(昭和 31 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

海洋波に及ぼす風の統合作用と最も頻度の多い波の性質に就て

正員 工 学 士 眞 鍋 大 覚*

Analytical Studies of Unifying Agency of Winds on the Seas and Swells and the Character of Waves with Maximum Frequency.

By Daikaku Manabe, *Kogakushi, Member*

Abstract

There are many waves in the confused, fully arisen sea surface, which have various periods and different heights. But there may exist a groupe of waves whose period prevail and are most frequently observed. These waves can be determined analytically by applying the theory of Sverdrup-Munk to the sea surface under varying wind velocity :

$$(\beta u)^5 \delta^2 = (\beta_m u_m)^5 \delta_m^2,$$

where : u is wind velocity, β is wave age, and δ is wave steepness, The suffix m denotes the maximum values in the centre of storm. This relation is shown in Fig. 1 which is calculated for every $\beta_m = 0.3, 0.4, \dots, 1.4$ at $u/u_m = 1$.

The state of every stage of β at every moment in the storm can be analysed graphically by the equation

$$\left(5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}\right) u(t) \frac{d\beta}{dt} + 5\beta \frac{du(t)}{dt} = 0.2237 \frac{1 + 2.5(1-\beta)^2}{\beta^2}$$

The distribution of integrated $\beta-t$ curves for every 3 hours are given in Figs. 2 and 3, wherein the observed values of β are plotted.

These two graphs show that ocean winds have some agency of unification on waves. Observers on board of ship usually point out and record the waves which have the most regular time interval, or in other words, which have the maximum frequency of wave period and its wave height from over the confused sea. This wave will have originated at many different places and also have various phases over the wide area of sea surface, then we can readily acknowledge the Longuet-Higgins' theory, which have cited the statistical distribution of wave heights.

The wave age which observed most frequently is indicated in the waving, concentrated narrow bands which issue from the places of the minimum values where the wind velocity have reached at the maximum value. Before this period, wind velocity are always increasing, so waves which have larger ages are all suppressed, but waves with shorter ages are forced to grow up. Thus swells and seas coincide in the centre of storm. After the centre have passed, wind velocity decreases gradually, then ages of these unified waves increase.

The larger becomes the rate of increase of wind velocity, the minimum value of the wave age reaches to the smaller value. The above cited β_m is thus defined :

$$\left. \frac{d\beta}{dt} \right|_{u=u_m} = 0, \text{ or } \left. \frac{du}{dt} \right|_{u=u_m} = 0.0447 \frac{1 + 2.5(1-\beta_m)^2}{\beta_m^3}$$

原稿受付. 6 月 29 日

* 九州大学工学部航空工学教室助教授

The fact that the average value of this wind velocity gradient is about 2 m/sec. hour as is shown in Fig. 4, then β_m lies usually between 0.3~0.4. Observed values at X-ray are plotted in Fig. 5, also wave period is constant at every moment in the region of storm; in Fig. 1 dotted lines show $\beta_m u_m = \beta u$, which are almost equal to $(\beta_m u_m)^{5/6} \delta_m = (\beta u)^{5/6}$.

From the state of concentration of β , the statistical distribution of β . or wave period seem to be more narrow than that of Longuet-Higgins' wave height. distribution or we may take practically, unique, which justifies and agrees with their assumptions.

1. 緒 言

海洋の表面に存在する波は、唯一の波高と週期とを以て且つ規則正しく連続的に一方向に進んでゆく様な単純な性質では決してなく、実は光波と同じ様に無数の週期をもつ波が不連続的にあらゆる方向に伝播しているものである。

然し海洋波が全く海上気象、特に海面を吹きわたる風によつて発生するものであり、その風には大気の渦動が含まれていて風速や風向が時々刻々に絶えず微少な変動を繰返してはいても、波形を生成或いは減衰せしめるに十分なかなりの時間*をとれば、そこには必ず平均風速及び最多方向というものが存在し得るわけであるから、この海洋風の影響下に在る海洋波に就ても亦、少くも頻度の最も多い波高、週期或いは波向を考える事が出来る。

海上観測者の眼にはこの最多頻度の波、即ちその海面を見渡して最も目につく波或いは言葉をかえて表現すれば割合に大きくそして同じ形をして同じ時間間隔をもつて規則正しく通過する波だけが長い時間の観測中には目にとまり次第に印象を深めて、その海面を代表する平均的の波として記録に残されるのである。

一方に於て船体運動の立場からこの最多頻度の波を考察すれば、予想し得る船の限界動揺振幅は、船の固有動揺週期に等しい週期をもつ共振波が丁度この最多頻度の波と一致していれば完全な同調が生じて動揺は最大にまで達するのであるけれども、最多波と共振波とが著るしく懸隔している時にはそれ程の動揺は生じないと予想し得るわけである。

従つて暴風域内で最多頻度の波がどのような性質をもち、海上の気象条件と如何なる関係にあるかという事は極めて重要な問題であるので、著者は Sverdrup-Munk の海洋波の理論を基礎にして種々解析的考察を試みて得た結果をここに述べることにする。

2. 暴風の接近通過による波齡の発達並にその分布

海洋波の生成発達基礎式は、風速が変動する一般の場合をも考察する時次の様に表わす事ができる。

$$\left(5 + 2 \frac{\beta \delta}{\delta \beta}\right) u \frac{d\beta}{dt} = 0.2237 \frac{1 + (1 - \beta)^2}{\beta^2} - 5\beta \frac{du}{dt} \quad + : \beta \leq 1, \quad - : \beta \geq 1,$$

これから風速経過状況 $u(t)$ を与える事によつて当時の海況をすべて解析する事ができる。この式は所謂非線型微分方程式でまともな簡単な形の完全解は得られぬが、等傾曲線による図式積分によつて β の積分曲線を求める事は可能である。波齡の変化の方向即ち $d\beta/dt$ は各瞬間の風速 u によつて異なるのは勿論であるが波齡の各段階 β によつても決して一様でない。従つてその積分曲線はたとえ等時間隔の初期条件で引いても後には相寄り相離れ、それ等の流れが複雑な皺曲模様を呈するに至る事が容易に想像される。

この基礎式の性質を数学的に調べると次の様になる。

(1) $\beta=0$

$\beta=0$ は波速と風速との比が零という状態であつて静穏な海面、或いは大きなうねりの波面に將に発生せんとする波の状態に対応している。この時、

$$\left. \frac{d\beta}{dt} \right|_{\beta=0} = +\infty$$

* 風速の週期的変動を考慮して、幾個の同じ形の波が相ついで到達するかを解析すれば（著者、西部造船会会報 第12号）次式が導かれる。

$$n \approx 1200(m/s)^2 / u \cdot u_m$$

ここに n は波の数、 $u(m/s)$ は現在の海面の風速、 $u_m(m/s)$ は遠方にある暴風中心の最大風速である。この解析結果が観測値ともよく一致するところから、少くとも十数秒の風の吹続で波況が容易に変化し得るものと推察される。この時間については九大応研山田博士も同じ程度と予測しておられた様である。

となりの β の勾配は垂直に上方に向っている事から海面に“波浪”の萌芽はほとんど瞬間的に続々と発生する事実を表わしている。

(2) $\beta = \infty$

$\beta = \infty$ は波速が風速に比較して非常に大きい波の状態を表わし、静穏な海面に微かな緩慢な昇降をみせる消滅寸前の“うねり”に対応する。基礎式はこの時、

$$\frac{d\beta}{dt} \doteq -0.112 \frac{1}{u} - \beta \frac{1}{u} \frac{du}{dt}$$

となつて風速状況によつて次の三つの場合が考えられる。

(a) $du/dt = 0$ 恒風時であつて気象上では主として寒冷前線通過後の吹送風の状態である。この時は β の値如何には無関係に一樣に

$$\left. \frac{d\beta}{dt} \right|_{\beta=\infty} = -0.112 \frac{1}{u} < 0$$

であつて波齢はその値を減少せんとする方向に一律に向っている事を示している。一方 (i) で述べた様に β の小さいところでは之亦一律に $d\beta/dt|_{\beta=0} > 0$ であるから恒風が長時間吹続すれば“波浪”が発達する事は勿論であるが一方“うねり”は緩慢ながら次第に波長を減じてゆく傾向にある事を示している。従つて $d\beta/dt$ の符号が之等兩極端の正と負との中間の状態、即ち基礎式から

$$\frac{d\beta}{dt} = 0 \quad \therefore 1 - 2.5(1 - \beta)^2 = 0, (\beta \geq 1)$$

或いは

$$\beta = 1 + \frac{\sqrt{10}}{5} = 1.632$$

に“うねり”と“波浪”とが歩みよるわけである。

(b) $du/dt > 0$ 風速上昇域で低気圧や台風の接近前方の状態にあたる。この時には

$$\left. \frac{d\beta}{dt} \right|_{\beta=\infty} = -\infty$$

となり β の勾配は極めて急に下降し積分曲線はいずれも真直ぐに下を向いて丁度 $\beta = 0$ の状態と正反対である。これは“うねり”は急激にその波長を縮めその結果波高を増して“波浪”化する現象を示し、(i) の瞬時発生“波浪”と合体する事が判明する。その時の会合状態は基礎式より

$$\frac{d\beta}{dt} = 0 \quad \therefore \frac{du}{dt} = 0.0447 \frac{1 + 25(1 - \beta)^2}{\beta^3}, (\beta \leq 1)$$

で与えられる。この式からわかる様に風速勾配がこの β を決定する重要な因子となる事は注目すべき特徴である。

(c) $du/dt < 0$ これは風速下降域で低気圧或いは台風が通過し去つた後の海面に相当し、

$$\left. \frac{d\beta}{dt} \right|_{\beta=\infty} = +\infty$$

で波長は急速に長くなる。つまり“波浪”は極度に“うねり”へ発達する事を示す。 $d\beta/dt$ の傾向が $\beta = \infty$ と $\beta = 0$ とで全く同じ傾向にあるからこの中間でどこか $d\beta/dt$ の値の最も緩やかな位置が存在し得るわけで、これは

$$\frac{d}{d\beta} \left(\frac{d\beta}{dt} \right) = 0 \quad \therefore \frac{du}{dt} = \frac{d}{d\beta} \left[0.2237 \frac{1 \pm (1 - \beta)^2}{\beta^2 \left(5 + 2 \frac{\beta}{\sigma} \frac{d\delta}{d\beta} \right)} \frac{1}{u} \right] / \frac{d}{dt} \left[\frac{5\beta}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}} \frac{1}{u} \frac{du}{dt} \right]$$

或いは右辺の分子が非常に小さい事が計算によつて確かめられるので近似的に

$$\frac{d}{d\beta} \frac{5\beta}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta}} = 0 \quad \therefore \beta = 1.13$$

となる。

以上の様に海洋波の基礎式の性質を調べるといづれの場合にも“うねり”と“波浪”とが次第に融合しようと

する傾向のある事実が見出されたのである。

3. 海洋風の海況統合作用に就て

一般に時間的位相を異にした多数の積分曲線群の密集地帯というのは、最初は種々様々の異つた条件から出発した現象も遂には相互の性質が接近して或る共通の状態に落付く事を示すものである。

たとえば最も簡単な減衰動揺の式

$$\frac{d\beta}{dt} = -k^2\beta$$

を例にとると、先ず $d\beta/dt|_{\beta=+\infty}=-\infty$, $d\beta/dt|_{\beta=-\infty}=+\infty$ から β の非常に大きいところではその積分曲線は非常に急に $\beta=0$ の方に直角に向つてゐるが、 $d\beta/dt|_{\beta=0}=0$ から β の小さいところではすべて $\beta=0$ の線に平行であつてこの附近の傾斜は極めて緩やかである。つまり最初の β の位置はどこに在つても、あらゆる積分曲線は終局にはすべて $\beta=0$ の線に密集して来るのであつて、これは上の式の完全解が

$$\beta = \beta_0 e^{-k^2 t} \quad \therefore \beta|_{t=\infty} = 0$$

で与えられる事から容易に理解する事が出来るであらう。一般に

$$\frac{d\beta}{dt} = f(\beta, t)$$

という一階微分方程式に於て、微係数の値が他の部分と異つて非常に小さいところは他からの積分曲線が集合し易い傾向にあり、その中心の位置を示す曲線は

$$\frac{d\beta}{dt} = 0 \quad \therefore f(\beta, t) = 0$$

で与えられるわけである。

この性質を前記の海洋波に應用して述べると風盛が進むにつれて次第に海況が統一されてゆく事実が十分に把握できるのである。即ち $d\beta/dt=0$ という条件から得られた

$$\begin{aligned} (a) \quad du/dt &= 0 & 1 - 2.5(1-\beta)^2 &= 0 \\ (b) \quad du/dt > 0 & & \frac{0.04474}{\beta^3} [1 + 2.5(1-\beta)^2] &= \frac{du}{dt} \end{aligned}$$

第1図 暴風域に於ける風速の昇降と波齢の変化

は β の波齢曲線群の最終的密集帯を与えるものである。尚風速下降域での $\beta=1.13$ という値はここで $d\beta/dt$ の値が僅かに緩やかになるだけで*、むしろ重要なのはそれ以前に密集した波群が如何なる経過をたどるかである。これは基礎式をそのまま、図式積分しただけでは一寸わかり難いが一般に右辺の第一項即ち風の波面に対する推進曳行力は非常にその絶対値が第二項に比較すると非常に小さいので之を省略すれば直ちに次の式が積分される。

$$(c) \quad d\beta/dt < 0 \quad (\beta u)^{5/2} = (\beta_m u_m)^{5/2} \delta_m^2$$

ここに (u_m, β_m, δ_m) は風速が下降しはじめる最初の条件、即ち最大風速時の値である。この関係は β_m の各値に対して u/u_m の値に対して第1図の実線で与えられている。尚挿入された点線は

$$\beta u = \beta_m u_m$$

という、つまり週期が暴風中心と恒等という

* これは積分曲線群の重密集帯として現われる。第2, 3図で観測値がこの $\beta=1.13$ の附近で不連続に飛躍している。

関係を示す。特に

$$0.3 < \beta_m < 0.4 \quad 0.5 < u/u_m$$

で両者は完全に一致している。風が吹きはじめると今まで海面にあつた波齢は次第にその値を減じ、一方新しく海面に発生する波齢は急速にその値を増し、遂には風速最盛期の絶頂で両者が完全に一致し、次に風が衰えはじめると、この合波群は更に新しく発生する波を併合しつつ次第に波齢を増加して発達するわけである。

4. 観 測 成 績

風速の盛衰によつて海況を表わす波齢の分布がどんな変化をするかという事実を見る為に計算例を第2, 3図

第 2 図 生名丸の観測定記録と波群の解析値 (其の一)

第 3 図 生名丸の観測値と波群の解析値 (其の二)

に掲げる。これは中央気象台定点観測部海上観測課に保管してある定点海上観測日表から、風速の記録を基にして三時間毎に発生する波齢を図式積分し、次に風速と波の週期から波齢を計算し之を観測値として記入したものである。期間は昭和25年1月10日から18日までの約一週間、場所は北方定点（北緯39度、東経153度）の海上、観測船は生名丸であつた。

$\beta = 0$ の線は海面に発生せんとする波であり、 $\beta = 0.4$ は最も粗度の高い“波浪”の状態を表わし、 $\beta = 1.4$ を超すと“うねり”にあたる。各 β の積分曲線の上昇の様子から波浪の発達状況がわかり、又相隣れる曲線の間隔即ち密度から波の確率分布というものが察せられる。この皺曲模様を概観して、（1）波齢の分布は時々刻々に複雑にうねりながら漸次上昇の一途を進んでいる事、（2）最初の状態即ち時間的場所的の位相差にも拘らず之等の曲線群は一つの稠密な狭い带状の部分に集合する事、（3）風速が増すとこの統合された密集帯は下降し、最大風速の時に最も低下する事、（4）その極小値は風速上昇度が高い程小さい事、等の特質が列挙されるが、ここで最も注意せねばならぬ事は観測値が丁度この密集帯の上に完全に乗つて起伏している事である。

観測者は永年の経験から自然と当時の海面に於て最も頻繁に目にとまる波を、風に対する平均風速と同じ様に取扱つて、その時の海象とするのであるが、それが純然と数学上の理論から妥当性を証明された事になつたわけになる。

第4図 北方定点に於ける暴風最盛期の風速勾配

第5図 北方定点に於ける暴風中心の波齢と解析値

之等の最多頻度の波は専ら暴風中心の風速上昇率だけで規定されるので、第4図に北方定点の記録から大体どれ位のものになるかを示した。平均して毎時約2m/s前後が最も多いので、第5図の理論曲線及び実測値より β_m は平均して0.3から0.4の間に存在し得る事が判明し、従つて暴風中心では粗度が極大に達する事、及び暴風圏内では波の週期は不変である* という二つの重要な性質が証明されるのである。

5. 結 言

海洋波の理論を基にして風速昇降時の海況を調べると、そこには風盛が次第に海面を同じ性質の波ばかりに統一する現象がある事を説明し、且つその最多頻度の波の生成発達状況を解析する事が出来た。

実際に荒海面に於ける波の確率分布に就て多数の資料を統計的に総合出来る程、観測技術も装置も今日の段階では完全ではないが、

少なくとも最多頻度の波の特徴だけは南北両定点七カ年の記録を十分に説明しているのである。

第2、3図から β 即ち週期の分布状態を推察してみると、 β 曲線群の非常に密集状態から Longuet-Higgins が海面の波高の統計的分布に就ての論文（“On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves”, Journal of Marine Research Vol. XI, No. 3, 1952）に述べた二つの仮定、即ち第一に、観測点を通過する波は広い海面のあらゆる場所からあらゆる瞬間に発生し、個々の波は各々が全く独立な経過をたどつて相互に何の関連性もなく時間的空間的位相を異にして生成発達したものである事、第二に週期の分布は非常に局限されてほとんど単一の週期の波だけが卓越して、之と異なる週期の波は殆んど存在しない事、という二つの事項は、之を基として解析された結果が観測成績とよく一致する様に少なくとも実用上十分正しいものと云える事が本論文からも解析的に説明する事が出来るのである。

終に臨み中央気象台海上観測課長の淵 秀隆氏、同課員神田太郎氏、並びに東京大学船舶工学教室の元良助教

* 従つて暴風中心の最低示度とこの週期との間には次の様な関係が観測値を基礎として解析される。

$$T_m(\text{sec}) \approx \frac{1050 - P_0(\text{mb})}{8}$$

授, 同地球物理学教室の吉田助教授の四氏には本論文の解析に非常に有益な援助を頂いた。併せて海上保安庁水品技術部長, 渡辺教授, 井上教授をはじめ船舶安全法改正委員会の各位に深甚の謝意を表するものである。

(昭和 31 年 6 月 21 日)

参 考 論 文

1. “本邦近海に於ける暴風の型式と海洋波の特質” 於造船協会講演会本年 5 月 14 日発表
2. “暴風圏内の波群の解析 (一) 台風によつて発生する波の一般性質” 西部造船会会報 第 10 号
3. “同上 (二) うねりから波浪への同化過程に就て” 同誌 第 12 号
4. “同 (三) 風速の変動と波の連続性に就て” 同誌 第 12 号
5. “同 (四) 波浪からうねりへの発達過程に就て” 同誌 第 13 号
6. “同 (五) 海洋波の消滅過程に就て” 同誌 第 13 号
7. “同 (六) 風向逆転時の逆浪” 同誌第 13 号

Table of U/U_m (Fig. I.)

		0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
0.1	0.065	3.374	4.752	6.520	7.483	8.152	8.689	9.077	10.374
0.2	0.075	1.595	2.244	3.079	3.533	3.849	4.102	4.285	4.898
0.3	0.088	1.000	1.407	1.930	2.215	2.413	2.572	2.686	3.070
0.4	0.100	0.711	1.000	1.372	1.575	1.715	1.828	1.910	2.183
0.5	0.093	0.586	0.810	1.130	1.297	1.415	1.516	1.573	1.798
0.6	0.080	0.518	0.729	1.000	1.148	1.250	1.333	1.392	1.591
0.7	0.066	0.480	0.673	0.956	1.063	1.158	1.234	1.289	1.473
0.8	0.055	0.452	0.635	0.871	1.000	1.089	1.162	1.213	1.386
0.9	0.046	0.431	0.608	0.832	0.926	1.040	1.109	1.158	1.324
1.0	0.039	0.415	0.583	0.800	0.918	1.000	1.066	1.113	1.273
1.1	0.034	0.398	0.560	0.768	0.882	0.960	1.024	1.069	1.222
1.2	0.029	0.389	0.547	0.750	0.861	0.938	1.000	1.044	1.193
1.3	0.025	0.381	0.536	0.735	0.844	0.919	0.980	1.023	1.169
1.4	0.022	0.372	0.523	0.718	0.824	0.898	0.953	1.000	1.149