補強円筒殻の軸対称圧壊

正員 吉 識 雅 夫*
 正員 山 本 善 之*
 正員 鈴 木 富 夫**

Axi-Symmetric Collapsing of Circular Cylindrical Shells of Submarines

By Masao Yoshiki, *Member*

Yoshiyuki Yamamoto, *Member*

and Tomio Suzuki, *Member*

Abstract

Collapsing of circular cylindrical shells under external pressure has been investigated in relation to the strength of pressure hulls of a submarine. Cylindrical shells collapse by causing shell yielding when they are reinforced closely by circular frames. This phenomenon takes place suddenly with a loud noise, and it seems therefore to be a sort of buckling accompanied by large plastic deformations. If shells are made literally in a circular form, the collapsing pattern will be axially symmetric; hence, such collapsing should be called axi-symmetric collapsing rather than shell yielding.

Axi-symmetric collapsing was investigated by Sanden-Günther and Trilling. Their theories are based on an assumption that shells will collapse as soon as the stress condition reaches a certain state. The behaviors of shells are different from those expected by these theories, and there follows even a marked discrepancy between experiments and the theory of Sanden-Günther.

In this paper a rational theory is developed on the basis of the theories of plasticity and buckling; the validity of this theory was confirmed by experiments. When the sectional area of frames is comparatively small, collapsing occurs over three frame spaces, and when large enough, between two consecutive frames. In respective cases, the pressure factor for axi-symmetric collapsing is given by (22) and by (20) or (21).

緒 言

補強円筒殻が外圧を受けて圧壊する場合、肋骨間隔が狭いときには、stress failure あるいは、shell yielding とよばれる型式の圧壊が生ずる。この場合、円筒が完全に軸対称に作られていたとすると、圧壊もまた軸対称に生ずるであろうと思われる。よつて、この種の圧壊を“軸対称圧壊”とよぶことにする。この軸対称圧壊について、初め Sanden-Günther [1] が理論を展開したが、それは実験と一致しなかつた。さらに、Trilling [2] はそれを実験に一致するように修正した理論を提案している。これらはいずれも合理的な基礎の上に立つた理論とはいいがたく、現象について十分な説明がなされていない。本論文では、塑性変形を伴う座屈としての立場から理論を展開し、さらに、補強円筒殻の圧壊実験を行つて理論の正当性を確かめた。

§ 1. 補強円筒殻の曲げ理論

等間隔に円環状の肋骨で補強された鋼製の円筒殻を考える。後述のように、その両端の 1 肋骨間隔をのぞくと、その変形には端部の影響がほとんどみられなくなる。それゆゑ、円筒殻の長さは無限に長いとする。第 1 図に示すように座標軸 x をとり、撓み w を半径方向内向きに測る。円筒の半径を a 、殻の厚さを h 、肋骨間自由長を L 、肋骨と殻の接着部の長さを b 、肋骨の断面積を a_0 、有効な肋骨の断面積を $\alpha(a=a_0+bh)$ 、板厚の中央

第 1 図 補強円筒殻

原稿受付 昭和 34 年 1 月 10 日

* 東京大学工学部

** 東京大学大学院船舶工学科学生

から有効な肋骨の断面積の重心迄の距離を H とする。殻が一樣な外圧 p をうけるとき端板に作用する圧力を考慮すると、殻の曲げの方程式は次のようになる。

$$\frac{d^4}{d\xi^4} \left(\frac{w}{a} \right) + 4m^4 \frac{w}{a} = \frac{pa^3}{\vartheta} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \quad (1)$$

ここに、 $\vartheta = Eh^3/12(1-\nu^2)$, $m^4 = Eha^2/4\vartheta = 3(1-\nu^2)a^2/h^2$, $\xi = x/a$, E =ヤング率, ν =ポワソン比, である。ここで、

$$\left. \begin{aligned} A(m\xi) &= \text{ch } m\xi \cos m\xi, & B(m\xi) &= 1/2 \cdot (\text{ch } m\xi \sin m\xi + \text{sh } m\xi \cos m\xi), \\ C(m\xi) &= \text{sh } m\xi \sin m\xi, & D(m\xi) &= 1/2 \cdot (\text{ch } m\xi \sin m\xi - \text{sh } m\xi \cos m\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

と定義された函数 [3] を用い、 a_1, b_1, c_1, d_1 を積分常数とすると、(1) 式の解は次のように与えられる。

$$w/a = pa/Eh \cdot (1-\nu/2) + a_1 A(m\xi) + b_1 B(m\xi) + c_1 C(m\xi) + d_1 D(m\xi). \quad (3)$$

第2図 肋骨の平衡条件

で与えられる。

σ_x を殻の軸方向応力, σ_φ を周方向応力とする。実際に使用される薄肉円筒では、 m の値は 10 の程度以上であるので、 m^2 に対して 1 を省略することができる。このとき殻の内外面上の応力 σ_x, σ_φ は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{pa}{2h} \mp \frac{Eh}{2(1-\nu^2)a} \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{w}{a} \right), \\ \sigma_\varphi &= -\nu \frac{pa}{2h} - E \frac{w}{a} \\ &\quad \mp \frac{\nu Eh}{2(1-\nu^2)a} \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{w}{a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

と与えられる。ここに、上号は殻の内面、下号は外面に対応する。(6) 式の正しいことは実験的にも確かめられている [4]。

以上は無限に長い円筒殻の場合の結果であるが、長さが有限の円筒殻についても撓み、応力分布などが計算できる [5]。その結果の 1 例を第 3 図に示す。これは端末において剛な隔壁で支えられた 5 肋骨間隔の場合であるが、これより端部の影響は隔壁に隣れる肋骨間隔にとどまることがわかる。なお、端部の 1 肋骨間隔のみが他とわずか異るときも同様のことが示される。よつて、以下においては、円筒殻は無限に長いとして考察を進めることにする。

§ 2. Sanden-Günther [1] および Trilling [2] の理論の概要

Sanden-Günther は (6) 式で与えられる $|\sigma_x|$, $|\sigma_\varphi|$ のうちで最大のものが材料の降伏応力に達したとき圧壊すると考えた。(6) 式は

第3図 応力分布

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta} &= -\frac{pa}{2h} \left\{ 1 \pm 2 \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} \frac{[(1-\nu/2) \cdot a/(a-H) - bh/a]}{a/(a-H) \cdot \beta + 2ah/ma \cdot \gamma} (2B \cdot C(m\xi) - 2D \cdot A(m\xi)) \right\} \\ \sigma_{\varphi} &= -\frac{pa}{h} \left\{ 1 - \frac{2[(1-\nu/2) \cdot a/(a-H) - bh/a]}{a/(a-H) \cdot \beta + 2ah/ma \cdot \gamma} \left[B \cdot A(m\xi) + D \cdot C(m\xi) \right] \right. \\ &\quad \left. \pm \nu \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} (B \cdot C(m\xi) - D \cdot A(m\xi)) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。(7) 式および以下で使われる函数 $A, B, C, D, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ は次式で与えられる [3]。

$$A=A(ml), B=B(ml), C=C(ml), D=D(ml) \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha(2ml) = 1/2 \cdot (\text{ch } 2ml + 2 \cos ml), \gamma = \gamma(2ml) = 1/2 \cdot (\text{ch } 2ml - \cos 2ml) \\ \beta &= \beta(2ml) = 1/2 \cdot (\text{sh } 2ml + \sin 2ml), \delta = \delta(2ml) = 1/2 \cdot (\text{sh } 2ml - \sin 2ml). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

さて、圧壊圧力 p_c を示すものとして、材料の降伏応力 σ_y を用いて表わした pressure factor

$$\psi = p_c a / \sigma_y h$$

なる無次元量を用いる。一般に $a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) \geq bh/a$ であるため、肋骨の付根における内面の $|\sigma_{\theta}|$ の値が最大応力値を与える。よつて、この値が σ_y に等しくなるということから、Sanden-Günther の理論による pressure factor ψ は、

$$1 = \frac{\psi}{2} \left\{ 1 + 2 \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} \frac{[a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) - bh/a] \delta}{a/(a-H) \cdot \beta + 2ah/ma \cdot \gamma} \right\} \quad (10)$$

によつて定められる。この Sanden-Günther の考え方は次のような説明できない事項を含んでいる。

(i) (10) 式から直ちにわかるように、肋骨断面積 a の増加によつて ψ の値が小さくなる。このことは実験事実と矛盾する。

(ii) 肋骨との接着部に plastic hinge が生じて、他の部分が弾性的であれば円筒殻は圧壊しない。したがつて、その接着部だけに降伏がわずかに生じて圧壊は生じない。

(iii) 塑性変形が進行し圧壊するのであれば、現象は比較的緩やかなはずであるが、実際は音響を伴つて急激に生ずる。

(iv) Sanden-Günther の理論によると、圧壊は各肋骨間隔においてのみ生ずるはずであるが、実験では3肋骨間隔にわたつて圧壊の生ずることが少くない。

Trilling は上記の (i) をのぞくため、“殻の圧壊には σ_{θ} は関係せず $|\sigma_{\varphi}|$ の最大値が σ_y に達したときに圧壊する”と仮定した。軸対称圧壊の生ずる殻では、 ml は余り大きくない ($ml \leq 2$)。このときは $|\sigma_{\varphi}|$ の最大値は肋骨間隔の中央の外面に生じ、この値を σ_y に等置すると、Trilling の理論による pressure factor ψ は、

$$1 = \psi \left\{ 1 - \frac{2[a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) - bh/a] (B - \nu \sqrt{3/(1-\nu^2)} \cdot D)}{a/(a-H) \cdot \beta + 2ah/ma \cdot \gamma} \right\} \quad (11)$$

によつて定まることになる。

(11) 式によつて定まる ψ の値は実験とかなりよい一致を示すが、Sanden-Günther の欠陥 (ii), (iii), (iv) は全く説明できない。実際には、現象は塑性変形を伴うので、弾性論のみによつた Sanden-Günther あるいは、Trilling の理論では現象の合理的な説明ができないのは致し方がない。この問題では当然塑性変形の生ずることを考慮して理論を展開しなければならない。

§ 3. 塑性変形をうける補強円筒殻

ある断面に塑性変形が生じて、その範囲が小さい限り、それを無視して円筒殻の変形を近似的に定めることができる。また、塑性変形が進んでその断面に plastic hinge が生じた後でも、その断面をのぞいては、弾性解を近似的に用いることができる [6]。

plastic hinge の応力分布は、ひずみ硬化を無視すると、近似的に第4図に示すようになる。このような状態における曲げモーメントは fully plastic moment といわれ、これを M_y と表わすことにすると、

$$M_y = \sigma_y h^2 / 4 \cdot [1 - (pa/2\sigma_y h)^2] \quad (12)$$

となる。肋骨線にそつて plastic hinge が生じた後も w/a は偶関数であり、境界条件 (5) 式は変わらないが、

第4図 fully plastic moment

第5・a図 plastic hinge (IIa型)

第5・b図 plastic hinge (IIb型) で与えられる。

(4) 式が成立しなくなる。(4) 式の代りに次式が境界条件となる。

$$\frac{\partial}{\partial a} \frac{d^2}{d\xi^2} \left[\frac{w(l)}{a} \right] = M_y. \quad (13)$$

肋骨線にそつて plastic hinge が生じたのち、圧壊が起らないでさらに変形が進むと、肋骨間隔の中央にも plastic hinge が生ずる。この状態以後は肋骨間隔の中央で傾斜に不連続が生じ、境界条件は (5), (13) 式および

$$\left. \begin{aligned} M_y &= -\frac{\partial}{\partial a} \frac{d^2}{d\xi^2} \left[\frac{w(0)}{a} \right] \\ 0 &= -\frac{\partial}{\partial a^2} \frac{d^3}{d\xi^3} \left[\frac{w(0)}{a} \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

以上によつて、圧壊が生じないとしたときの、各段階の外圧に対する補強円筒殻の軸対称変形を完全に定めることができる。

§ 4. 補強円筒殻の軸対称圧壊の座屈理論

実験によると、圧壊は音響を伴つて瞬間的に起る。このことは、軸対称圧壊が座屈の一種であることを示していると思われるので、座屈を考慮して考察を行う必要がある。

円筒殻に plastic hinge が生じて、圧壊以前においてはなお撓みは大きくないので、普通の円筒殻の理論を適用することができる。軸方向応力の方向変化による影響を考慮すると、平衡方程式はつぎのように求まる。

$$\frac{d^4}{d\xi^4} \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{Eha^2}{\partial} \frac{w}{a} = \frac{pa^3}{\partial} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) - \frac{pa^3}{2\partial} \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{w}{a} \right). \quad (15)$$

したがつて、座屈によつて生ずる付加撓みを Δw とすると、座屈限界の圧力 p_0 は次式の $\Delta w/a$ が 0 でない解をもつための条件より定められる。

$$\partial \frac{d^4}{d\xi^4} \left(\frac{\Delta w}{a} \right) + \frac{pa^3}{2} \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{\Delta w}{a} \right) + Eha^2 \frac{\Delta w}{a} = 0. \quad (16)$$

軸対称の撓み形として、

$$\Delta w/a \propto \cos \pi \xi / 2\lambda$$

を仮定すると、弾性範囲における限界圧力 p_E は次式で与えられる。

$$L > \pi \sqrt{ha} / \sqrt{6(1-\nu^2)} \quad \text{のとき} \quad p_E = 2E / \sqrt{3(1-\nu^2)} \cdot (h/a)^2, \quad (17.1)$$

$$L < \pi \sqrt{ha} / \sqrt{6(1-\nu^2)} \quad \text{のとき} \quad p_E = 2\partial / 3a^3 \cdot (\pi/2L)^2 + 2Eh/a \cdot (2L/\pi)^2. \quad (17.2)$$

(17.2) 式は肋骨間隔に 1 半波長の波ができる場合に相当し、(17.1) 式はそうでない場合に相当する。普通の耐圧殻では (17) 式の p_E は大きいので、弾性座屈のときは、shell buckling といわれる形式の座屈が生ずる。したがつて、軸対称座屈が生ずるのは、塑性変形が生ずる場合に限る。

ところで、軸対称な塑性変形が生じたのち、shell buckling の形式の圧壊圧力の塑性変形による減少は僅かであるが、軸対称圧壊に対する圧壊圧力は著しく減少する [7]。それゆゑ、塑性変形を充分行つたのちには、軸対称圧壊が現われるようになる。

肋骨線にそつて plastic hinge がある場合とない場合とでは、座屈の様相が違つてくるのでこれらを別々に考察する。

肋骨線にそつて plastic hinge のある場合は、座屈時において plastic hinge は単なる hinge と同等になるので、第 6 図のような波長が肋骨間隔である座屈型を示す。この場合、現象が塑性座屈であるから、座屈限界圧力には tangent modulus E_T が直接関係するが、 E_T は殻全体にわたつて一様でない。しかし、座屈に主として関係するのは肋骨間隔の中央の部分である。板厚の方向についても、応力の分布、したがつて、 E_T の値も異なるけれども、近似的には肋骨間隔の中央の平均応力に対応する E_T の値を殻全体に対して用いて塑性座屈の理論を適用することができる。(17.2) 式で与えられる p_E に対する ψ の値を ψ_E と書くと、塑性座屈の生ずるときの pressure factor ψ は、近似的に次式で与えられる

第6図 1肋骨間隔の圧壊 (IIa, IIb型)

[8, 9]。

$$E/E_T \cdot \psi = \psi_E = 1/\sigma_y \cdot [2\beta/3a^2h \cdot (\pi/2l)^2 + 2E(2l/\pi)^2]. \quad (18)$$

ここに、 E_T は ψ の関数と見なす。鋼では降伏応力のごく近くに達するまで、 E_T/E は 1 の程度である。一方、 ψ_E は大きい値をとるので、 E_T が 0 に近い値で座屈があらわれられると考えられる。周方向および軸方向の平均応力を $\bar{\sigma}_\varphi$ 、 $\bar{\sigma}_x$ とすると、一般に $|\bar{\sigma}_\varphi| > |\bar{\sigma}_x|$ であるので、最大剪断応力説を用いると、

$$\bar{\sigma}_\varphi = -\sigma_y \quad (19)$$

で定まる pressure factor ψ のとき圧壊が生ずると考えられる。

σ_φ は §3 によって、それぞれの場合について求まり、これらを(19)式に代入して整理すると、pressure factor ψ は plastic hinge が肋骨線にそつてある場合には、

$$1 = \psi \left\{ 1 - \frac{[a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) - bh/a]A}{a/(a-H) \cdot \alpha + ah/ma \cdot \beta} \right\} - \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}/2 \cdot [a/(a-H) \cdot C + 2ah/ma \cdot D]}{a/(a-H) \cdot \alpha + ah/ma \cdot \beta} \left(1 - \frac{\psi^2}{4} \right), \quad (20)$$

plastic hinge が肋骨線および肋骨間隔の中央にある場合には、

$$1 = \psi \left\{ 1 + \frac{[a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) - bh/a]2D}{a/(a-H) \cdot \delta + ah/ma \cdot (\alpha-1)} \right\} - \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}/2 \cdot [a/(a-H) \cdot (2B+\beta) + ah/ma \cdot (2C+\gamma)]}{a/(a-H) \cdot \delta + ah/ma \cdot (\alpha-1)} \left(1 - \frac{\psi^2}{4} \right) \quad (21)$$

によって定まることになる。

plastic hinge がない場合には、第 7 図に示すような約 2 肋骨間隔の波長をもつ変形が起りうる。この場合、殻の撓みが外向きに生ずるときは弾性変形を行うとしてよいので、肋骨間隔一つおきに弾

第 7 図 3 肋骨間隔にわたる圧壊 (I 型)

性的または塑性的として問題を取扱うべきであり、複雑になる。しかし、このときも前の場合と同様に、pressure factor ψ は近似的に (19) 式で決まるとしてよいであろう。このときは、(7) 式を用いると、

$$1 = \psi \left\{ 1 - \frac{[a/(a-H) \cdot (1-\nu/2) - bh/a]2B}{a/(a-H) \cdot \beta + 2ah/ma \cdot \gamma} \right\} \quad (22)$$

となる。Trilling の理論と比較すると明らかなように、この式は (11) 式よりやや高目の ψ の値を与える。

実際に実現する ψ の値は、(20)、(21)、(22) 式で決まる ψ の値のうちで最小の値である。(20)、(21) 式が最小の ψ を与えるときは、圧壊の波形は 1 肋骨間隔にとどまる。また、(22) 式が最小の ψ を与えるときは、3 肋骨間隔にわたつて波長が約 2 肋骨間隔の圧壊波形を示すであろう。以下において、3 肋骨間隔にわたる圧壊の型を I 型、1 肋骨間隔のものを II 型とよぶことにする。なお、II 型をさらにわけて、plastic hinge が肋骨間隔の中央にできぬ場合とできる場合を、それぞれ II_a、II_b 型とよぶことにする。I、II_a、II_b 型はそれぞれ第 7 図、第 5・a 図、第 5・b 図に対応する。

§ 5. 補強円筒殻の plastic collapsing 理論

(18) 式をみるとわかるように、 ψ_E が 1 に比べて充分大きいと、圧壊は (19) 式で規定され、この現象は ψ_E に関係しなくなる。このことは (16) 式の第 2 項、したがって、(15) 式の右辺第 1 項が無視できることと同等である。このように ψ_E が大きい場合の極限としては、面内力の変化による項を省略することができる。このときは、大きな塑性変形が生じて殻が不安定になるときに圧壊が生ずる。このような現象は、従来、plastic collapsing として研究されてきた [10]。この plastic collapsing 理論を補強円筒殻の圧壊に適用する。

円筒殻は剛塑性体であるとし、また、殻と肋骨の降伏応力は等しいとする。簡単のため、最大剪断応力説を用い、肋骨の捩れの影響は無視する。撓み w が生じた場合の外圧のなす仕事と塑性仕事を等置すると、次式が得られる。

$$\psi \int \frac{w}{a} d\xi = \frac{h}{4a} \left(1 - \frac{\psi^2}{4} \right) \int \left| \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{w}{a} \right) \right| d\xi + \int \frac{w}{a} d\xi + \sum_i \frac{w[(2i+1)(l+b/2a)]}{a-H} \frac{a_0}{ah}. \quad (23)$$

ここで w/a の可能な形をいくつか仮定し、また、それぞれの形について圧壊波形の波長を仮定して、(23) 式から ψ の値を求める。そのうちの最小値が実現する ψ を与え、その ψ に対応する変形が圧壊波形を与える。

第8図 撓み型

実際に仮定すべき形としては、実験結果および連続梁の plastic collapsing 理論から、第8図に示される形をとればよいと思われる。撓み形 (A), (B), (C) を式で表わすと、それぞれ、(24), (25), (26) 式となる。

$$(A) \quad w/a = \begin{cases} 1 - |\xi|/\lambda, & |\xi| < \lambda \\ 0, & |\xi| \geq \lambda \end{cases}; \quad (24)$$

$$(B) \quad w/a = \begin{cases} 1 + \pi/2 \cdot (1 - 2|\xi|/\lambda), & |\xi| < \lambda/2 \\ 1 + \cos(\pi\xi/\lambda), & \lambda/2 \leq |\xi| < \lambda \\ 0, & |\xi| \geq \lambda \end{cases}; \quad (25)$$

$$(C) \quad w/a = 1. \quad (26)$$

撓み形 (A) は一般的なものだが、肋骨と一緒に圧壊するときは (B) があらわれることがある。また、肋骨の本数が充分多いときは、bodily な plastic collapsing として、(C) があらわれることがあるであろう。上の撓み形は、簡単のため、もし肋骨と殻の接着部に $dw/d\xi$ の不連続があるときは、(23) 式の $w[(2i+1)(l+b/2a)]$ の代りに、

$$1/2 \cdot \{w[(2i+1)(l+b/2a) - b/2a] + w[(2i+1)(l+b/2a) + b/2a]\}$$

を用いる。これは肋骨の変位を第9図のように仮定することに相当する。また、最小の ϕ を与える λ の値が l より大きいときは圧壊波形が1肋骨間隔を越えることを意味し、 λ と l が等しいときは圧壊波形は肋骨間隔内にとどまることを意味する。なお、このようにして求めた ϕ の値は、面内力の方向の変化による項を省略してあるため、実際よりかなり高目になることは止むを得ない。

第9図 肋骨部の変位

§ 6. 実 験

実験には第10図に示すような実験用耐圧タンクを用い、ポンプで加圧して実験を行つた。圧力測定は共和無線研究所製の電気抵抗式水圧計 (型式 PHA-10J, 容量 100 kg/cm²) を用い、D. M. をへて電磁オシログラフに自記させたので、圧力は連続的に増加させることができた。また、実験の途中の圧力を知るためブルドン管を併用したが、ブルドン管の指示圧力は電気抵抗式水圧計の指示圧力と大体一致した。これらの圧力値が異なるとき

は、電気抵抗式水圧計の指示圧力を実験値として用いた。

実験に用いた模型は軟鋼製で、タンクの耐圧能力および直径を考慮し、肋骨間自由長および肋骨断面積の影響を調べるため、第11図および第1表に示される寸法とした。

第10図 耐圧タンク

第11図 試験模型

第1表 模型寸法

模型名称	L	L ₁	b	d	σ _y
	mm	mm	mm	mm	kg/cm ²
A-1	70	55	3.2	20	43.3
A-2	70	55	3.2	50	43.3
A-3	70	55	10	50	43.3
B-1	50	40	3.2	20	43.3
B-2	50	40	3.2	50	43.3
B-3	50	40	10	50	43.3
C-1	70	55	3.2	20	37.0
C-2	70	55	3.2	50	37.0
D-1	50	40	3.2	20	37.0
D-2	50	40	3.2	50	37.0

また肋骨断面が 3.2×50 と 3.2×20 の模型については、3 肋骨間隔のものと 5 肋骨間隔のものとを用いた。端部の肋骨間隔は狭くしてあるが、これは応力分布に端部影響があらわれ、そこに圧壊が生ずると、実験結果が一般性をもたなくなるので、この部分に圧壊が起らないように配慮したものである。このようにしても、他の肋骨間隔の応力分布にはほとんど影響がないことは、§1 で述べたとおりである。模型に使用した材料の応力-ひずみ関係は引張試験によつて求めた。それによると、降伏応力までほとんど塑性変形は生じなかつた。降伏応力 σ_y の平均値は第 1 表に示すように、 43.3 kg/mm^2 および 37.0 kg/mm^2 であつた。肋骨と殻との固着は、脚長 2.5 mm の両側連続隅肉溶接で行われたが、工作の精度がよく瘡馬は認められなかつた。

上述の装置および模型によつて実験を行つたが、各模型とも最高圧力に達すると、音響を發して瞬間的に圧壊し、圧力低下が生じた。凹入の状態は写真 1, 2 に示すようである。最高圧力、圧壊時の pressure factor ψ 、圧壊波形の波長を示すと第 2 表のようになる。

写真 1 凹入状態 (I 型)

写真 2 凹入状態 (II 型)

第 2 表 実験結果

模型名称	圧壊圧力 kg/cm ²	pressure factor ψ			圧壊波形の波長比 λ/l		
		実験値	座屈理論値	plastic collapsing 理論値	実験値	座屈理論値	plastic collapsing 理論値
A-1	49.5	1.08	1.14	1.33	2.7	2.09	2.68
A-2	55.0	1.19	1.27	1.40	1.3	1.00	1.00
A-3	60.5	1.31	1.29	1.40	1.0	1.00	1.00
B-1	52.0	1.12	1.26	1.46	2.7	2.13	2.72
B-2	58.0	1.25	1.52	1.57	1.3	1.00	1.00
B-3	69.0	1.49	1.52	1.57	1.0	1.00	1.00
C-1	44.5	1.13	1.14	1.31	1.9	2.09	4.75
C-2	46.0	1.16	1.27	1.40	1.1	1.00	1.00
D-2	48.0	1.22	1.26	1.43	2.1	2.13	4.86
D-2	53.5	1.36	1.52	1.57	1.4	1.00	1.00

§ 7. 実験結果の理論的考察

i) 座屈理論からの考察

b/a をパラメタとし、 ah/a を変数として (20), (21), (22) 式から ψ の値を計算し図示すると、第 12 図の実線のようにになる。図中の実験点と比較すると、A-3, B-3, C-1 はよく一致し、他は実験値の方が多少低目になっている。そして、A-3, B-3, C-1 以外については、(22) 式よりやや低目の値を与える Trilling の理論値の方が本理論値よりむしろ実験値に近い値を示している。1 肋骨間隔の圧壊 (II 型) に対応する Trilling の理論値は、その理論から期待されるものと異り、I 型の圧壊の近似値を与えるが、本来よく一致するはずの II 型の圧壊の場合には実験との間に大きな差異があらわれる。

いま、(20), (21), (22) 式において、 ψ の代りに $pa/\sigma_y h$ 、左辺の 1 の代りに $\bar{\sigma}_\phi/\sigma_y$ と書くと、圧壊時以外

第 12 図 座屈理論と実験の比較

の $\bar{\sigma}\varphi/\sigma_y$ と $pa/\sigma_y h$ の関係を求めることができる。この関係を図示すると、第 13 図のようになる。この図で、 $\bar{\sigma}\varphi/\sigma_y=1$ の縦線上が圧壊時の ψ を与え、この線から右の部分は実際にはあらわれない。この図から知れるように、 α が大きい程、 $\bar{\sigma}\varphi/\sigma_y$ の小さい値で、plastic hinge が形成される。よつて、 α が大きい場合には、Trilling の考え方は過大な ψ を与えることになる。また上述のことから、第 12 図の ah/α の小さい範囲で、 ah/α の増加とともに ψ が増加する傾向があることもわかる。

圧壊波形の波長について考える。第 12 図からわかるように ah/α の値が大きいときは I 型の圧壊が起り、 ah/α が小さいときは II 型の圧壊が生ずる。写真および第 2 表から知れるように、実験の結果は、A-3、B-3 では圧壊が 1 肋骨間隔 (II 型) にとどまつており、他では 1 肋骨間隔を越えている (I 型)。A-1、-3、B-1、-3、C-1、D-1 に関しては理論と実験はよく一致している。また、A-2、B-2、C-2、D-2 は第 12 図からわかるように I 型の圧壊から II 型の圧壊に移る点に近い ah/α の値をもっているので、これらについても、理論および実験の精度内で現象がよく説明されていると考えられる。

つぎに、実験値と理論値とを比べると、第 14 図のよ

第 13 図 肋骨間隔の中央における平均応力

第 14 図 座屈理論と実験の比較

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

第 15 図 plastic collapsing 理論と実験の比較

うになり、かなりよい一致を示している。よつて、§4の理論による ψ の値は充分実用されうるものであると考えられる。また、5肋骨間隔の模型では、圧壊はタンクに固着された端部から2番目の肋骨間隔を中心として生じている。これは、第3図より知られるように、端部から2番目の肋骨間隔の応力は中央部のそれより幾分高くなることによるのであろう。しかし、これらの応力の差は極くわずかであるので、圧壊圧力、圧壊型などについては§4のような取扱いが十分正確に成立すると思われる。なお、I型の圧壊の生ずる範囲では、Trillingの式も実験とよく一致することは既述の通りである。

ii) plastic collapsing 理論からの考察

第8図に示す(A)、(B)の撓み形を仮定し λ/l を変数にとつて、(23)式より ψ を計算し図示すると、第15図のようになる。それぞれの図で、最小の ψ が圧壊時の ψ を与え、その ψ に対応する λ/l が圧壊波形の波長と肋骨間隔との比を与える。このようにして決めた ψ の理論値と実験値を比較すると第16図のようになる。

第16図 plastic collapsing 理論と実験の比較

前述したように、この理論では圧壊圧力の理論値は実験値に比べてかなり大になる。簡単な模型について面内力の影響を考慮した場合は、省略した場合に比べて、 ψ の値がかなり小さくなることが知られた[11]。実際、第16図に理論値の90%の値を破線で示してあるが、実験とよく一致している。これより、塑性論を用いて正確な座屈理論を展開すれば、実験と一致する理論が得られると考えられる。座屈理論からは、圧壊波形の波長が1肋骨間隔か否かの判定ができただけであるが、この理論ではそれを詳しく調べることができる。圧壊波形の波長について理論と実験を比較すると、第15図および第2表に示すようになる。A-1, -2, -3, B-1, -2, -3, C-2, D-2は実験と理論はほぼ一致している。また、C-1, D-1については λ/l の理論値と実験値で差があるが、第15図(a), (d)からわかるように、圧壊波形が3肋骨間隔にわたるときと5肋骨間隔にわたるときと、 ψ の値が余り違わないため、本理論の近似の程度からは、圧壊範囲のこの程度の差異はやむをえない。したがつて、実験および理論は、その精度内では、大体一致していると思われる。

§ 8. 圧壊圧力の近似計算法と円筒殻の圧壊に対する効率

§4の理論式を設計に便利な形にしよう。実際に使用される補強円筒殻の構造では、近似的に、

$$b=0, \quad a/(a-H)=1$$

とおいて差支えない。(20), (21), (22)式で上のようにおき ψ を計算し、 ml をパラメタにとり Lh/a_0 を変数にして図示すると、第17図のようになる。この図からわかるように、 ml が決つた場合、(21)式と(22)式の曲線の交点で与えられる Lh/a_0 に対応する a_0 以上に肋骨断面積を大きくすると、圧壊形式はI型からII型に移り、 ψ の値は余り増加しなくなり、時に減少することさえある。同様のことは plastic collapsing 理論からも知られ、ある一定の肋骨断面積以上では(A)型の圧壊が生じ、 ψ は一定値をとる。第17図からわかるように、 $ml \leq 1.5$ のときは、この一定値は、

(21)式で $Lh/a_0=0$ とおいたときの ψ の値で近似できる。すなわち、第17図の(20), (21)式の曲線が破線で近似できる。換言すると、“(22)式で $b=0, a/(a-H)=1$ とおき、また(21)式で $b=0, a/(a-H)=1, Lh/a_0=0$ とおいて、それぞれ ψ を計算し、そのうちの小さい方で近似的に ψ が与えられる”ことになる。また、(22)式は実験よりやや高目の ψ の値を与えるのでその代りにやや低目の ψ の値を与える(11)式を用いる方が、

第17図 pressure factor と肋骨断面積の関係

実際上はよいかも知れない。

つぎに、

$$\Psi = \psi / (1 + \alpha_0 / Lh)$$

で表わされる Ψ の値を考えると、これは肋骨の断面積をならして一様な円筒殻としたときの pressure factor で、容易に知られるように補強円筒殻の効率を表わす。 ml をパラメタにして Ψ を図示すると、第 18 図のようになる。この図からは、 ml が小さい程また Lh/α_0 が大きい程効率がよいことになる。しかし、多くの実験によると $\psi=1.1$ 以下では軸対称圧壊は起らないので、図中の $\psi=1.1$ に相当する点線に交る付近からは曲線は右下りとなり。 Ψ は Lh/α_0 のある値に対して極大を与えるであろう。また、肋骨の本数が十分多いときは、殻の bodily collapsing に相当する第 8 図 (C) 型の撓み形を用いて plastic collapsing の理論を適用すると、 $\Psi=1$ で圧壊する。したがって、第 16 図からも知れるように、 Ψ は 0.9 程度以上の値をとり得ないであろう。さらに、 Lh/α_0 が大きくなると、弾性的な bodily collapsing がおきやすくなる。 ml が小さくなると、肋骨 1 本当りの断面積が小さくなるので、肋骨の横倒れがおきやすくなる。補強円筒殻の設計に当つては、これらのことを充分注意する必要がある。

第 18 図 肋骨断面積と効率

§ 9. 結 論

本論文では、補強円筒殻の軸対称圧壊の現象を合理的な基礎に立つた近似理論によつて説明し、また、実験によつてこれの妥当性を確めた。古くより使われた Sanden-Günther の理論は多くの問題を含んでいるが、これらは新しい理論によつて説明できた。圧壊はある圧力の下で瞬間的にあらわれる。この現象は、Sanden-Günther, Trilling 等のように殻に塑性変形が始まる状態として定義することは不適當で、むしろ、大きな塑性変形を伴うところの座屈現象として扱う方が合理的である。このように考えることにより、圧壊現象の本質が明らかになり、圧壊圧力、圧壊波形は理論と実験とよく一致した。新しい理論によると、肋骨断面積が大きくなるとともに圧壊圧力は増加するが、肋骨断面積がある程度以上大きくなると、それ以上は圧壊圧力は増加しない。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費をうけて行われた。実験用耐圧タンクの建造、実験模型の製作に当つては新三菱神戸造船所の援助をうけたことを記して謝意を表す。また、本研究の一部は、熊倉 靖、地引祺真、関口 睦、小野俊郎、黒坂 満の諸氏により東大卒業論文 [5, 11] として行われた。

参 考 文 献

- (1) K. von Sanden-K. Günther, Über das Festigkeitsproblem querversteifter Hohlzylinder unter allseitig gleichmäßigem Außendruck. W. R., No. 17, 1921.
- (2) C. Trilling, The Influence of Stiffening Rings on the Strength of Thin Cylindrical Shells under External Pressure. U. S. Exp. Model Basin Report No. 396, Feb. 1935.
- (3) 山本善之, 平面構造物の振動について. 造船協会論文集, 第 76 号, 昭 29/2.
- (4) 重満通弥, 中川万蔵, 潜水艦耐圧船殻の圧壊実験研究の概要, 新三菱技報 Vol 1, No. 1, 昭 34.
- (5) 関口睦, 東大船舶工学科卒業論文, 昭 33/3.
- (6) J. Clarkson, A New Approach to the Design of Flat Plates to Withstand Lateral Pressure, T. I. N. A., Vol. 98, No. 4, Oct. 1956.
- (7) 山本善之, 平板の塑性座屈. 機械学会誌, Vol. 60, No. 467, 昭 32/12.
- (8) Y. Yamamoto, A General Theory of Plastic Buckling of Plate. 造船協会論文集, 第 96 号, 昭 30/2.
- (9) Y. Yamamoto, Instability Phenomena of Elastic-Plastic Bodies. Memoirs of the Unifying Study the Basic Prob. in Eng. Sci. by Means of Geometry, Vol. 1, 1955.
- (10) W. Prager-P. G. Hodge, Jr, Theory of Perfectly Plastic Solid, 1951.
- (11) 熊倉 靖, 地引祺真, 東大船舶工学科卒業論文, 昭 33/3.