大型油槽船の起振力と振動加速度に就いて

正員 熊 井 豊 二*

Response of the Higher Modes of the Hull Vibration of a Large Tanker

By Toyoji Kumai, *Member*

Abstract

The present paper deals with some computations on the higher natural modes and the response of the hull vibration of a large tanker excited by propeller blade exciting force. The calculations are carried out under the assumption of the shearing vibration of the beam of variable cross section. The results of the response calculations are checked by which obtained from the generator survey on two tankers. The propeller blade exciting forces are estimated from the accelerations measured on several types of the large tankers in aid of the calculation. Also the allowable exciting force to maintain hull vibration within acceptable limit of an acceleration is estimated by the present calculation.

緒 言

船体固有振動の起振力と振動加速度との関係を示す式は J. Lockwood Taylor の論文に出ている¹⁾。又最近には実船における起振機振動実験が行われ起振力が求められている。²⁾³⁾⁴⁾

最近の大型油槽船に於ては propeller blade forec によつて起振される振動が問題になつている。この振動は垂直振動に於て 7 節乃至 9 節の高次振動である。この様な高次の振動における起振力と振動加速度の関係を求めるには従来の算式では説明のつかない点が多い。又大型油槽船に於ける起振機実験に於いては、起振機据付部分の補強を完全にすることが出来ないために局部振動が発生し起振力が船体に充分に伝えない事が予想される故実験だけに頼つて振動応答の算式を求める事は困難と思われる。従つて一応合理的な応答計算式を示しておく事は無駄ではないと考えられる。

本論は、船体振動を剪断振動と仮定して与えられた剛性及び質量の分布に応じて固有振動型を計算し高次振動における減衰率を推定して起振力と振動加速度との関係を明かにした。この計算を大型油槽船の起振機実験結果と比較してその結果を確かめ、数隻の実船における加速度計測結果から propeller blade による起振力を計算式によつて求めた。更に、人体に対する振動感覚限度に対応する起振力限度を推定した。

実船における振動加速度計測の結果によれば大型油槽船の船尾では垂直振動に於て 5 節乃至 6 節以上最高節に至るまで各節の共振点の間に之と同程度の振幅の別の共振が発生する。この共振は船首には現れない。この様な特異な共振の原因については本論では触れない。

1. 固有振動型

船体撓み振動の固有振動数の計算に於ては剛性及び有効質量の長さ方向の分布状態は余り大きな影響を及ぼさない故一様断面梁として取扱つても実測に近い値が得られる。然しこの場合に振動型は必ずしも実船のそれと一致しないのが普通である。起振力と振動応答の関係を求める場合には正確な固有振動型を得る事が必要である。そのためには剛性及び有効質量の分布を出来るだけ実船のそれらに近い様に仮定しなければならない。

本論では高次振動を対象とするために船体振動を剪断振動と考える。剛性及び有効質量分布曲線の数式表示が出来れば船体の剪断振動の固有振動型は、簡単な形で表わす事が出来る。例えば大型油槽船の船尾(首)端を原点として剛性分布及び有効質量分布が長さの h 乗及び k 乗 ($\bar{h}$ 乗及び $\bar{k}$ 乗) に比例して油槽の後(前)端まで増加し、油槽の部分は両者共に一様分布と仮定して剪断振動の正規函数を求めると次式の如くなる。但し油槽

の後(前)端の座標を $\xi_1(\bar{\xi}_1)$ とする。(附録参照)

$$\left. \begin{aligned} \text{船尾部;} \quad \eta &= A_1 \xi^{\mu\nu} J_{-\nu} \left(-\frac{\lambda}{\mu} \xi^{\mu} \right), & 0 \leq \xi \leq \xi_1, \\ \text{油槽部;} \quad \eta &= A_2 \cos \alpha \lambda \xi + B_2 \sin \alpha \lambda \xi, & \xi_1 \leq \xi \leq \xi_3, \\ \text{船首部;} \quad \eta &= A_3 \bar{\xi}^{\mu\nu} J_{-\nu} \left(-\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi}^{\mu} \right), & 0 \leq \bar{\xi} \leq \bar{\xi}_1, \\ & & (\xi_1 = 1 - \xi_3) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) 式において境界条件を与えれば λ 及び積分常数を定める事が出来る。記号其の他は附録に示してある。

(1) 式に示す固有振動型が判れば次に述べる船体の振動応答の計算が出来る。

2. 起振力と振動加速度

船体の強制振動の加速度は一般に次式によつて計算される。

$$a = gF \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\eta_n(u) \cdot \eta_n(v)}{L \int_0^1 w \eta_n^2 d\xi \sqrt{\left(1 - \frac{p_n^2}{\omega^2}\right)^2 + 4 q_n^2 / \omega^2}} \quad (2)$$

茲に、

a ; $\xi=v$ 点における加速度,

F ; $\xi=u$ 点における起振力,

g ; 重力の加速度,

η_n ; n 節正規函数, 但し $\eta_n(0)=1$,

p_n ; n 節固有円振動数,

q_n ; n 節減衰率,

ω ; 強制円振動数,

w ; 単位長さの有効質量 (附加水質量を含む)。

(2) 式の中の p_n 及び q_n は近似的に n と p_2 を用いて現わす事が出来る,⁵⁾⁶⁾ 即ち

$$\left. \begin{aligned} p_n &= p_2(n-1) \\ q_n &= q_2(n-1)^{1+3/4} = \frac{p_2 \delta_2}{2\pi} (n-1)^{1+3/4} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

但し δ_2 ; 2 節振動の対数減衰率

又 $\omega = p_2(m-1+\epsilon)$, $m=1, 2, \dots, \epsilon=0 \sim 1$

これらの値を用いて (2) 式を書き替えると次式が得られる。

$$a = \frac{gF}{\Delta_1} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{L}{\Delta_1 \int_0^1 w \eta_n^2 d\xi} \frac{\eta_n(u) \cdot \eta_n(v)}{\sqrt{\left\{1 - \frac{(n-1)^2}{(m-1+\epsilon)^2}\right\}^2 + \frac{\delta_2^2}{\pi^2} \frac{(n-1)^{2+3/2}}{(m-1+\epsilon)^2}}} \quad (4)$$

茲に、 Δ_1 は有効排水量 (附加水質量を含む)。

(4) 式において共振のときは次の如く簡単になる。

$$a = \frac{g\pi F}{\Delta_1 \delta_2} \phi_n, \quad (5)$$

但し

$$\phi_n = \frac{L}{\Delta_1} \frac{\eta_n(u) \cdot \eta_n(v)}{\int_0^1 w \eta_n^2 d\xi \cdot (n-1)^{3/4}} \quad (6)$$

又は

$$\phi_n = \frac{\Delta_1 \delta_2 a}{g\pi F} \quad (7)$$

固有振動型が判れば (6) 式によつて ϕ_n を求める事が出来る。又起振機実験を行つた場合には a/F が判るから (7) 式から ϕ_n を求める事が出来る。与えられた船種, 載貨状態においては ϕ_n は一定である。従つて同型船の振動計測に於て測定された加速度から, ϕ_n を用いて起振力を推定する事が出来る。

(6) 式の中の $\frac{1}{\Delta_1} \int_0^1 w \eta_n^2 d\xi$ を mode factor と仮称する。この値は応答計算結果に第一に大きな影響

を与えるものであつて振動型 η_n の如何によつて著しく異つた値をとる。最も簡単な例として一様断面梁の剪断振動の正規函数について計算してみる。この場合 η_n は次の如くである、

$$\eta_n = \cos n\pi z; \quad (8)$$

従つて mode factor は

$$1 / \left[\frac{L}{\Delta_1} \int_0^1 w \eta_n^2 dz \right] = 2 \quad (9)$$

となる。上式に示す様に mode factor は n に無関係となる。Taylor の式¹⁾ にはこの factor が用いてある。船体の場合には mode factor は節数 n に関係する事が予想される。

前節の (1) 式から mode factor の分母の計算式を示せば次の如くなる。

$$\begin{aligned} \frac{L}{\Delta_1} \int_0^1 w \eta^2 dz = & \frac{w_2 L}{\Delta_1} \left[A_1^2 \frac{w_1}{w_2} \int_0^{\xi_1} \xi J_{-\nu}^2 \left(-\frac{\lambda}{\mu} \xi \mu \right) d\xi + \int_{\xi_1}^{\xi_3} (A_2 \cos \alpha \lambda \xi + B_2 \sin \alpha \lambda \xi)^2 d\xi \right. \\ & \left. + A_3^2 \frac{w_3}{w_2} \int_0^{\xi_1} \bar{\xi} J_{-\bar{\nu}}^2 \left(-\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi} \bar{\mu} \right) d\bar{\xi} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

この式は容易に計算出来る。従つて各節について mode factor を求むる事が可能である。

次に、応答計算に於て第二に重要な項目は起振点及び計測点の位置である。 ϕ_n の計算にはこれらの位置を指定する事が必要である。そこで本論に於ては仮りに規準点として次の様に定めておく。

起振点； $u=0.05$ ；大型油槽船に於ては大凡 propeller post の位置に相当する、

測定点； $v=0$ ；船尾端。

実船に於て任意の点 u' 、 v' にて夫々起振され測定された場合には既知の正規函数を用いて容易に規準点における加速度に修正する事が出来る。以下すべて数値例では規準点加速度を示す。

3. 数値計算例及び測定結果との比較

本論の計算は 3 万噸型油槽船の軽貨状態における垂直振動について一例を示す。第 1 図の点線は実船の plan

第 1 図 大型油槽船の剛性及び軽貨状態に於ける有効質量の分布

第 2 図 節数と固有値

から計算した結果を示し実線はこれらの分布を数式表示するために近似的に仮定した分布である。附加水質量の分布は Prohaska の模型実験⁷⁾を参照した。図に示す様に分布式的数値は $\xi_1=0.25$, $\xi_2=0.16$, $h=k=\bar{h}=\bar{k}=1$ と仮定した。(附録参照)

第2図は上記の分布に従つて計算した各節の固有値を節数 n に対して示したものである。この図に見る様に剛性及び質量の分布に不連続がある場合においても節数に対する固有値の増加の割合は一定と見なしてよい事が判る。

第3図は4節から9節迄の剪断振動の固有振動型である。図は計算に従つて $\eta_n(0)=1$ になる様に描いてある。一様断面梁と異なる点は船首尾においては中央部よりも振幅が著しく大きくなる事である。

第4図には6節と7節との間の非共振振動型を示す。図に見る様に船尾に於いて強制される場合には船首から新しい節点が生ずる事が判る。又船尾端においては非共振状態においても常に或る振幅を有するので

第3図 固有振動型

第4図 非共振振動型の一例

あるが船首端では振幅が零になる点が必ず存在する事が明瞭に示されている。非共振振動型は図に示す様に船首の方に向つて急激に減衰する型である。又非共振振動の船尾の振幅は節数が高次になるに従つて大きくなる故船体高次振動では非共振振動も問題になる事が判るであろう。

mode factor を節数に対して置点すると第5図に示す様になる。図には Taylor の式に用いられている mode factor も記入してある。図によつて Taylor の factor と本論の計算との相違が明らかに判るであろう。

第6図には ϕ_n の計算値と実船の起振機振動実験に

第5図 Mode Factor

おける測定値とを比較して示してある。振動実験は播磨造船所に於て 32,500 ton 及び 38,000 ton dw. の二隻に就て実施された。その際に加速度計を使用して測定した結果の一部を図に示してある。図に示す様に測定値の半数は大凡計算に近い値を示しているが残りの半数は二隻共に両者の喰い違いが著しい。この相違の原因の一つは起振機据付部の船体構造に対する一時的な補強がこの様な大型船の船体振動を起振させるに或る特定の振動数に対しては充分でなかつたためと思われる。本論ではこの図から推定して計算結果を一応妥当な値と考えて議論を進める。

数隻の大型油槽船の加速度計測の結果から本計算によつて得られた ϕ_n を用いて起振力 F を算定しこれを節数 n に対して置点すれば第7図に示す様になる。図に見る様に7節振動以上になると急に起振力が増加している事が判る。又同型であつても各船によつて起振力は相当に異つた値を示している。この原因の一つは夫々の船体の船尾の船型, screw aperture の大き等の相違によるものと考えられる。

供試船全体について言える事は振動数が高くなる程急激に起振力が増加している事である。一般に F は n^2 に比例するものと仮定されている³⁾ が船によつてはもつと急激に増加する様である。第7図はすべて5翼 propeller の例である。

第6図 ϕ_n の値の計算と実測値との比較

第7図 実船における加速度測定結果から求めた起振力の例

3万噸型の大形油槽船では輕貨状態の垂直振動においては5翼では9節乃至10節迄、4翼では大凡7節乃至8節迄の固有振動が発生する。

4. 振動の不快感に対する起振力限度

振動の不快感限度を船体振動の振動数の範囲に於て加速度一定の値で仮定すると、実船に於いて測定した結果

第8図 起振力限度

では船室内水平振動に於いて加速度 15 gal 位が不快の限度の様である⁸⁾⁹⁾。垂直振動の限度は一般に水平振動のそれの二倍にとつてよい。更に本計算によつて仮定した規準点加速度を船の中央部の加速度の二倍と見なせば結局規準点垂直振動の加速度限度は 60 gal となる。この値に対する起振力を求め有効排水量一噸当りの propeller blade による起振力を図示すれば第8図に示す様になる。図を見れば判る様に blade frequency 附近の振動における大凡の起振力限度は次式で与えられる。

$$F_e \approx \Delta_1 \times 10^{-4} \text{ tons}$$

茲に、 Δ_1 は有効排水量

3万噸型油槽船の輕貨垂直振動に於ては F_e は大凡 5.5 tons になる。

結 論

大型油槽船の剛性及び質量分布を実船の plan から求めて近似式で表わし剪断振動の振動型を計算し、高次振動に於ける減衰率を仮定して起振力と振動加速度の関係を明らかにした。この計算結果を用いて実船において測定された加速度から起振力を推定した。又振動感覚の限度に於ける起振力を示した。

大型油槽船の船体振動に於ては特有の船尾振動が計測され又他の局部振動などに関連して未解決の問題が多い。本論は nodal vibration の response に関し筆者のこれ迄の二三の研究に基づいて一つの計算例を示した次第である。

最後に、本研究に対して種々有益な御討議御教示を賜つた渡辺恵弘先生に対し深甚の謝意を表わす次第である。実船計測に対して便宜を与えられた播磨、長崎三菱、広島三菱、因島日立の諸造船所、特に起振機実験に於て便乗計測を許された播磨造船所に対し厚く御礼申上げる。振動計測及び数値計算に夫々助力された井土敏助手及び青木節子研究補助員に対し感謝する次第である。

文 献

- 1) J. Lockwood Taylor; "Vibration of Ships" Trans. I. N. A 1930.
- 2) A. J. Johnson; "Vibration Tests of All-welded and All-riveted 10,000 ton Dry Cargo Ship" Trans. N. E. C. I 1951.
- 3) R. T. Mc Goldrick; "Hull Vibration Investigation on SS Gopher Mariner" Reprint of S. N. A. M. E. 1955
- 4) J. W. Ramsay; "Aspect of the Vibration Induced by Twin Propellers" Quart. Trans. I. N. A 1956.
- 5) 著 者; "剪断振動としての船体高次振動に就いて" 造船協会論文集, 第 99 号 1956.
- 6) 著 者; "船体高次振動の減衰率について" 造船協会論文集, 第 102 号 1957.
- 7) C. W. Prohaska; "Vibrations Verticales du Navire" Assoc. Tech. M. A, 1947.
- 8) 著 者; "船体振動加速度の直接測定と振動感覚に就て" 西部造船会々報, 第 14 号 1957.
- 9) 石川島造船設計部; "船体振動に対する感覚とその調査"(第一報) 石川島技報, 第 44 号 1957.

附 録

変断面梁の剪断振動に於ける解式

変断面梁の剪断振動の方程式は次の様に示される。

$$\frac{\partial}{\partial x} k' AG \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (\text{a})$$

茲に, $k' AG$; 長さ方向に変化する剪断剛性,

y ; 振幅,

x ; 原点を梁の一端にとつた長さの座標,

t ; 時間座標,

w ; 単位長さの質量,

g ; 重力の加速度.

今 $y/L = \eta \cos pt$, $x/L = \xi$, とおく, 但し p は固有円振動数 L は梁の全長を示す. $\xi = \xi_1$ から $\xi = \xi_3$ までは一様断面の梁と考える. 変断面部分では

$$k' AG = (k'A)_1 G (\xi/\xi_1)^h, \quad w = w_1 (\xi/\xi_1)^k, \quad (h, k: \text{正数})$$

の如く表わされるものと仮定すると h, k を適当に与えれば (a) 式から次の様な Bessel 方程式が得られる。

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + \frac{h}{\xi} \frac{d\eta}{d\xi} + \lambda^2 \xi^{k-h} \eta = 0, \quad (\text{b})$$

(b) 式の解は

$$\eta = A_1 \xi^{\mu\nu} J_{-\nu}(\lambda/\mu \cdot \xi^\mu) + B_1 \xi^{\mu\nu} J_{\nu}(\lambda/\mu \cdot \xi^\mu), \quad (\text{c})$$

茲に,

$$\lambda^2 = \frac{p^2 w_1 L^2}{g(k'A)_1 G \cdot \xi_1^{k-h}}, \quad \mu = \frac{2+k-h}{2}, \quad \nu = \frac{1-h}{2+k-h}.$$

一般に (c) 式の第 2 の解は $\xi=0$ で特異点となる故 $B_1=0$, 故に,

$$\eta = A_1 \xi^{\mu\nu} J_{-\nu}(\lambda/\mu \cdot \xi^\mu) \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1 \quad (\text{d})$$

勾配は,

$$\frac{d\eta}{d\xi} = -A_1 \lambda \xi^{\mu(1+\nu)-1} J_{-\nu+1}(\lambda/\mu \cdot \xi^\mu) \quad (\text{e})$$

但し, $\mu > 1/2$. (h, k の特定の値では別の解式となる⁵⁾)

次に一様断面梁の部分では

$$\eta = A_2 \cos \alpha \lambda \xi + B_2 \sin \alpha \lambda \xi \quad \xi_1 \leq \xi \leq \xi_3 \quad (\text{f})$$

茲に

$$\alpha = \frac{\lambda_2}{\lambda}, \quad \lambda_2^2 = \frac{p^2 w_3 L^2}{g(k'A)_2 G}.$$

又梁の他端では梁端を原点と考えると (d), (e) と同形の式が得られる. $h, k, \xi, \dots$ に対し $\bar{h}, \bar{k}, \bar{\xi}, \dots$ に置き換えた式が得られる。

$$\beta = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}, \quad \lambda_3^2 = \frac{p^2 w_3 L^2}{g(k'A)_3 G \bar{\xi}^{\bar{k}-\bar{h}}},$$

とおけば

他端に対しては,

$$\eta = A_3 \bar{\xi}^{\bar{\mu}\bar{\nu}} J_{-\bar{\nu}}\left(-\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\lambda}{\bar{\mu}} \bar{\xi}^{\bar{\mu}}\right) \cdot 0 \leq \bar{\xi} \leq \bar{\xi}_1 \quad (\text{g})$$

$\xi = \xi_1$ 及び $\xi = \xi_3$ (又は $\bar{\xi} = \bar{\xi}_1$) において, 撓み並びに剪断力がいずれも連続であると言う境界条件によつて, 又 $\xi=0$ において撓みが 1 である事から (d), (f), (g) 式のすべての積分常数並びに固有値決定式が次の如く求められる。

$$\left. \begin{aligned}
 A_1 &= \Gamma(1-\nu) \cdot (\lambda/2\mu)^\nu, \quad (\Gamma(\quad); \text{Gamma 函数}), \\
 A_2 &= A_1 \frac{\xi_1^{\mu\nu}}{\alpha'} \left\{ J_{-\nu} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \alpha' \cos \alpha \lambda \xi_1 + \xi_1^{\mu-1} J_{-\nu+1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \sin \alpha \lambda \xi_1 \right\}, \\
 B_2 &= A_1 \frac{\xi_1^{\mu\nu}}{\alpha'} \left\{ J_{-\nu} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \alpha' \sin \alpha \lambda \xi_1 - \xi_1^{\mu-1} J_{-\nu+1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \cos \alpha \lambda \xi_1 \right\}, \\
 A_3 &= \frac{A_2 \cos \alpha \lambda \xi_3 + B_2 \sin \alpha \lambda \xi_3}{\xi_1^{\mu\nu} J_{-\nu} \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right)}
 \end{aligned} \right\} \quad (h)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{J_{-\nu} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \alpha' \cos \alpha \lambda \xi_1 + \xi_1^{\mu-1} J_{-\nu+1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \sin \alpha \lambda \xi_1}{J_{-\nu} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \alpha' \sin \alpha \lambda \xi_1 - \xi_1^{\mu-1} J_{-\nu+1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \xi_1^\mu \right) \cos \alpha \lambda \xi_1} \\
 &= \frac{J_{-\bar{\nu}} \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}} \right) \beta' \cos \alpha \lambda \bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}-1} J_{-\bar{\nu}+1} \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}} \right) \sin \alpha \lambda \bar{\xi}_3}{J_{-\bar{\nu}} \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}} \right) \beta' \sin \alpha \lambda \bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}-1} J_{-\bar{\nu}+1} \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\lambda}{\mu} \bar{\xi}_1^{\bar{\mu}} \right) \cos \alpha \lambda \bar{\xi}_3}.
 \end{aligned} \quad (i)$$

茲に,

$$\alpha' = \frac{(k'A)_2}{(k'A)_1} \cdot \alpha, \quad \beta' = \frac{(k'A)_2}{(k'A)_3} \beta,$$

本文の数値例は、 $h=k=1$, $\bar{h}=\bar{k}=1$, $\xi_1=0.25$, $\xi_3=0.84$ ($\bar{\xi}_1=0.16$) として計算したものでこの場合 $\mu=\bar{\mu}=1$, $\nu=\bar{\nu}=0$ となる。水平振動其の他船型や載荷分布の異なる場合にはこれらの数値を変えて計算すよればよい。