(昭和 27 年 5 月造船協会春季講演会に於て講演)

滑走艇の流体力学的研究 (第 1 報)

正員 工学士 丸 尾 孟*

Hydrodynamic Researches of the Hydroplane (I)

By Hajime Maruo, *Kogakushi, Member*

Abstract

In order to know the pressure distribution on the bottom of the hydroplane, it is necessary to solve an integral equation of two independent variables x and y . However it is almost impossible to solve this equation for the three dimensional motion, the author has found rigorous solutions for the two dimensional case, and, using these solutions with a consideration which resembles to that of Prandtl's lifting line theory, he has reduced the general equation to an integral equation of only one variable y . This simplified equation seems to be soluble by a comparatively simple manner.

緒 論

高速艇等の所謂水面滑走の問題に関しては従来極めて粗雑な仮定の下に近似理論が試みられていたに過ぎなかつたのであるが、著者はさきに水面に於ける圧力条件を厳密に考慮した上でその基礎理論を樹立し、特に滑走体の受ける抵抗に関して詳細な検討を加えた。[1], [2] この理論に於いては、滑走面上に働く圧力分布が与えられた時流体の運動をあらわす速度ポテンシャルが決定され、これによつて滑走面の形状が求められる。しかしながら実用上の見地からすればあらかじめ圧力分布を仮定した上で問題を論ずることはあまり意味がなく、反対に滑走面の形状が前以つて与えられている時この上加わる圧力分布を求める事が重要なのである。以下このような逆問題を処理する方法について考えてゆく。

§ 1 二次元基礎方程式

深さ無限大の水面上を一定の傾きをなした幅の無限に広い板が一様な速度 U にて滑走する場合の二次元運動を考える。板の浸水長を l とし、この上加わる水圧分布を $p_s(x)$ と書けば、この際生ずる流体運動は、静水面上進行方向に向つて x 軸、鉛直上方に z 軸をとり、板と共に移動する座標系を考えれば次のような速度ポテンシャルであらわされる。

$$\phi = \lim_{\mu \rightarrow 0} R_e \frac{i}{\pi \rho U} \int_{-l/2}^{l/2} p_s(\xi) d\xi \int_0^\infty e^{i\alpha(z+i\alpha(x-\xi))} \frac{d\alpha}{\alpha - \kappa + i\mu} \quad (1.1)$$

但し $\kappa = g/U^2$ である。板の浸水面即ち滑走面の形状が

$$z = \zeta(x) \quad (1.2)$$

で与えられるものとすれば、滑走面の傾斜は次式の如くなる。

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta}{dx} = w(x) = R_e \frac{i}{\pi \rho U^2} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} p_s(\xi) d\xi \int_0^\infty e^{i\alpha(x-\xi)} d\alpha \right. \\ \left. + \lim_{\mu \rightarrow 0} \kappa \int_{-l/2}^{l/2} p_s(\xi) d\xi \int_0^\infty e^{i\alpha(x-\xi)} \frac{d\alpha}{\alpha - \kappa + i\mu} \right\} \end{aligned} \quad (1.3)$$

滑走面の形があらかじめ与えられれば w は x の既知函数となるから 上式は滑走面上の圧力分布 $p_s(x)$ を決定する積分方程式となる。この方程式は幸に解析的解法が見出されており次のような形の解が得られる。[3] 即ち

$$x = -(l/2) \cos \theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (1.4)$$

と置けば、圧力分布は θ の函数として

* 横浜国立大学助教授

$$\frac{p_s(\vartheta)}{\rho U^2} = a_0 \frac{1 - \cos \vartheta}{\sin \vartheta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\sin n \vartheta}{n} \quad (1.5)$$

Fig. 1 values of $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ for $w=1$

で与えられる。ここに $a_0, a_1, \dots, a_n$ は w の形によって決定される Froude 数の複雑な函数で、附録 1 に示す如く一種の漸化式によって定義されている。

§ 2 滑走平板の圧力分布

板が水平面に対して β なる迎角を持つ平板ならば

$$w = \beta = \text{const.} \quad (2.1)$$

となる。このような場合に (1.5) の係数を a_5 迄求め $\kappa_0 = (l/2)\kappa$ を横軸にとつて曲線に示したものが Fig. 1 である。この図は $w=1$ として計算したものであるが、板の迎角が β なる時は各値に β を乗じればよい。これらを用いて (1.5) 式より滑走面上の圧力分布を計算すると前端に於いて圧力が無限大になることがわかる。ところが実際に於いて圧力は岐点圧以上には上昇することはないから、ここに得られた結果は実際と矛盾するようであるが、之は (1.5) 式が実は岐点附近の圧力を厳密に与えるものでないことによるのである。

流速の水平成分を u 、鉛直成分を v とすれば滑走面上の圧力は

$$p_s/\rho = Uu - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) - g\zeta \quad (2.2)$$

であらわされるのであるが、此所に用いた理論は所謂線型理論であつて流速の 2 乗は極めて微小であると考えて之を省略しているのであるから、(2.2) 式の第 2 項が無視されている。板の迎角が小さければ岐点附近の狭い部分を除いては流速が U に比して小さいので (2.2) の第 2 項は省略して差支えないのであるが、岐点附近では u が U と同程度の大きさになり、 u^2 を無視することが出来なくなる。従つて岐点附近の圧力を求めるには u^2 を考慮して (1.5) より得られた値に修正を施す必要があるが、滑走の Froude 数がかかなり大きければこの部分で $g\zeta$ が u^2 に比して極めて小さくなり、重力の影響は殆んど無いものと見て差支えない。即ち岐点附近の値は重力を無視して求めたものを用いても差支えないわけである。重力を無視した値は不連続流の解法[4]によつて厳密に求められるので、之を用いて修正を施すことが出来る。このような修正により迎角 5° の場合の圧力分布を求めたものが Fig. 2 に示してある。Fig. 3 には東大に於いて行われた著者の考案した装置による滑走平板の圧力測定実験[5]の結果を 2, 3 の例に就き理論値と比較してあるがかなりよい一致が見られる。

Fig. 2 pressure distributions of a flat plate with 5° angle of attack

Fig. 3 experimental results

§ 3 揚力及び抵抗

板に働く揚力は単位幅について

$$L = \int_{-l/2}^{l/2} p_s(x) dx = -\frac{1}{2} \pi \rho U^2 l \left(a_0 + \frac{1}{2} a_1 \right) \quad (3.2)$$

即ち係数のうち a_0 と a_1 のみが関係していることがわかる。揚力係数は

$$C_L = L / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) = \pi \left(a_0 + \frac{1}{2} a_1 \right) \quad (3.2)$$

平板に於いては揚力係数が迎角 β に比例するから C_L/β の値を κ_0 に対して曲線に示したものが Fig. 4 であ

る。横軸には Froude 数 $U/\sqrt{lg} = (2\kappa_0)^{-1/2}$ の目盛りも入れてある。 κ_0 が小さい時、即ち Froude 数が大きければ、平板の揚力係数は近似的に

$$C_L = \beta (\pi^{-1} + 1.477 \kappa_0)^{-1} \quad (3.3)$$

であらわすことが出来る。この近似式を用いて計算した結果は Fig. 4 に点線で記入してあるが、Froude 数が 1.5 以上では厳密の値と極めて良く一致している。

文献[1]によれば、板の受ける圧力抵抗は二つの部分より成っており、その一つは飛沫の発生に基づくもので他は造波抵抗である。飛沫による部分、即ち飛沫抵抗は (1.5) 式の級数第 1 項のみが関係しており、その単位幅当りの大きさは次式で与えられる。

$$R_s = \frac{1}{2} \pi \rho U^2 l a_0^2 \quad (3.4)$$

従つて飛沫抵抗係数は

$$C_s = R_s / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) = \pi a_0^2 \quad (3.5)$$

となる。一方造波抵抗は J_n を第 1 種 Bessel 函数として

$$R_w = \frac{1}{2} \pi^2 \rho U^2 l \kappa_0 \left[\left\{ a_0 J_0(\kappa_0) + \kappa_0^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_{2n+1} J_{2n+1}(\kappa_0) \right\}^2 + \left\{ a_0 J_1(\kappa_0) - \kappa_0^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_{2n} J_{2n}(\kappa_0) \right\}^2 \right] \quad (3.6)$$

で与えられるから、造波抵抗係数は

$$C_w = R_w / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) = \pi^2 \kappa_0 \left[\left\{ a_0 J_0(\kappa_0) + \kappa_0^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_{2n+1} J_{2n+1}(\kappa_0) \right\}^2 + \left\{ a_0 J_1(\kappa_0) - \kappa_0^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_{2n} J_{2n}(\kappa_0) \right\}^2 \right] \quad (3.7)$$

となる。平板に於いては

$$R = \beta L \quad (3.8)$$

であるが、(3.1)、(3.4) 及び (3.6) より $R = \beta L$ を計算し κ_0 に対して曲線にすれば Fig. 5 に示す如く大体 1 に一致する。 κ_0 の大きい所でやや増加するのは計算の精度が低下した事によるものと考えられる。この図はまた抵抗の組成をも示している。 κ_0 の小さな値、即ち Froude 数の大きい場合に (3.3) に対応して次のような近似式が得られる。

$$C_s = C_L^2 (\pi^{-1} + 0.477 \kappa_0) \quad (3.9)$$

$$C_w = C_L^2 \kappa_0 \quad (3.10)$$

§ 4 彎曲を持つ滑走面

板が前後方向に彎曲を持つ場合も w が θ の函数で与えられれば全く同様の方法で圧力分布等を計算することが出来る。例えば

$$w = \cos \theta = -2x/l \quad (4.1)$$

であらわされるような抛物線型彎曲を有する場合には (1.5) 式の各

Fig. 4 lift coefficient of a flat plate

Fig. 5 composition of pressure resistance

Fig. 6 values of $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ for $w = \cos \theta$

Fig. 7 minimum angle of cord and lift coefficient

係数が Fig. 6 に曲線で示すような値となる。この形状では矢高比が $1/4$ であるから、任意の矢高比 f に対しては Fig. 6 の値に $4f$ を乗じてやる必要がある。図に見られるように a_0 の値は負であるから圧力が前縁で負となるが、実際にはこのようなことは起り得ない。即ちこのような形状の板は迎角零では滑走出来ない訳である。板が迎角を持つ場合は § 2 で求めた平板に対する値を加えてやればよい。此所に扱っている形状が滑走し得る最小の迎角は平板に対する値を加えて $a_0=0$ となるようにすれば求められ、Fig. 7 にこの値を曲線で示してある。Froude 数の大きい時は最小の迎角が近似的に

$$\beta_m = \kappa_0 C_L \quad (4.2)$$

で与えられる。最小迎角に於ける滑走面上の圧力分布は Fig. 8 に示してあり、また揚力係数は C_L/f の形で Fig. 7 に示してある。Froude 数の大きい時に対する近似式として

$$C_L/f = (\pi/2)(1 - 0.440\kappa_0)(1 + 0.494\kappa_0)^{-1} \quad (4.3)$$

が得られる。最小迎角に於いては $a_0=0$ であるから飛沫は発生せず、従つて抵抗は総て造波抵抗である。Froude 数の大きい時は造波抵抗が近似的に

$$C_w = C_L^2 \kappa_0 = C_L \beta_m \quad (4.4)$$

であらわされる。

次に

$$w = -\cos 2\theta = 1 - 8(x/l)^2 \quad (4.5)$$

Fig. 8 pressure distributions of a cambered surface with minimum angle of cord

Fig. 9 values of $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ for $w = -\cos 2\theta$

Fig. 10 minimum angle of cord and lift coefficient

Fig. 11 pressure distributions of S-shaped surface with minimum angle of cord

で与えられるような S 字型彎曲面に対して計算すれば圧力分布を与える各係数が Fig. 9 に示す如くなる。この場合には弦の迎角が $1/3$ であるが、 a_0 がやはり負になるのでこのままの状態は存在し得ない。実際に存在し得る弦の最小迎角は Fig. 10 に示す如くなり、その際の圧力分布は Fig. 11 の如くなるが、Fig. 10 に示す如く κ_0 の小さい時揚力は極めて小さい。

以上では滑走面の形状が極めて簡単な方式であらわし得る場合を取扱つたのであるが、如何に複雑な形状であつても、 w が数式で表示出来る場合は言う迄もないが、数式で表示出来ない場合にも図式積分等により (1.5) 式の各係数を求める事が出来る。

なお滑走面の飛沫抵抗は a_0 のみに関係しているの、滑走面に適当な彎曲を付けることによつて之を零とすることが出来るが、造波抵抗は一般に (3.10) 或いは (4.4) 式で示される如く

滑走面の形状には無関係に揚力係数によつて決定される。

§ 5 三次元基礎方程式

滑走面の幅が有限であれば流体の運動は当然三次元的となる。この際滑走面の傾斜を与える式は

$$w(x, y) = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{i}{4\pi^2 \rho U^2} \iint_S p_s(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi}^{\pi} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp[k(z+i\tilde{w})]}{k - \kappa \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} k^2 dk \quad (5.1)$$

となる。但し $\tilde{w} = (x-\xi)\cos\theta + (y-\eta)\sin\theta$

であり、 ξ, η に関する積分は圧力面 S の上で行う。 w が x, y の函数として与えられれば、上式が滑走面上の圧力分布を決定する積分方程式となるが、之を厳密に解くことは二次元運動と異り極めて困難である。そこでこの方程式を簡易化して近似的に処理する方法を考える。

k に関する積分を適当に変形して (5.1) の右辺を 2 つの部分に分ける。即ち

$$w = w_1 + w_2 \quad (5.2)$$

ここで w_1 は滑走面によつて起された局部的攪乱運動によるものであり、一方 w_2 は重力の作用によつて滑走面の後方に生ずる波動に基づく項である。文献[6]に於いて著者は更に滑走面の幅がその長さに比べてかなり大きいような場合には、滑走面の前後方向の断面上に於ける局部的攪乱 w_1 はその断面上の圧力分布が横方向に変化せず無限遠迄伸びているような二次元運動に於ける値に極めて近く、一方波動に基づく w_2 の方は x 軸方向にはあまり変化せず近似的に次式で与えられる事を示した。

$$w_2 = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\kappa^2}{16\pi\rho U^2} \int_{-b/2}^{b/2} \bar{P}(\eta) \left[3K_0 \left\{ \frac{1}{2} \kappa_1 \sqrt{(y-\eta)^2 + z^2} \right\} - K_2 \left\{ \frac{1}{2} \kappa_1 \sqrt{(y-\eta)^2 + z^2} \right\} \right] d\eta \quad (5.3)$$

但し

$$\bar{P}(\eta) = \int p_s(x, y) dx \quad (5.4)$$

即ち $\bar{P}$ は横方向の揚力分布を示し、 b は滑走面の幅である。

さて滑走面の進行方向に直角な断面について考えると、 w はこの断面上の各点に於ける傾斜を与えるが、前述の如く之は局部的攪乱に基づく部分と波動に基づく部分との二つに分けられる。このうち前者即ち w_1 はこの断面上に於ける圧力の x 方向の分布に等しい圧力分布を持つような二次元運動の値に等しくなる。即ち w_1 はこの断面に於ける x 方向の圧力分布によつて決定され、この断面以外に於ける条件には無関係となるから、 w_1 と断面上 x 方向の圧力分布との関係はいわば滑走面の一つの断面に特有な性質と見做すことが出来る。そこでこの関係を断面の性能と呼ぶことにしよう。これは丁度翼理論に於ける翼型の性能と同様の意味を持つものである。次に w_2 を考えると (2.3) よりわかる通り之は $\bar{P}$ の形即ち揚力の y 方向の分布によつて定まり x 方向には変化しない。即ち断面に一樣な傾きを与えるものであつても Prandtl の揚力線理論に於ける誘導迎角の如き性質を持つものである。そこでを翼理論に於けると同様誘導迎角と呼ぶことにしよう。翼にあつては誘導迎角は

後流渦によつて起されるものであり、二次元運動では零となるが、滑走体にあつては之が波動によつて生ずるものであるから、二次元運動に於いても存在する。二次元運動に於ける誘導迎角は (2.3) 式で η に関する積分を $\bar{P}$ を一定として $-\infty$ から ∞ 迄行うことによつて次のように得られる。

$$w_2 = \kappa_0 \bar{P} / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) = \kappa_0 C_L \quad (5.5)$$

§ 6 近似積分方程式

さて § 2 に於いて取扱つた平板の場合を考えてみよう。Froude 数が大きければ (3.3) 式によつて迎角と揚力との関係が

$$\beta = (\pi^{-1} + 1.477 \kappa_0) C_L \quad (6.1)$$

で与えられる。この式で与えられる迎角は前節によつて誘導迎角 $\beta_i = w_2$ とその他の部分 β_0 とに分けることが出来る。即ち (5.5) を用いて

$$\beta_i = \kappa_0 C_L \quad (6.2)$$

$$\beta_0 = (\pi^{-1} + 0.477 \kappa_0) C_L \quad (6.3)$$

従つて平板に於ける断面の性能は (6.3) で与えられることを知る。今幅の有限な滑走面の x 軸に平行な断面が直線状をなす場合を考えるとその断面の性能は (6.3) で与えられ、一方誘導迎角は (5.3) 式で与えられている。断面の迎角は之等二つの和となるから

$$\beta = w_1 + w_2 = \beta_0 + w_2$$

即ち

$$\beta = 2 \left(\frac{1}{\pi} + 0.477 \kappa_0 \right) \frac{\bar{P}(y)}{\rho U^2 l} + \frac{\kappa_0^2}{4\pi\rho U^2 l^2} \int_{-b/2}^{b/2} \bar{P}(\eta) K(y-\eta) d\eta \quad (6.4)$$

と書き得る。但し

$$K(y) = \lim_{z \rightarrow 0} \left\{ 3 K_0(\kappa_0 \sqrt{y^2 + z^2} / l) - K_2(\kappa_0 \sqrt{y^2 + z^2} / l) \right\} \quad (6.5)$$

である。 β 及び l が y の函数として与えられれば (6.4) を $\bar{P}$ に関して解いて揚力の幅方向の分布を求めることが出来るから、之が直線断面を有する滑走面に対し積分方程式 (5.1) を簡単化したものに他ならない。なお κ_0 も亦 y の函数になる事を注意すべきである。

断面が直線でなく任意の形状を有する場合にも以上と全く同様の方法で幅方向の揚力分布を決定する積分方程式を導く事が出来る。今一つの断面の形状に就いて § 1 に述べた方法によつて二次元的計算を行い揚力係数を求めた結果を次の如く書く。

$$C_L = A \quad (6.6)$$

A はいう迄もなく各断面毎に異なるから y の函数である。ここに得られた揚力係数は誘導迎角が (5.5) で与えられる二次元値、即ち $\kappa_0 C_L$ なる場合のものであるから、若しこの断面の迎角が β であるとすれば (6.6) の関係は迎角が

$$\beta_0 = \beta - \kappa_0 A \quad (6.7)$$

に於ける断面の性能をあらわすものと考えることが出来る。さて前記 (6.3) 式は断面が β_0 なる迎角を有する為に出て来た影響を見ることが出来るから、一般に断面の迎角が β_1 なる時は (6.7) の場合に比して $\beta_1 - \beta_0$ だけ迎角が増加したものと考へて断面の性能は

$$C_L = A + (\beta_1 - \beta_0)(\pi^{-1} + 0.477 \kappa_0)^{-1} \quad (6.8)$$

とすることが出来る。実際の迎角 β は β_1 に誘導迎角 w_2 を加えたものであるから (5.3) の w_2 及び (6.7) の関係を用いて次式が得られる。(附録 2)

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\pi} + 1.477 \kappa_0 \right) A(y) = 2 \left(\frac{1}{\pi} + 0.477 \kappa_0 \right) \frac{\bar{P}(y)}{\rho U^2 l} \\ + \frac{\kappa_0^2}{4\pi\rho U^2 l^2} \int_{-b/2}^{b/2} \bar{P}(\eta) K(y-\eta) d\eta \end{aligned} \quad (6.9)$$

$A(y)$ は各断面に関して二次元計算より求められるから、(6.9) 式は任意の形状に関して幅方向の揚力分布 $\bar{P}(y)$ を決定する積分方程式である。この方程式を数値的に解く方法は翼理論に於けるのと大差なく比較的容易である

が、具体的数値例は第 2 報に譲ることとする。

参 考 文 献

- [1] 著者 水面滑走板の圧力抵抗に関する一考察。造船協会々報 第 78 号 昭和 22 年 10 月
 [2] 著者 水面滑走体の造波抵抗理論。造船協会々報。第 81 号 昭和 24 年 7 月
 [3] 著者 水面滑走の二次元理論に於ける積分方程式の解法に就て。横浜国立大学工学部紀要 第 1 巻 昭和 26 年
 [4] A.E. Green, Note on the gliding of a plate on the surface of a stream. Proc. Camb. Phil. Soc. vol. 32, 1936
 [5] 川島好一, 坪倉 登, 東京大学工学部船舶工学科卒業論文 (昭和 25 年)
 [6] 著者 Theory of the hydroplane with broad and short planing surface. 横浜国立大学工学部紀要 第 2 巻 昭和 28 年

附 録 1.

$$a_0 = b_0, \quad a_1 = \left(1 - \frac{1}{8}\kappa_0^2\right)b_1 + \frac{1}{2}\kappa_0^2 b_3,$$

$$a_2 = \frac{1}{2}\kappa_0^2 b_0 + \left(2 - \frac{1}{4}\kappa_0^2\right)b_2 + \frac{1}{12}\kappa_0^2 b_4$$

$$a_n = \frac{1}{4(n-1)}\kappa_0^2 b_{n-2} + \left\{n - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n-1}\right)\kappa_0^2\right\}b_n + \frac{1}{4(n+1)}\kappa_0^2 b_{n+2}$$

と置けば $b_0, b_1, \dots, b_n$ は次のように与えられる。

$$b_0 = D_1/D, \quad b_1 = D_2/D, \quad b_2 = D_3/D,$$

$$b_n = h_n + \kappa_0 \left(b_0 + \frac{1}{2}b_1\right)f_n + \frac{1}{2}\kappa_0^2 \left(b_0 - \frac{1}{2}b_2\right)g_n,$$

但し

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_0 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_0 \\ -2 & 1 - \frac{1}{2}\kappa_0 f_1 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_1 \\ 2 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_2 & 1 + \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_2 \end{vmatrix} \quad D_1 = \begin{vmatrix} h_0 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_0 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_0 \\ h_1 & 1 - \frac{1}{2}\kappa_0 f_1 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_1 \\ h_2 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_2 & 1 + \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_2 \end{vmatrix}$$

κ_0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
f_0	-2.942	-2.741	-2.538	-2.332	-2.125
f_1	-1.473	-1.505	-1.461	-1.361	-1.221
f_2	-1.135	-1.189	-1.233	-1.268	-1.254
f_3	-1.467	-1.513	-1.544	-1.553	-1.541
f_4	-0.252	-0.471	-0.655	-0.800	-0.907
f_5	-0.542	-0.597	-0.632	-0.656	-0.666
f_6	-0.108	-0.202	-0.280	-0.344	-0.392
f_7	-0.278	-0.304	-0.322	-0.336	-0.345

κ_0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
g_0	-2.142	-1.275	-1.279	-1.3357	-0.375
g_1	3.065	5.937	8.564	1.090	1.291
g_2	-0.552	-0.337	0.116	0.667	1.123
g_3	0.016	0.058	0.116	0.176	0.237
g_4	0.0171	0.200	0.146	-0.054	0.017
g_5	0.009	0.033	0.074	0.123	0.179
g_6	-0.076	-0.094	-0.063	-0.039	0.005
g_7	0.004	0.017	0.036	0.060	0.089

Table 1 values of f_n and g_n

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 - \kappa_0 f_0 & h_0 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_0 \\ -\kappa_0 f_1 & h_1 & \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_1 \\ 2 - \kappa_0 f_2 & h_2 & 1 + \frac{1}{4}\kappa_0^2 g_2 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 - \frac{1}{2}\kappa_0^2 g_0 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_0 & h_0 \\ -2 - \frac{1}{2}\kappa_0^2 g_1 & 1 - \frac{1}{2}\kappa_0 f_1 & h_1 \\ -\frac{1}{2}\kappa_0^2 g_2 & -\frac{1}{2}\kappa_0 f_2 & h_2 \end{vmatrix}$$

	0	2	4	6	8	10
0	.2824					
2	.0275	.5974				
4	.0040	.0089	.6167			
6	.0014	.0015	.0033	.6233		
8	.0007	.0005	.0009	.0038	.6266	
10	.0004	.0003	.0007	.0030	.6286	

	1	3	5	7	9	11
1	.6107					
3	.0136	.6099				
5	.0034	.0066	.6206			
7	.0014	.0011	.0044	.6252		
9	.0007	.0004	.0008	.0033	.6277	
11	.0005	.0002	.0003	.0006	.0027	.6293

Table 2 values of γ_{nk} ($\nu_0 = 0.1$)

f_n 及び g_n の値は Table 1. に与えられており、一方 h_n は w によつて定まる κ_0 の函数で次のようにして決定される。

$$v_0 = 1 + \kappa_0 \sin \vartheta,$$

$$v_1 = \cos \vartheta + \frac{1}{4}\kappa_0 \sin 2\vartheta, \dots$$

	0	2	4	6	8	10		1	3	5	7	9	11
0	.2540						1	.5867					
2	.0485	.5648					3	.0259	.5852				
4	.0076	.0172	.5979				5	.0067	.0126	.6054			
6	.0027	.0031	.0102	.6105			7	.0027	.0022	.0086	.6141		
8	.0014	.0011	.0018	.0074	.6169		9	.0014	.0008	.0016	.0065	.6190	
10	.0008	.0006	.0007	.0014	.0058	.6208	11	.0009	.0004	.0006	.0012	.0052	.6222

Table 3 values of γ_{nk} ($\kappa_0 = 0.2$)

	0	2	4	6	8	10		1	3	5	7	9	11
0	.230						1	.5645					
2	.0645	.5371					3	.0368	.5624				
4	.0110	.0250	.5804				5	.0098	.0182	.5909			
6	.0035	.0048	.0149	.5982			7	.0040	.0034	.0125	.6034		
8	.0019	.0018	.0028	.0108	.6074		9	.0021	.0012	.0023	.0095	.6105	
10	.0012	.0009	.0010	.0020	.0085	.6131	11	.0013	.0006	.0009	.0018	.0077	.6152

Table 4 values of γ_{nk} ($\kappa_0 = 0.3$)

	0	2	4	6	8	10		1	3	5	7	9	11
0	.2122						1	.5439					
2	.0775	.5133					3	.0466	.5412				
4	.0142	.0321	.5638				5	.0128	.0234	.5770			
6	.0050	.0066	.0192	.5863			7	.0052	.0045	.0159	.5930		
8	.0024	.0024	.0037	.0141	.5582		9	.0028	.0017	.0031	.0124	.6023	
10	.0015	.0013	.0014	.0027	.0112	.6056	11	.0017	.0008	.0012	.0024	.0101	.6083

Table 5 values of γ_{nk} ($\kappa_0 = 0.4$)

	0	2	4	6	8	10		1	3	5	7	9	11
0	.1965						1	.5247					
2	.0875	.4926					3	.0554	.5214				
4	.0171	.0387	.5481				5	.0157	.0281	.5638			
6	.0060	.0084	.0233	.5749			7	.0064	.0057	.0197	.5830		
8	.0029	.0032	.0047	.0172	.5893		9	.0034	.0021	.0039	.0152	.5942	
10	.0017	.0017	.0018	.0034	.0137	.5983	11	.0021	.0011	.0015	.0030	.0124	.6016

Table 6 values of γ_{nk} ($\kappa_0 = 0.5$)

$$v_n = \cos n\vartheta - \frac{1}{2(n-1)} \kappa_0 \sin(n-1)\vartheta$$

$$+ \frac{1}{2(n+1)} \kappa_0 \sin(n+1)\vartheta,$$

と置き

$$hn'' = \int_0^\pi w(\vartheta) v_n d\vartheta$$

を定義すれば

$$h_n'' = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{nk} h_k''$$

γ_{nk} の値は Table 2~6 に与えられている。

附 録 2.

$$\beta_1 = \beta_0 + (\pi^{-1} + 0.477 \kappa_0)(C_L - A)$$

$$= \beta - \kappa_0 A + (\pi^{-1}$$

$$+ 0.477 \kappa_0)(C_L - A)$$

$$\beta = \beta_1 + w_2$$

$$= \beta - \kappa_0 A + (\pi^{-1}$$

$$+ 0.477 \kappa_0)(C_L - A)$$

$$+ \kappa_0^2 / (4\pi\rho U^2 l^2)$$

$$\int_{-b/2}^{b/2} \bar{P}(\eta) K(y-\eta) d\eta$$

$$\therefore (\pi^{-1} + 1.477 \kappa_0) A = (\pi^{-1}$$

$$+ 0.477 \kappa_0) \bar{P} / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right)$$

$$+ \kappa_0^2 / (4\pi\rho U^2 l^2) \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \bar{P}(\eta)$$

$$K(y-\eta) d\eta$$

著者後記 本論文は昭和 27 年 5 月の造船協会講演会に於いて発表された。

ものであるが、原論文がやや長過ぎた為に昭和 31 年 3 月之を整理短縮して書き更めた。なお Fig.3 は原論文では第 2 報に掲載されてあつたものであるが、第 1 報に入れるのが順序からいつて適當であると考えたので今回はここに掲載した。読者の御了承を請う。