fluid Engineering, but in the range of small length-breadth ratio, the agreement is not so good, showing the fact that the form effect is not satisfactorily explained with the length to breadth ratio and the coef. of fineness.

The k values agree approximately with the results obtained from the experiments of usual ship form models.

1. 緒 言

船体に働く摩擦抵抗は、之と同じ長さ、表面積の平板の摩擦抵抗で計算されているが、この Froude 流の考えが補正を要することは理論的にも又 Laute,¹⁾ Eggert²⁾³⁾等の実験からも明らかである。航空工学に於ては翼型について多数の実験が行われ、理論的にもほぼ満足すべき結果が得られている。ただ船体に於てはその形状が三次元的で複雑な上に、造波現象を伴うため理論、実験共に困難で、最近の粘性流体理論が殆ど応用せられていない実情にある。造波現象の下にある粘性流体の運動の考え方については、次の論文に述べることにして、本篇では、所謂二次元的流れについて形状の影響を考えてみた。之に関して流体力学研究所岡部氏の論文⁴⁾があるが、この場合は船体水線形状を略一定としその長幅比を変化したもので平板の場合と相当の差異があることを示している。

本篇に於ては長幅比を一定 (7.00) に保ちつつ水線形状を系統的に変化して平板の場合との比較を行い、更に岡部氏とは異なる系統の水線形状についてその肥瘦度を略々一定に保ちつつ長幅比を変化し、長幅比と肥瘦度の両者が Form Effect に及ぼす影響を求めた。

2. 乱流境界層の解法

本論に於ては平板の値と曲面の値との比較が目的である故、境界層の解は便宜的なものである。即ち境界層は船体前端より完全な乱流であると見なし、層内の速度分布は $1/7$ 乗則が成立つものとし、Buri の考え方に従つて之を解いた。

Buri の解法⁵⁾は運動量方程式に基づくもので結局

$$\frac{d}{ds} [R_\vartheta^{1/4} \cdot \vartheta] = \frac{5}{4} \left\{ \zeta - \Gamma \left(\frac{9}{5} + \frac{\delta_1}{\vartheta} \right) \right\} \quad (1)$$

を解くことに帰する。ここに

$$\left. \begin{aligned} s &= \text{岐点より物体表面に沿つて測つた長さ} \\ \vartheta &= \text{運動量厚} \quad \delta_1 = \text{排除厚} \\ U_1 &= \text{境界層の直ぐ外のポテンシャル流速} \\ R_\vartheta &= \frac{U_1 \vartheta}{\nu} \\ \zeta &= \bar{R}_\vartheta^{1/4} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\rho U_1^2} \right) \\ \Gamma &= \frac{\vartheta}{U_1} \cdot \frac{dU_1}{ds} \cdot R_\vartheta^{1/4} \\ \rho &= \text{流体密度} \quad \nu = \text{流体動粘性係数} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

である。(Fig. 1)

実験の結果から (1) の右辺は A, B を常数として $A - B\Gamma$ の形に表わされるので直ちに積分されて

$$U_1^B R_\vartheta^{1/4} \cdot \vartheta = A \int_0^s U_1^B ds \quad (3)$$

となる。但し最初から乱流としてある故積分の下限を $s=0$ とした。之より

$$\vartheta^{5/4} = \frac{A \nu^{1/4}}{U_1^{B+1/4}} \cdot \int_0^s U_1^B ds \quad (4)$$

によって ϑ が求められる。常数 A, B に就ては $A = .017$,

$B = 5$ が与えられているが、Fage が翼型のまはりの流れについて行つた実験⁶⁾を整理すると $A = .017$, $B = 4.0$ を得る。(Fig. 2a)

本篇に於ては前者が管の流れであることを考慮し、後者を採用した。即ち (4) 式は

$$\vartheta^{5/4} = .017 \frac{\nu^{1/4}}{U_1^{17/4}} \int_0^s U_1^4 ds \quad (4')$$

となり、 U_1 が s の函数としてあたえられれば、之から ϑ 従つて R_ϑ が求められる。 R_ϑ から Γ を算出すれば、 ζ は Γ の函数として実験的に与えられるので τ_0 が計算出来るのである。

Fig. 1

Fig. 2 (a)

境界層の計算に於て剥離の現象は極めて重要であるが、ここでは之も Buri に従つて $\Gamma = -0.06$ に於て剥離が起るものと考えた。

Fig. 2 b に示した曲線は Buri が $\zeta - \Gamma$ の関係を示すものとして与えたものであるが、Fage 及 Falkner の前記実験結果を置点するとかなりバラつく様である。それで計算の便宜上思い切つて ζ を一定とみなし

$$\left. \begin{array}{ll} \Gamma > -0.06 & \text{に対し } \zeta = 0.0125 \\ \Gamma \leq -0.06 & \text{ " } \zeta = 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

と仮定した。図の点線がそれである。

3. 摩擦抵抗係数

今剥離点の位置を $S = S_0$ とすると、岡部氏と同じ便法として $S \geq S_0$ に対し $\tau_0 = 0$ と仮定し

$$R_f = 2 \int_0^{S_0} \tau_0 \cos \alpha ds \quad (6)$$

となる。但し R_f は摩擦抵抗で、 α は船体中心線と ds とのなす角度である。(Fig 1)

Fig. 2 (b)

之より船の長さを L 、船の速度を V とし抵抗係数 C_f を (二次元的に)

$$C_f = R_f / \left(2 \frac{\rho}{2} L V^2 \right) = R_f / \rho L V^2 \quad (7)$$

で定義する。

平板の抵抗係数は速度の 1/7 乗則に従つて

$$C_{f0} = 0.072 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{-1/5} \quad (8)$$

を用い

$$R = C_f / C_{f0} \quad (9)$$

を以て形状影響を表わすものとする。

4. 船体形状及び U_1 の表示

Z 平面の円 $Z = ae^{i\theta}$ を次の写像函数で Z_1 平面の船形に変換する。

$$Z_1 = Z + \frac{ma^2}{Z} + \frac{na^4}{Z^3} \quad (10)$$

m, n は形状を定める常数である。簡単な計算により船の長さ L , 幅 B , 水線面積係数 C_w は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} L &= 2a(1+m+n) & B &= 2a(1-m+n) \\ L/B &= \frac{1+m+n}{1-m+n} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$C_w = \frac{\pi}{4} \frac{1-m^2-3n^2}{(1+n)^2-m^2} \quad (12)$$

(11) に於て $L/B=7.00$ と定めると $n = -1 + 4/3 m$ なる関係を得る。かくして m を変化させると Fig. 3 上半に示す如き水線形状を得る。その C_w は次表に示す通りである。

$L/B=7.00$	m	.74	.76	.78	.80
	C_w	.830	.740	.646	.547

$m=.80$ に於ては船首尾が尖点になつてゐることを注意しておく。

Fig. 3

次に U_1 を求めるために Z_1 平面の流れを考えるに、その複素速度ポテンシアル w は (10) 式と

$$w = -V \left(Z + \frac{a^2}{Z} \right) \quad (13)$$

とから定められる。船体表面の流速 U_1 は簡単な計算より

$$U_1 = \left| \frac{dw}{dZ_1} \right|_{Z=ae^{i\theta}} = \frac{2V \sin \theta}{F} \quad (14)$$

となる。但し

$$F = \sqrt{(4-5m)^2 + 16m(1-m)\sin^2\theta - 4(3-4m)\sin^2 2\theta} \quad (15)$$

又弧長 s は

$$\left. \begin{aligned} s &= a \int_0^{\theta} F d\theta \\ \text{曲面全体の長さ } S &= a \int_0^{\pi} F d\theta \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

より求められるから U_1 は θ をパラメーターとして s の函数として与えられた訳である。尚 α は

$$\tan \alpha = \frac{\cos \theta - m \cos \theta - 3n \cos 3\theta}{\sin \theta + m \sin \theta + 3n \sin 3\theta} \quad (17)$$

より求められる。

5. 計算結果

(14)~(17) を使用して次の計算式が得られる。

$$\begin{aligned} g^{5/4} &= .017 \frac{v^{1/4}}{\left(\frac{2V \sin \theta}{F}\right)^{17/4}} \cdot \int_0^{\theta} \left(\frac{2V \sin \theta}{F}\right)^4 a F d\theta \\ &= .01430 a^{5/4} \left(\frac{v}{aV}\right)^{1/4} \left(\frac{F}{\sin \theta}\right)^{17/4} \int_0^{\theta} \frac{\sin^4 \theta}{F^3} d\theta \end{aligned} \quad (18)$$

$\int_0^{\theta} \frac{\sin^4 \theta}{F^3} d\theta \equiv Y$ とおいておく。

$$\begin{aligned} \Gamma &= 1.189 R_a^{1/4} \left(\frac{\vartheta}{a}\right)^{5/4} \frac{\cos \theta [(4-5m)^2 - 16m(3-4m)\sin^4 \theta]}{F^{13/4} (\sin \theta)^{3/4}} \\ &= .01700 \frac{FY \text{css } \theta [(4-5m)^2 - 16(3-4m)\sin^4 \theta]}{\sin^5 \theta} \end{aligned} \quad (19)$$

但し $R_a = \frac{Va}{v}$

$$\tau_0 = .0125 \rho U_1^2 \left(\frac{U_1 \vartheta}{v}\right)^{-1/4} = .04204 \rho V^2 R_a^{-1/4} \left(\frac{a}{\vartheta}\right)^{1/4} \left(\frac{\sin \theta}{F}\right)^{7/4} \quad (20)$$

よつて R_f 及び k として次の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} R_f &= 2K \int_0^{\theta_0} M d\theta \\ k &= C_f / C_{f0} = 2.731 \times \left(\frac{a}{L}\right)^{4/5} \times \int_0^{\theta_0} M d\theta \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} K &= .09832 \rho V^2 a R_a^{-1/5} \\ M &= \{(1+m)\sin \theta - (3-4m)\sin 3\theta\} \left(\frac{\sin \theta}{F}\right)^{2.6} Y^{-1/5} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

θ_0 は剝離点に対応する角度である。

(16)(19) 式より剝離点を求め、(21) 式によつて k を算出するとその結果は次の表の如くなる。

第 1 表 $L/B=7.00$

m	.74	.76	.78	.80
C_w	.830	.740	.646	.547
θ_0	159.9	162.4	166.2	— (degrce)
S_0/S	.924	.969	.981	—
k	1.203	1.174	1.145	1.122

以上の積分は機械的積分によつたものである。

ここに注意すべきは ϑ が $V^{-1/5}$ に比例するとしたため、 Γ の式には V を含まないことになり、例えば剝離の位置がレイノルズ数に無関係となる。之は実情に一致しないがここでは無視しておく。

6. 尖点を持つ船型

写像函数として前と同じく

$$Z_1 = Z + \frac{ma^2}{Z} + \frac{na^4}{Z^3}$$

をとり, $n = \frac{1-m}{3}$ なる条件を入れると

$$\left(\frac{dy_1}{dx_1} \right)_{Z=a} = 0$$

となり, 船首尾に尖点を持つた船型を得る。ここに於て m に種々の値を入れると C_w は殆ど変わらず L/B が変化する。岡部氏の船型は到る所凸なレンズ型であるが, 之は変曲点を有する系列である。

m	.7	.8	.85
L/B	4.5	7.0	9.5
C_w	.524	.547	.579

m を三通りに変化させて前と同様の計算を行う。 $m=.80$ とすると, 前項 4, に於ける $m=.80$ と全く等しい船型を得る。本船型は次表及び Fig. 3 下半に示す通りである。

この場合は (13) の F 式は簡単に次の如くなり

$$F = 2 \sin \theta \sqrt{m^2 + 4(1-m) \cos^2 \theta} \equiv 2 \sin \theta \cdot G^{1/2} \quad (23)$$

(16)(18) 等の積分が簡単に行える。結果は次の如く, k 等の値は第2表に示す通りである。

$$\Gamma = \frac{.06802(1-m)}{m^2} \cdot G^{1/2} \left(\frac{1}{2-m} - G^{-1/2} \cos \theta \right) \cos \theta \quad (24)$$

$$\tau_0 = .02458 \rho V^2 R a^{-1/5} \left[\frac{G^{13/2}}{m^2} \left[\frac{1}{2-m} - G^{-1/2} \cos \theta \right] \right]^{-1/5} \quad (25)$$

$$R_f = .04916 m^{2/5} \rho a V^2 R a^{-1/5} \cdot \int_0^{\theta_0} \varphi d\theta \quad (26)$$

$$\varphi = G^{-1.3} \left(\frac{1}{2-m} - G^{-1/2} \cos \theta \right)^{-1/5} \{ (1+m) \sin \theta + (1-m) \sin 3\theta \} \quad (27)$$

$$k = .6828 m^{2/5} \times \left(\frac{a}{L} \right)^{4/5} \times \int_0^{\theta_0} \varphi d\theta \quad (28)$$

第2表 $C_w \equiv$ 一定

m	L/B	θ_0	S_0/S	k	k'
.7	4.5	146.8	.892	1.158	1.151
.8	7.0	—	—	1.122	1.122
.85	89.5	—	—	1.087	1.092

(deg.)

最右端の k' は §5 の結果を利用して C_w の差異を修正し, $C_w=.547$ ($L/B=7.0$ の船型) に引き直したものである。

7. 結果の考察

Fig. 4 (a) (b) に第1, 2表の結果を図示した。(a) 図の実線は第1表の結果で×印は岡部氏の結果 ($L/B=7.00$) である。 k の形に於て本篇の計算がよく一致している。(b) 図の実線は著者が得た第2表の値 k と, 岡部氏の結果である。両者を共に (a) 図によつて $C_w=.547$ に引直して描くと同図の点線の様になる。もし k が L/B と C_w だけで表わせるならこの両者は一致すべきであるが $L/B < 6$ ではかなりの差異を示している。従つて更に水線形状を示す適当

Fig. 4

× Okabe
Tamiya

なパラメーター考える必要がある。併し普通の船舶に於ける L/B の範囲 ($L/B=6\sim 8$) ではよく一致している。

(a) 図には尚 Baker 等が低速で模型船を曳航して得た摩擦抵抗増加率による k の値を○印で, Laute¹⁾ の実験の平均値を肥瘦度の修正を行つて得た値を●印で記入した。図の点線は第1表の k を (b) 図の岡部氏の曲線により, L/B の値を $C_w=.55$ のとき 10, .740 のとき 7.0, .08 の時 6.0 として修正したもので, 大体の傾向はあつていると考えられる。

併乍ら Eggert の実験²⁾に於ては $k < 1.0$ の場合も報告されている。従つて一概に (a) 図の点線の如きで形状影響があらわせるとは言えないが普通の船型ならば, 平板との差異はこの程度にあるものと考えを感ずるのである。

尚 Eggert が 1.0 より小なる k を得たのは球船首を有する双螺船であつて, 二次元的には球状膨出を船首にもつ物体のまはりの流れを求める必要があるが, 更に三次元的に境界層の流れを解明しないと容易に真相は捉え得ないであろう。

8. 結 論

1. 二次元流れに於て境界層が乱流の場合, L/B が 6 より大ならば摩擦抵抗に及ぼす形状の影響は大体 L/B と C_w で推定することが出来る。その値は平板の抵抗値に比し 10~20% 大きい。
2. $L/B < 6$ なる範囲では形状を表わすのに更に他の適当な因子を必要とする。
3. 今後に残された問題として (イ) 剥離後の摩擦抵抗 (ロ) 造波現象の考慮 (ハ) 特殊船型等が挙げられる。

文 献

- 1) Laute, Untersuchungen über Druck-und Strömungsverlauf an einem Schiffsmodell, J. S. T. G., 1933.
- 2) Eggert, Form Resistance Experiments, T. S. N. A. & M. E., 1935.
- 3) Eggert, Further Form Resistance Experiments, T. S. N. A. & M. E., 1939.
- 4) 岡部, 船体の摩擦抵抗に就ての試論 流体工学研究所報告第4巻第2号。
- 5) Buri, Berechnungsgrundlage für die turbulente Grenzschicht bei beschleunigter u. verzögerter Grundströmung, Diss, Zürich, 1931.
- 6) Fage-Falkner, An Experimental Determination of the Intensity of Friction on the Surface of Aerofoil R. & M. No. 1315.