(昭和 26 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

斜行する船に働く垂直力及び能率

正員 工学士 井 上 正 祐*

Normal force and moment of a ship moving obliquely

By Shōsuke Inoue, *Kogakushi Member*

Abstract

The normal force coef. C_N of normal force acting on a low aspect ratio rectangular plate is

$$C_N = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{k} \cos \alpha} \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin^2 \alpha$$

where k is aspect ratio, α is angle of attackThe 1st term is the Prandtl's wing theory and the 2nd term is the Newton's resistance law of a plate and the value of C_N when $k=0$.The moment coef. C_m about middle point of the plate is

$$C_m = f(k) \sin \alpha \cos \alpha$$

where $f(k)$ is the calculated value.

and some pure moments are added to the moment by Prandtl's wing theory. The former is not negligible for the latter.

When a ship, k is 0.1~0.2 and she has breadth. In this case the 1st term in C_N is not changed much, but 2nd term shows the variation by her breadth. In the case of moment about the effect due to breadth of pure moment is not known, so I start from Munk's formula, multiply this value by some theoretical value and gain the ship's moment. These values agree with the experimental value in the case of the plate and also the ship.

I. 緒 言

さきに著者は縦横比小なる矩形板が斜行並びに旋回する場合に、板に働く垂直力及び能率の計算法について述べたのであるが、本文に於ては斜行する矩形板に働く垂直力及び能率の簡単な計算法、並びにその物理的意義を明らかにし、これを幅を有する場合に拡張して等吃水船の垂直力及び能率を求めた。但し自由表面の影響は無視するが非常な高速船を除いた船には十分適用出来ると考えられる。

II. 矩形板に働く垂直力

板の中心線上の渦層の分布 γ を

$$\frac{\gamma}{U} = \gamma_0 \tan \frac{\varphi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\varphi$$

但し $\varphi=0$ は後縁 $\varphi=\pi$ は前縁 U は前進速度とおき $\gamma_0, A_1, A_2, \dots$ を求むる連立一次方程式を求めて垂直力係数 C_N として、

$$C_N = \pi \cos \alpha \left(\gamma_0 + \frac{A_1}{2} \right) + C_N'$$

但し α は迎角

を著者は得た。此の場合 C_N' は $\gamma_0, A_1, \dots$ の函数であるが、我々が必要な $\alpha=12^\circ, 13^\circ$ 以下では余り影響が無い故考えず、

$$C_N \doteq \pi \cos \alpha \left(\gamma_0 + \frac{A_1}{2} \right)$$

* 九大工学部助教授

として議論を進める。

先ず γ_0 を γ_{0L}, γ_0' の2つに分けて,

$$\gamma_0 = \gamma_{0L} + \gamma_0'$$

$$\gamma_{0L} = -\frac{2}{1 + \frac{2}{k} \cos \alpha} \sin \alpha$$

但し k は縦横比

とする。而して A_1 は数値計算によれば一定の k に対して

$$A_1 = -2\gamma_0' + \frac{4}{\pi} \tan \alpha \sin \alpha$$

で表わす事が出来る故 C_N の値は,

$$C_N = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{k} \cos \alpha} \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin^2 \alpha \quad (1)$$

となる。第一項は Prandtl の翼理論から出る値で今日迄色々研究されて来た式である。今 $k=\infty$ の場合の揚力係数曲線の傾斜を $2a_0^{(2)}$ とすれば,

$$\frac{2a_0}{1 + \frac{2a_0}{\pi k} \cos \alpha} \sin \alpha \cos \alpha$$

と書く事が出来る。第二項は $k=0$ の場合の垂直力係数で Newton の板に対する抵抗法則と同じ値で、板の前

第 1 図

第 2 図

第 3 図

第 4 図

(2) Göttingen の実験から逆算すると $2a_0 = 2\pi \times 0.98$ で $a \div \pi$ でも大差ない。

第 5 図

第 6 図

第 7 図

面のみに着目してその運動量変化から板に働く力を求めたものである。故に C_N は近似的に Prandtl の翼理論からの値と $k=0$ の場合の値の和として示す事が出来る。これを Winter⁽³⁾ 及び Flachsbarth⁽⁴⁾ の実験と比較したのが第 1 図より第 7 図迄で大体に於てその妥当なる事を表わして居る。且つ船に必要な縦横比 0.1~0.2 では此の 2 つの力の成分は同程度のもので、いずれか一方を無視しては板に働く力を表わす事が出来ない。 $k=1$ の場合は実験値より大きく出るが此の計算の仮定は $k=1$ 以下の場合であるから実験結果との不一致は考えられる事である。

(3) Forschung 1935

(4) Erg. der Aerody. Versuchsaustalt to Göttingen IV.

III. 矩形板に働く能率

前節に述べし事から板の翼弦方向の力の分布について考えると $\gamma_0 \tan \varphi/2$ からは Prandtl の翼理論による力 N_P と γ_0' による力 N' が前縁より $t/4$ の所に働き $A_1 \sin \varphi$ からは $k=0$ の垂直力係数を有する力 N_0 と別に $-N'$ が板の中央に働く。且つ $A_2 \sin 2\varphi$ からは $N'' \times t/2$ なる偶力が働く。依て垂直力の方は $N_P + N_0$ になり N' , N'' に無関係なる事は前述の通りであるが、板の中心点に関する能率は N' , N'' による偶力の影響はいり k が小さい時は $\frac{t}{4} N_P$ に対し無視出来なくなる。

第8図

さて能率係数 C_m は、

$$C_m = -\frac{\pi}{4} \cos \alpha \left(\gamma_0 - \frac{A_2}{2} \right) + C_m'$$

なる事は前報告の通りであるが此の場合も C_m' の影響は考えない。且つ γ_0 , A_2 は前報告の如く大体に於て $\sin \alpha$ に比例し比例常数は k の函数である。これを第9図に示す。

第9図

この値による C_m と Winter, Flachsbarth⁽⁶⁾ の実験と比較したのが第1図より第7図で計算結果と実験の一致を示して居る。

一方循環を考えない場合の板に働く偶力は

$$M_y U^2 \sin \alpha \cos \alpha$$

但し M_y は板に垂直な方向の見掛けの質量

で表わされ $k=\infty$ の場合はあてはまるがそれ以外の k の場合は此の値より小さい。今 J を3次元流れと2次元流れの場合の見掛けの質量の比とすれば、

$$M_y = \rho \pi b^2 t J$$

但し ρ は流体の密度、 t は板の長さ、 b は板の幅を表わす。

故に

$$C_m = 2 \pi k J \sin \alpha \cos \alpha$$

理論値とこれとの比を ϵ とし ϵ と k との関係を第9図に示す。但し J は楕円板としての3次元計算⁽⁶⁾ と2次元計算の比を取り、

$$J = \frac{1}{\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta} d\theta}$$

で表わす事が出来る。

(5) 前掲 C_{mL} は前縁に関する能率係数。

(6) Lamb: Hydrodynamics

IV. 筒形船に働く垂直力

船の場合はフロード数が小さい時は自由表面の影響は無視して考えてよい故、縦横比が $2 \times (\text{吃水})/(\text{船の長さ})$ の矩形板の幅の影響を考えればよい。

さてIIに述べし如く C_N は Prandtl の翼理論からのものと $k=0$ の場合の和として表わされるから、幅を有する場合もこれを近似的に別々に考えても差支えない。先ず (1) の第一項に於ては幅の影響は a_0 の中にはいり

$$a_0 \doteq \pi(1-qB/L)$$

但し B は船幅、 L は船の長さ、 q は或常数

で表わされる。故に此の値を代入すればよいが船に必要な $k=0.1 \sim 0.2$ の如き場合は $2a_0/(\pi k) \gg 1$ となり幅

第 10 図

の影響は—— C_N は或程度小さくはなるが——普通の飛行機翼の如く大なる縦横比にくらべ大きくなくほとんど無視出来る程度である。

次に第二項であるがこれは Newton の抵抗法則をそのまま適用して次の如く計算する事が出来る。第 10 図の如く x, y 軸を取り流れに対し前面の船側方程式を $y_2(x)$ 後面を $y_1(x)$ とする。此の場合 α が水切角 θ_0 より大きい時と小さい時の 2 つに分けて考えられ、前者の場合

$$\alpha > \theta_0$$

$$\text{垂直力 } N = \rho \int_{-L/2}^{L/2} U^2 \sin^2(\alpha - \theta_2) dx \quad (2)$$

$$\alpha < \theta_0$$

$$\text{垂直力 } N = \rho \int_{-L/2}^Q U^2 \sin^2(\alpha - \theta_2) dx - \rho \int_{-L/2}^{Q'} U^2 \sin^2(\theta_1 - \alpha) dx \quad (3)$$

$$\text{但し } \tan \theta_1 = dy_1/dx \quad \tan \theta_2 = dy_2/dx$$

依て (2) (3) は

$$N = \rho \int_{-L/2}^{L/2} U^2 \left[\sin^2 \alpha \frac{1}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} + \cos^2 \alpha \frac{\left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} - \sin 2\alpha \frac{\frac{dy_2}{dx}}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} \right] dx$$

$$N = \rho \int_{-L/2}^Q U^2 \left[\sin^2 \alpha \frac{1}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} + \cos^2 \alpha \frac{\left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} - \sin 2\alpha \frac{\frac{dy_2}{dx}}{1 + \left(\frac{dy_2}{dx} \right)^2} \right] dx$$

$$- \rho \int_{-L/2}^{Q'} U^2 \left[\sin^2 \alpha \frac{1}{1 + \left(\frac{dy_1}{dx} \right)^2} + \cos^2 \alpha \frac{\left(\frac{dy_1}{dx} \right)^2}{1 + \left(\frac{dy_1}{dx} \right)^2} - \sin 2\alpha \frac{\frac{dy_1}{dx}}{1 + \left(\frac{dy_1}{dx} \right)^2} \right] dx$$

従つて $y_1(x)$, $y_2(x)$ が判明すれば計算出来るのであるが例として、

$$y_1 = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \quad y_2 = -\frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right]$$

なる船型を考えると $k=0$ の垂直力係数 C_{N0} は、

$$\alpha > \theta_0$$

$$C_{N0} = \frac{L}{B} \tan^{-1} \frac{2B}{L} \sin^2 \alpha + \left[2 - \frac{L}{B} \tan^{-1} \frac{2B}{L} \right] \cos^2 \alpha \quad (4)$$

$$\alpha < \theta_0$$

$$C_{N0} = \frac{L}{B} \left[\alpha \sin^2 \alpha - \frac{1}{2} \log \frac{\sec^2 \alpha}{1 + 4 \left(\frac{B}{L} \right)^2} \sin 2\alpha + (\tan \alpha - \alpha) \cos^2 \alpha \right] \quad (5)$$

従つて α の小さい時は (5) より、

$$C_{N0} = 4 \left(\frac{B}{L} \right) \alpha$$

で表わされる。従つて (5) は α の一次の項とそれ以上の次数の項の和となり α の項は $Q'Q'''$, $Q''Q'''$ (Q' の x 軸に対する対称点が Q'' , Q''' は船の先端) の間に Newton の抵抗法則を入れた時出現し——これが平板の時と異なる点である—— α^2 以上の項は $Q''Q$ に Newton の抵抗法則を入れた時出現するのである。又 (4) と (5) は $\alpha = \theta_0$ を境として (5) から (4) に移るのであるが $\alpha = \theta_0$ に於ては (4) (5) の値は一致し且つその切線方向も一致する故 α の増加と共に (5) から (4) に滑らかに接続する。(4) (5) を色々の B/L について計算したのが第 11 図で B/L の増加と共に線型の影響が強くなる。

第 11 図

依て C_N は、

$$C_N = \frac{2a_0}{1 + \frac{2a_0}{\pi k} \cos \alpha} \sin \alpha \cos \alpha + C_{N0}$$

で船幅のある場合が計算出来る。此の理論値と水槽に於いて斜行して曳行した模型実験 ($k=0.18$ $B/L=0.15$) との比較が第 12 図で此の理論の妥当性を示して居る。

第 12 図

V. 筒形船に働く能率

Ⅲ に述べし如く力の分布が判明して居るから能率も求まる筈であるが此の内 N' , N'' による能率の幅の影響

即ち $\gamma_0' - A_2/2$ の幅の影響が今の所判明していないので船体に働く能率を Munk の式に相当する

$$(M_y - M_x) U^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (7)$$

但し M_y, M_x は x, y 方向の船の見掛けの質量

から出発して求める。 M_y は Lewis⁽⁷⁾ の如く各断面の 2 次元的増加質量を計算し之れを長さの方向に積分しこれに 3 次元の影響を加味する。即ち、

$$M_y = \frac{\rho \pi}{2} \int d^2 C_s J dx$$

但し d は吃水、 $\rho \pi d^2 C_s / 2$ は各断面の 2 次元的増加質量で C_s は線図につき近似的に計算出来て $B/(2d)$ の函数である。 J は 3 次元の影響で普通船型なれば長楕円体精しくは楕円体について計算した 3 次元計算と 2 次元計算の増加質量の比である。

M_x は赤崎博士⁽⁸⁾ の実験なり又は楕円体について $M_x/M_y = e$ を求めておけばよい。故に (7) による能率係数 C_{mm} は、

$$C_{mm} = \frac{\pi}{2} J C k (1-e) \sin 2\alpha \quad (8)$$

但し $\int d^2 C_s dx = C S^2 / L$ で S は中央縦断面積

然し C_{mm} が実験値とくらべ大きい事は III からわかるし又 Weinblum⁽⁹⁾ 等も云つて居る故実際の C_m は III に述べた e をかけて、

$$C_m = C_{mm} e \quad (9)$$

で表わす事が出来る。第 12 図は模型実験との比較であるが実用上充分役に立つと考えられる。

VI. 結 言

以上船が斜行する場合の垂直力及び能率の理論的計算法並にそれと実験との比較をのべ、その一致が良好であり実用上十分役に立つと考えられる。猶此の理論の旋回への拡張も容易である。終りに臨み御指導を賜りたる渡辺教授に厚くお礼申上げる次第である。 (終)

於 九州大学工学部
造船学教室

(7) T. S. N. A. & M. E. 1929.

(8) 造船協会々報第 70 号.

(9) Schiffbau 1938.