(昭和 26 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

ピトー管による急速計測について

正員 工学博士 鬼 頭 史 城*

On Quick Measurement using Petot-Tubes

By Fumiki Kito, *Kogakuhakushi, Member*

Abstract

Sometimes it is required to make measurement of water flow using a Petot-tube in a limited duration of time. Making an experiment of water flow by Petot-tube which is mounted on a truck of experimental water tank is an example of such a case. The author has made some theoretical calculation together with model experiment with the object of giving some suggestion regarding the most suitable dimensional proportion of Petot-tube pipe-line to be used for that purpose.

First we estimated the amount of residual velocity of manometer water-column, when the water column has risen to rated value ; the pipe line consisting of (a) pressure hole, (b) leading tube, (c) manometer water column being taken into account. Judging from this estimate, it was thought that, in order that the manometer column may rise quickly, yet no oscillation of appreciable amount does not take place, the value of the ratio D/d should be about equal to 4, in case of ordinary dimensions of tubes etc. D is the diameter of large pipe (lead pipe, water column glass-tube etc.), while d is the dia. of small tube (Petot-tube proper) d may be taken to represent the dia. of hole of static or total pressure, in a Petot-tube. When there are n holes, as in some type of Petot-tube, we take $\sqrt{n}d$ instead of d .

In order to confirm experimentally the above-mentioned estimate, we constructed an experimental apparatus consisting of water tank, model representing Petot-tube, pipe-line, manometer water column. Making initially the manometer water column level lower than the level of water tank, and opening suddenly a cock, we observed the rise of water column in a manometer glass-tube. Thus, using (a) manometer glass-tube, (b) petot-tube model of various dimensions, we concluded that the above mentioned statement may be taken to hold good, at least for practical purposes.

1. 緒 言

通常実験室で行う計測においては、一回の計測に要する計測時間には余り制限を受けない。しかし限られた時間内に計測を行わねばならないところの或る場合、例えば水槽の走行トラックにピトー管を取付け、その走行中に手早く計測しようと思うような場合には、普通の計測の場合以外にいくつかの考察を必要とする。即ちピトー管の圧力取出穴の径を余り小さくすれば時間的おくれのために本当の指示をしないし、又大きすぎればマンメーターが動揺して面白くない。然らばピトー管及びマンメーターの寸法を適当に選んで、できるだけ有利に試験を行うためにはどうすればよいかとの問題を生ずる。この点に関連して 2, 3 の簡単な計算並びに実験を行つた結果をここに報告する。

2. ピトー管に連絡したマンメーター水柱の運動の計算

ここでは第 1 図に示すような水柱の運動を考えよう。普通のピトー管では第 1 図 (a) 又は (b) のごとく、ピトー管の圧力取出し穴、導管並にマンメーター管が用いられる。理論的計算を行うために之を第 1 図 (c) に示すような管路をもつて代表せしめよう。図には簡単のために、管路が内径 d 、長さ l なる部分と、内径 D 、長さ L なる

* 慶応義塾大学工学部教授

第1図 ビト管々路とその模型

いる。そしてごくゆるやかな水面上昇の場合を除き、われわれは乱流の状態を考えるべきである。

(a) 乱流の場合 第1図(c)において、始めに水柱は基準面下 H_m の位置にあり、 $t=0$ において急にコックを開いたとする。時間 t における水面位置を h とする。然るときは $V = -dh/dt$ である。管路の摩擦損失の他に細管の出口において $v^2/2g$ だけの動エネルギー損失があるものと仮定して全損失水頭を計算すれば、

$$H_f = \varphi \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \varphi' \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}$$

となる。 φ, φ' はもちろん Re 数によつて異なるはずであるが、ここでは概算として $\varphi = \varphi' = 0.05$ となる。よつて全損失 H_f を流速 V の項で書き表わした概算値は、

$$H_f = \frac{V^2}{2g} \left[0.05 \frac{L}{D} + \left(1 + 0.05 \frac{l}{d} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^4 \right]$$

となる。例えば $D/d=4$ に対しては $(D/d)^4=256$ であるから、一般に上式の [] 内の第二項の方が大きな値となる。次ぎに細管と太管との水の加速度によつて生ずる力を計算し、之を水頭に換算すると、

$$\frac{1}{g} [L+l-h] \frac{d^2 h}{dt^2}$$

となる。よつて水柱の運動の方程式は、

$$\frac{1}{g} [L+l-h] \frac{d^2 h}{dt^2} - \frac{1}{2g} \left[0.05 \frac{L}{D} + \left(1 + 0.05 \frac{l}{d} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^4 \right] \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + h = 0 \quad (1)$$

となる。簡単のために、

$$a = L+l, \quad b = \frac{1}{2} \left[0.05 \frac{L}{D} + \left(1 + 0.05 \frac{l}{d} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^4 \right] \quad (2)$$

とおけば、之は

$$(a-h) \frac{d^2 h}{dt^2} - b \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + gh = 0 \quad (3)$$

なる形の非線型第2階常微分方程式である。 $d^2 h/dt^2$ の係数が $a-h$ の代りに a である場合に対しては今までに十分研究されている。微分方程式(3)に対しても下のような取扱いをなすことができる。今(3)において、 $(dh/dt)^2 = y$ とおくときは、換算によつて、

$$\frac{dy}{dh} = 2 \frac{d^2 h}{dt^2}$$

なることが分るから、 y を従属変数、 h を自変数と見なすことにより、(3)は、

$$\frac{1}{2} (a-h) \frac{dy}{dh} - by + gh = 0 \quad (4)$$

となる。更に $y = (a-h)^m u$ とおくときは、

$$\frac{dy}{dh} = -m(a-h)^{m-1} u$$

となるから、之によつて(4)を、

$$\frac{1}{2} (a-h)^{m+1} \frac{du}{dh} - (a-h)^m \left(\frac{1}{2} m + b \right) u + gh = 0$$

と書きかえられる。 $m = -2b$ ととることによりこの方程式は、

$$\frac{du}{dh} = -2gh(a-h)^{2b-1}$$

る部分との2つより成るものとしてあるが、いろいろな径の部分の多くの組合せから成っている管路に対しても同じような理論が成り立つ。先ず管内の流れが乱流か層流かを調べる。太い管内の流速を V m/s, 細管内の流速を v m/s とすれば $v = V(D/d)^2$ であり、 Re 数はそれぞれ

$$Re = VD/v, \quad Re' = Re(D/d)$$

となる。例えば $D=1.0$ cm, $d=0.25$ cm, $V=0.1$ m/s の場合には $Re=768$, $Re'=3080 > 2000$ 故に水面 h の上昇速度が 0.1 m/s 位いのときに、細管の方は乱流となつて

となる。そして1回積分を行つて、

$$u = -2g \int h(a-h)^{2b-1} dh + C \quad (5)$$

之より y を求められる。尚 $y = (dh/dt)^2$ 、且つ $t=0$ において $y=0$ 、 $h=H$ であるから、この積分を書換え、且つ初期値を代入して、

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)^2 = -\frac{2g}{(a-h)^{2b}} \int_h^H h(a-h)^{2b-1} dh \quad (6)$$

仮りにこの式の右边を $f(h)$ と書くなれば $(dh/dt)^2 = f(h)$ 従つて水柱が $h=H$ より $h=0$ まで上昇するに要する時間 T は、

$$T = \int_0^T dt = \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{f(h)}} dh$$

によつて与えられる。水柱が基準水面まで昇り切つたときの速度を V_0 と名付けければ、之は (dh/dt) の $h=0$ に対する値であるから (6) により、

$$V_0^2 = 2ga \int_0^{H/a} x(1-x)^{2b-1} dx \quad (7)$$

但し $x=h/a$ とおく。之より積分によつて、

$$V_0^2 = 2ga \left[\frac{1}{2b(2b+1)} - \left(1 - \frac{H}{a}\right)^{2b} \left\{ \frac{1}{2b} - \frac{1 - \frac{H}{a}}{2b+1} \right\} \right]$$

となる。 $2b$ は後に示すように大きな数であるから $(1-H/a)^{2b}$ の値は (H/a が $1/2$, $1/3$ 等の分数であるときには) 非常に小さな値となる。よつて略近的に、

$$V_0^2 = -\frac{2ga}{2b(2b+1)}$$

となるが、水頭 H に対する速度 V_H との比をもつて表わせば、

$$\frac{V_0}{V_H} = \sqrt{-\frac{a}{H}} \cdot \frac{1}{2b} \quad (8)$$

となる。之によつて丁度水柱が $h=0$ まで昇り切つたときの残存速度 V_0 の大体の値が推定せられる。

一般に、第1図(C)に於て水柱が $h=H$ より $h=0$ までできるだけ急速に上昇するためには管径 D を小にすればよいわけであるが、 D が余り小さくなると終速度 V_0 がいくらかの値をもち、水柱が昇つてからなお振動することとなる。よつて V_0 が小 (例えば $V_0/V_H = 1/1000$ 等) の範囲内で D をできるだけ小さくすることが有利である。以下に数値を示そう。

数値例 例えば $L=1$ m, $H=200$ mm, $l=100$ mm, $a=L+l=1100$ mm, $D=10$ mm, $D/d=2$, $d=5$ mm なる場合を考えると、

$$b = \frac{1}{2} \left[0.05 \times \frac{1000}{10} + \left(1 + 0.05 \times \frac{100}{5} \right) (2)^4 \right] = 18.5$$

従つて (8) により、

$$\frac{V_0}{V_H} = \sqrt{\frac{1100}{200}} \times \frac{1}{18.5 \times 2} = 0.063$$

となり可なり振動をするであろうことが予想せられる。もし $D/d=4$, $d=2.5$ mm と選ぶならば、

$$b = \frac{1}{2} \left[5 + \left(1 + 0.05 \times \frac{100}{2.5} \right) (4)^4 \right] = 387$$

従つて $V_0/V_H = 0.003$ となり、実用上は振動がないことになるであろう。しかしこの V_0/V_H の限度を厳密に調べるためには、水柱が一旦昇り切つてからの振動の振幅を計算すべきであるが、ここではこの複雑な計算を行う代りに第1図(C)の場合の模型を作つて、実験的にこの点を調べた。

以上の数値例を見ても分るように最も影響の大きいのは D/d の値であり、この値が4位に取つてあれば都合がよい。

(b) **層流の場合** 実用上は大体において乱流の場合になるのであるが、念のためにここに層流の場合について述べておく。この場合の抵抗損失水頭は、

$$H_f = \frac{32\nu}{g} \left[\frac{LD^2}{d^4} + \frac{L}{D^2} \right] \frac{dh}{dt} \doteq \frac{0.416}{g} \left(\frac{l}{d^2} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^2 \frac{dh}{dt}$$

となる。故に運動の方程式は、

$$\frac{1}{g} [L+l-h] \frac{d^2h}{dt^2} + \frac{0.416}{g} \left(\frac{l}{d^2} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^2 \frac{dh}{dt} + h = 0$$

である。すでに層流である以上 h は小さい筈であるから $L+l-h$ の代りに略近的に $L+l$ と見なせば之は普通の減衰振動の方程式であつて $h = Ke^{\alpha t}$ と仮定すれば、

$$\alpha = -0.208 \frac{LD^2}{d^4} \pm \sqrt{\left(0.208 \frac{LD^2}{d^4} \right)^2 - g(L+l)}$$

振動性を有しないためには、即ち α が複素数とならないためには根号内が負になつてはならない。しかも最も早く減衰するためには根号内が、0 となればよい。之より、

$$d = \left[\frac{0.208 LD^2}{\sqrt{g(L+l)}} \right]^{1/4}$$

なる値が得られる。例えば前記の数値例をとれば、

$$d = \left[\frac{0.208 \times 100 \times 10^2}{\sqrt{9800 \times 1100}} \right]^{1/4} = [0.79]^{1/4} = 0.94 \text{ (mm)}$$

第2図 ビト管水頭及びマノメーター水柱の時間的变化

となる。即ち $D=10 \text{ mm}$, $d=1 \text{ mm}$ 位が最も工合がよいことになる。

以上の計算は第2図(a)に示すごとく $t=0$ の瞬間から突然に一定水頭がビト管に加わつて来る場合に相当するものである。水槽試験のような場合には加速走行 (Acceleration Run) の段階があるから第2図(b)のごとき場合となるであろう。故にこの場合についても調べなければならないのであるが、実用上は上の値により大体の判定ができるであろう。

第3図 実験装置

3. マノメーター水柱の上昇時間に関する実験

上記の問題に関連して簡単な実験を行つた。その装置は第3図に示すごとくであつて水槽からゴム管(内径10mm)によつて導びき、之に供試模型とマノメーターとを取付けた。供試模型は2種類あつて(第4図)

(A) ビト管全圧孔に相当し、内径 $d=0.7 \text{ mm}$, 1.2 mm , 2.5 mm の3種類とし真正面に孔があいている。

(B) ビト管静圧孔に相当するものであつて、孔の径が $d=0.5 \text{ mm}$, 1 mm , 1.5 mm , 2.0 mm の4種類に変えてある。図のごとくこの孔が4個管の側壁にあけてある。大部分の実験はその内の1個の孔だけを明け、他を閉じて行つた。

実験を行うには、先ずマノメーター水柱を基準水面下 $H \text{ mm}$ まで下降せしめて、管路中に設けたコックを閉めておき、急にこのコックを開いてマノメーター水柱が基準水面に達する迄の時間を秒時計で計測した。この実験は極めて粗雑であるが、実用上の資料を得る目的をも

第4図 模型の寸法図

つて行つた。

実験結果（抄録）を第1表及び第2表に示す。実験結果を総合すると、 D/d が3又はそれ以下のときには水柱が昇り切つたところで振動し、大体において前記の計算によつて予想された結果を示した。水柱の運動状況はほぼ

第5図 水柱の動き方

3種類に分けることができる。（第5図） D/d が3又はそれ以下なときは水柱が（実用的意味において）振動することは上述の通りであるが、特に上昇時間の短縮を望むときは $D/d=3$ 位いまでとつても大きな不都合は無いようである。前節の理論計算で上昇時間に最も重大な影響を及ぼすものは係数 b であり、 b は D/d によつて支配されるものである。公式

$$b = \frac{1}{2} \left[0.05 \frac{L}{D} + \left(1 + 0.05 \frac{l}{d} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^4 \right]$$

において、例えば $l/d=50, 100, 200$ の場合を考えれば $1+0.05$

l/d の値はそれぞれ $1+2.5=3.5, 1+5=6.0, 1+10=11.0$ となるから、動エネルギー損失の項1にくらべて細管路抵抗損失の項 $0.05(l/d)$ の方が大であり、上昇時間は細管路の長さ如何によつてもいくらかの差を生ずる。又模型（B）（第4図）の場合においては、

$$b = \frac{1}{2} \left[0.05 \frac{L}{D} + 0.05 \frac{l_1}{d_1} \left(\frac{D}{d_1} \right)^4 + 1 \times \left(\frac{D}{d} \right)^4 \right]$$

ととるべきである。但し d は圧力取出孔（穿孔）の直径、 d_1, l_1 は細管部の直径及び長さである。この式において第1項は多くの場合に殆んど影響がない。 d_1 が d の数倍の大いさであれば第3項が一番影響をもつけれ共、 d_1 と d とが同程度の大きさであれば第2項の方が影響が多い。

なお模型（B）に対し孔が1個のみの場合をのべたが、同じ孔が n 個ある場合にはそのエネルギー損失は $(V^2/2g) \times n$ に比例する。そして流量は、

$$Q = n \left(\frac{\pi}{4} d^2 V \right)$$

となる。但しここで V は孔を通る平均流速とする。之が直径 d' なる孔1個に相当するものとし、 Q が同一である状態を考えると、

$$Q = \frac{\pi}{4} (d')^2 V'$$

従つて

$$V' = \left(\frac{d}{d'} \right)^2 n V$$

とならなくてはならない。直径 d' なる孔の損失は、

$$\frac{V'}{2g} = \left(\frac{d}{d'} \right)^4 n^2 \frac{V^2}{2g}$$

之により同一のエネルギー損失を与えるためには $d' = \sqrt{n} d$ でなくてはならない。故に直径 d なる孔が n 個ある場合は $\sqrt{n} d$ なる一個の孔がある場合と同等の作用をなすものと考えられる。

第1表 実験結果（模型Aの場合）

d =細管の内径、 l =細管部の長さ、 D =マノメーター管の内径、 H =初期の水頭、 t =マノメーター水柱が最終値に達するに要する時間

d	l	D	H	t	d	l	D	H	t
0.7 mm	50 mm	4.5 mm	200 mm	50 s	1.2 mm	50 mm	4.5 mm	250	10 s
"	"	"	380	56	"	"	"	450	11
"	"	"	580	59	"	"	"	570	11
"	"	"	700	62	"	"	"	940	12
"	"	"	1000	71	"	"	"	1150	13
"	"	"	1200	75					.

2.5 mm	50 mm	4.5 mm	250	1(振動)	1.2 mm	100 mm	11 mm	280	67
"	"	"	420	2(")	"	"	"	590	83
"	"	"	1150	3(")	"	"	"	930	94
1.2 mm	100 mm	4.5 mm	380	10 s	1.2 mm	50 mm	11 mm	260	41
"	"	"	530	11	"	"	"	550	50
"	"	"	930	12	"	"	"	935	65
"	"	"	1190	13	2.5 mm	50 mm	11 mm	270	10
1.2 mm	200 mm	4.5 mm	350	16 s	"	"	"	530	13
"	"	"	610	20	"	"	"	930	16
"	"	"	1190	22					
1.2 mm	200 mm	11 mm	200	90 s					
"	"	"	550	105					
"	"	"	930	110					

第2表 実験結果(模型Bの場合)

D =マノメーター管の内径, d =ピトー管孔径, H =初期の水頭,

T =マノメーター水柱が最終値に達するに要する時間

D	d	H	T	D/d	D	d	H	T	D/d
4.5	0.5	150	11.6	9	4.5	1.5	150	2.8	3
"	"	300	14.3	"	"	"	300	4.0	" (微小振動)
"	"	500	17.6	"	"	"	500	4.8	"
"	"	700	20.5	"	"	"	700	5.2	"
"	"	1000	23.8	"	"	"	1000	5.4	"
11	0.5	150	68.5	22	11	1.5	150	15	7
"	"	300	90	"	"	"	300	20	"
"	"	500	110	"	"	"	500	26	"
"	"	700	136	"	"	"	700	29	"
"	"	1000	156	"	"	"	1000	35	"
4.5	1.0	150	4.6	4.5	4.5	2.0	150	4	*2.2 (振動)
"	"	300	6.2	"	"	"	300	4.5	* " (振動)
"	"	500	7.2	"	"	"	500	5.3	* " (振動)
"	"	700	8.5	"	"	"	700	5.8	* " (振動)
"	"	1000	8.5	"	"	"	1000	6.0	* " (振動)
11	1.0	150	26	11	11	2.0	150	8.8	5.5 (微小振動)
"	"	300	35	"	"	"	300	11.0	"
"	"	500	46	"	"	"	500	13.2	"
"	"	700	53	"	"	"	700	16.5	"
"	"	1000	64	"	"	"	1000	20.0	" **

* 振幅約 5 mm, $T_1 = T - (1 \sim 2 \text{ s})$ (第5図(c)参照)

** 小振動