荒海面上にある船の横揺速度と同加速度

正 員 真 鍋 大 覚*

On the Irregular Amplitude, Velocity and Acceleration of
Ship's Rolling on Rough Sea Surface.

By Daikaku Manabe, *Member*

Abstract

The method of statistical estimation for irregular amplitude of general oscillation of a ship on waves is introduced by St. Denis and Pierson.

The author applied this idea actually with Neumann's spectrum distribution to ship's rolling velocity and acceleration, considering incompletely arisen sea surface by Sverdrup and Munk's theory.

The analysed results are compared with voyage data of the training ship Hokuto-maru, explain macroscopically the nature of rolling motion.

Number of swings in which one complete resonance amplitude, velocity, and acceleration may be statistically included is :

$$\phi(N) = 1/F, G, H.$$

where F , G , and H are ratio of cumulative amplitude, velocity, and acceleration to those of resonanced value, and ϕ is the maximum value derived from Longuet-Higgins's theory.

According to analytical results,

$$F < G < H$$

so that irregularity decrease for higher derivatives of rolling motion. On rough seas and swells, though perfect resonance amplitudes might occur rarely, but perfect resonance accelerations occur frequently.

1. 緒 言

複雑な海況中に在る船舶の横揺は Neumann の spectrum を用いて解析し得る事が St. Denis & Pierson によつて述べられた。著者は Sverdrup & Munk の海洋波理論を基礎にして海況の不完全発達の場合を調べて具体的な動揺状況を解析すると同時に共振発現の機会を示したが、本報告は振幅の研究から更にその速度及び加速度についてそれらの不規則性と同調可能度を計算して北斗丸の記録と比較したものである。

2. 横揺の振幅・速度・加速度の累積値

横揺の基礎式は

$$\theta + \frac{3}{4} N \dot{\theta}^2 + \omega_s^2 \theta = \gamma_s \Theta \omega_s^2 \sin \omega t$$

である。ここに θ は横揺角, N は減衰係数, $2\pi/\omega_s = T_s$ は横揺週期, $\gamma_s \Theta$ は波面の有効傾斜, $2\pi/\omega = T$ は波週期とする。これから動揺振幅は

$$\begin{aligned} \theta &= \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_s} \frac{2N}{\pi} \theta\right)^2} \\ &= \sqrt{\left[-\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right)^2 + \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right)^4 + 4\left(\frac{\omega}{\omega_s} \frac{2N}{\pi} \gamma_s \Theta\right)^2} \right] / 2 \left(\frac{\omega}{\omega_s} \frac{2N}{\pi}\right)^2} \end{aligned}$$

で示される。

海面に多数の波動が共存している時にはそれらによる動揺を全部合成すればよい。一般に海面の性質として

原稿受付 昭和 34 年 1 月 6 日

* 九州大学航空工学科

第1図 確率曲線 $\exp(-x^n)$ 第2図 振幅減少率 $F(\beta)$ の値 ($n=2$ の時) 第3図 速度減少率 $G(\beta)$ の値 ($n=2$ の時) 第4図 加速度減少率 $H(\beta)$ の値 ($n=2$ の時)

wave steepness 及び wave age はそのまま spectral steepness 及び spectral age に対応するという事実に注意すれば θ の n 乗平均値の n 乗根は

$$\bar{\theta} = F(\beta) \cdot \theta_0$$

ここに θ_0 は共振角で、共振波傾斜角を Θ_s として

$$\theta_0 = \theta|_{\omega=\omega_s} = \sqrt{\frac{\pi}{2N}} \gamma_s \Theta_s$$

また

$$\{F(\beta)\}^n = \int_0^\beta \left\{ \frac{\theta}{\theta_0} \right\}^n d\beta$$

積分の上限はその海面で観測し得る最長波に対する波齢をとり、もし Neumann の完全に発達した海面を対象とする時には無限大にとればよい。

更に速度及び加速度を論ずると

$$\dot{\theta} = \theta \omega, \quad \ddot{\theta} = \theta \omega^2$$

であるから、これらを振幅と同様に取扱つて次の様に表わす事ができる。即ち

$$\bar{\theta}' = G(\beta) \cdot \dot{\theta}_0, \quad \bar{\theta}'' = H(\beta) \cdot \ddot{\theta}_0$$

ここに $\dot{\theta}_0$ 及び $\ddot{\theta}_0$ は共振時の速度及び加速度を示す。

$$\dot{\theta}_0 = \theta_0 \omega_s, \quad \ddot{\theta}_0 = \theta_0 \omega_s^2$$

$$\{G(\beta)\}^n = \int_0^\beta \left\{ \frac{\theta \omega}{\theta_0 \omega_s} \right\}^n d\beta,$$

$$\{H(\beta)\}^n = \int_0^\beta \left\{ \frac{\theta \omega^2}{\theta_0 \omega_s^2} \right\}^n d\beta$$

“波浪”と“うねり”とが混合した荒海面の不規則度は Longuet-Higgins の研究の如く $n \div 2$ であり、累積値の基礎となる岨度も大体に於てこの

様な海面の観測値を基礎としていると判断されるので、著者が n の各値に対して計算した表（西部造船会会報第14号）から $n=2$ の場合に対する $F(\beta)$, $G(\beta)$, $H(\beta)$ の値を附図に掲げる。

一般に T_w をその海面の波の最大週期とする時、 T_w/T_s が1を超すと略定常値に飽和する形をとる。普通の船舶ではかなりの荒天時に於ける海況は $T_w \div T_s$ となつている時が多いので $T_w/T_s=1$ を標準としておく。

3. 共振発現の可能性

N 回の動揺中に共振が 1 回含まれている可能性は次の様にして超越方程式から算出される。

N 回の全振幅の平均値に対するその中の統計的最大値との比率が $\phi(N)$ である時一般に

$$\theta_{\max}/\bar{\theta} = \phi(N)$$

であるから最大動揺角 $\theta_{\max}$ を共振角 θ_0 に一致させると

$$\theta_{\max} = \theta_0$$

$$\therefore \frac{1}{F(\beta)} = \phi(N)$$

である。

振幅だけではなく、共振速度或いは共振加速度の起る可能性は、それらが N' 回或いは N'' 回に 1 回統計的に発現し得ると考える時、最大速度或いは最大加速度を $\dot{\theta}_{\max}$, $\ddot{\theta}_{\max}$ とすれば

$$\dot{\theta}_{\max}/\bar{\theta}' = \phi(N'), \quad \ddot{\theta}_{\max}/\bar{\theta}'' = \phi(N'')$$

の関係に

$$\dot{\theta}_{\max} = \dot{\theta}_0, \quad \ddot{\theta}_{\max} = \ddot{\theta}_0$$

を代入すれば

$$\frac{1}{G(\beta)} = \phi(N'), \quad \frac{1}{H(\beta)} = \phi(N'')$$

を満足すべき N' , N'' を解けばよい事になる。

一般に同一の β に対して $F(\beta)$, $G(\beta)$, $H(\beta)$ の値は一致しないから、振幅・速度・加速度の共振状況を統計的に含むべき動揺回数は同一ではない。計算結果によれば高次の微分係数に至るほど不規則性による共振減少率 $F(\beta)$, $G(\beta)$, $H(\beta)$ の値は 1 に接近し

$$0 < F(\beta) < G(\beta) < H(\beta) < 1$$

という性質が存する。その結果として発現回数 N , N' , N'' に対しては

$$\infty > N > N' > N'' > 1$$

となつて、共振の振幅は起り難くても共振の加速度は割合に経験し易い事が理論上から予想される。

4. 最大値と平均値

不規則変動の各振幅とそれら全体の平均値との比を x として x を超過する確率を $\exp(-x^n)$ とする時、それら N 個中の最大値と平均と値の比 $\phi(N)$ は

$$\phi(N) = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-x^n})^N] dx$$

第 2 表 区分値 $\psi(N)/\psi(1)$ の値

$1/q$	q	1	2	3	4	5
0.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	10	3.3026	2.0310	1.6537	1.4768	1.3743
0.125	8	3.0794	1.9585	1.6137	1.4498	1.3546
0.2	5	2.6094	1.7955	1.5215	1.3868	1.3071
0.25	4	2.3863	1.7119	1.4732	1.3533	1.2817
0.3	3.333	2.2040	1.6405	1.4309	1.3238	1.2591
0.333	3	2.0986	1.5966	1.4051	1.3057	1.2452
0.367	2.718	2.0000	1.5560	1.3800	1.2879	1.2315
0.4	2.5	1.9163	1.5197	1.3578	1.2721	1.2193
0.5	2	1.6931	1.4175	1.3052	1.2303	1.1837
0.6	1.666	1.5108	1.3267	1.2356	1.1836	1.1502
0.666	1.5	1.4055	1.2703	1.1983	1.1550	1.1282
0.7	1.428	1.3567	1.2429	1.1794	1.1421	1.1173
0.75	1.333	1.2877	1.2027	1.1523	1.1213	1.1006
0.8	1.25	1.2231	1.1632	1.1247	1.1002	1.0836
0.9	1.111	1.1054	1.0843	1.0714	1.0556	1.0471
1.0	1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1): $1/e$, 2): e .

第 2 表 最大値 $\phi(N)/\phi(1)$

N	1	2	3	4	5
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	0.1435	0.2361	0.2898	0.3373	0.3796
0.2	0.2882	0.3929	0.4651	0.5233	0.5706
0.3	0.4080	0.5186	0.5955	0.6510	0.6904
0.4	0.5158	0.6147	0.6903	0.7409	0.7731
0.5	0.6137	0.7092	0.7629	0.8091	0.8341
0.6	0.7033	0.7834	0.8301	0.8631	0.8811
0.7	0.7858	0.8480	0.8826	0.9072	0.9194
0.8	0.8622	0.9043	0.9273	0.9441	0.9508
0.9	0.9334	0.9549	0.9660	0.9755	0.9777
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	1.5000	1.2982	1.2063	1.1591	1.1295
3	1.8333	1.4570	1.3123	1.2372	1.1911
4	2.0633	1.5668	1.3813	1.2869	1.2298
5	2.2833	1.6497	1.4316	1.3226	1.2574
6	2.4500	1.7154	1.4708	1.3502	1.2785
7	2.5929	1.7698	1.5027	1.3725	1.2956
8	2.7179	1.8159	1.5295	1.3913	1.3097
9	2.8290	1.8559	1.5524	1.4077	1.3217
10	2.9290	1.8912	1.5725	1.4205	1.3321
20	3.5977	2.1098	1.6942	1.5032	1.3942
30	3.9942	2.2290	1.7585	1.5461	1.4261
40	4.2785	2.3101	1.8015	1.5745	1.4471
50	4.4993	2.3712	1.8357	1.5956	1.4626
60	4.6799	2.4191	1.8588	1.6122	1.4748
70	4.8328	2.4599	1.8795	1.6258	1.4849
80	4.9655	2.4950	1.8976	1.6373	1.4933
90	5.0826	2.5250	1.9129	1.6474	1.5006
100	5.1874	2.5518	1.9265	1.6561	1.5070
200	5.8780	2.7204	2.0111	1.7105	1.5466
300	6.2827	2.8144	2.0572	1.7400	1.5681
400	6.5699	2.8791	2.0890	1.7600	1.5828
500	6.7928	2.9283	2.1132	1.7750	1.5937
600	6.9750	2.9679	2.1326	1.7870	1.6023
700	7.1290	3.0009	2.1486	1.7969	1.6093
800	7.2652	3.0294	2.1622	1.8053	1.6153
900	7.3802	3.0539	2.1740	1.8126	1.6205
1000	7.4850	3.0759	2.1844	1.8191	1.6250

$$\therefore \frac{\phi(N)}{\phi(1)} = 1 - \sum_{s=0}^N (-1)^s \frac{n C_s}{s}$$

ここに n は不規則度の示数であつて各 x の区分平均値をとる事によつて推定する事ができる。全体の $1/q$ 平均といひゆる全体平均値との比は

$$\psi(q) = q \int_{1/\log q}^{\infty} n x^n e^{-x^n} dx$$

$$\frac{\psi(q)}{\psi(1)} = \frac{(\log_e q)^{1/n}}{n \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1/n C_s \cdot s!}{(\log_e q)^s}$$

各 q に対する上記の曲線を描いてそれに観測値を点綴すれば n の値が推定される。附表は上記の諸値を、補間が出来る程度に細かく計算したものである。

5. 最大週期について

海面上を吹く季節風の吹続時間は有限の場合が普通である為無限大の週期の波まで充分に成長する程完全発達の状態には至つていない。船の動揺累積値を論ずる時にはその海面で最も週期が長く且つ明瞭な波を必ず考えなければならなくなる。

波の energy を E , 波速を C , 風の造波力を R_T 及び R_N とすれば海洋波の発達の基礎式は

$$\frac{d(EC)}{Cdt} = R_T \pm R_N$$

ここで風速を u , 重力加速度を g , 大気及び海水の密度を ρ' 及び ρ , 波齢及び相度を β 及び δ , 波面の遮蔽係数及び摩擦係数を s 及び γ^2 とすれば上式は

$$u \left(5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{d\delta}{d\beta} \right) \beta^2 \frac{d\beta}{dt} = 2\gamma^2 \frac{\rho'}{\rho} \left[1 \pm \frac{s}{2\gamma^2} (1-\beta)^2 \right] g$$

この式を相度曲線によつて正確に積分する事は容易でないが、平均常数 G を導入して

$$3\beta^2 \frac{d\beta}{dt} = G \frac{g}{u}$$

の形にすれば直ちに積分されて

$$\beta = \sqrt[3]{G \frac{gt}{u}}$$

次に波高 $H = 2\pi/g \cdot (\beta u)^{2\delta}$

は、平均相度を双曲線

$$\beta\delta = \beta_0\delta_0$$

とおけば

$$\frac{gH}{u^2} = 2\pi\beta_0\delta_0 \sqrt[3]{G \frac{gt}{u}}$$

さて $\gamma^2 = 2.6 \times 10^{-3}$ (Rossby), $s = 0.049$ (Stanton) ~ 0.27 (Jeffreys) であるが Sverdrup & Munk は観測値の方から特に後者に対しては 0.013 を

第5図 吹続曲線

第6図 相度曲線

採用している。その duration graph の資料から $g/u=10^5$ の時 $C/u=1.025$ 及び $gH/u^2=0.25$ を通過し得る様に上記の近似式を選べば

$$G=1.953 \times 10^{-5}, \quad \beta_0 \delta_0 = 1/10\pi$$

これは Sverdrup & Munk の選んだ係数及び $\rho=1.25 \times 10^{-3} \text{ grm/cm}^3$, $\rho=1.025 \text{ grm/cm}^3$ に対して $[1 \pm 5/2(1-\beta)^2] \div [5 + 2\beta \cdot \delta \cdot d\delta/d\beta] = 1.026$, また岨度は $\beta=0.32$, $\delta=0.10$; $\beta=1.4$, $\delta=0.023$ とおいた事に等しく、観測値の上からまず無難なところと思われる。

従つて卓越波の週期は $T=2\pi/g \cdot \beta u$ 即ち

$$T(\text{sec}) = 0.566 \sqrt{[u(\text{m/sec})]^2 \cdot t(\text{hour})}$$

6. 北斗丸の記録

造船研究協会第 17 部会報告書第 3 篇に集録してある練習船北斗丸の航海成績から $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ の有義値を計算して解析値と比較すれば附図の様になる。

本船が完全な横波を受けた時はほとんど無かつたので斜波の場合を海面の波向及び針路を基礎と

第 7 図 季節風の吹続による波週期の発達

して計測値全体につきすべて真横から波を受けた場合に換算し直してある。この原理は述べるのは極めて簡単であるが実際に実行して見ると極めて困難で、海況の観察記録や野帳の他に天気図を基礎として海況の解析を行い、さらに spectrum 分析の結果や縦揺、船首揺、波高計の資料を一つ一つ細心の注意を以て入念に吟味し、総合的に考察し、基礎計算から結果をまとめ上げるまで 2 年半の時日を要した。

共振発現の度を示す附図は $T_w/T_s=1$ だけを基準曲線として挿入した。一般に $F(\beta)$ から $H(\beta)$ に至るほど T_w/T_s が ∞ と 1 とで開きが僅少になる傾向を有し、その結果として振幅の場合には観測値の分布域が広がるけれども、加速度では非常に狭くなる。

共振の振幅よりその速度、更に加速度の方が発現し易いのは $F(\beta) < G(\beta) < H(\beta)$ という解析結果が証明しているがこれ

Exp. 46.

Exp. 44.

第 8 図 横揺の振幅・速度・加速度の記録 (北斗丸)

第 7 図 季節風の吹続による波週期の発達

第 9 図 横揺の振幅・速度・加速度の区分値 (北斗丸)

を現象として記録の上から考察すると、振幅に現れる高い値は孤立して居りこれに次ぐべき値が見当らぬ程特に傑出卓越しているけれども、速度となり加速度となるとこの最高値の前後に略々匹敵する大きさの値が多く随伴して来る傾向に在る。又一方振幅では非常に小さい値、即ち振幅零の平均位置で反曲点を形成する場合は非常に多いのであるが、速度から加速度に移るにつれてこれが現れる機会が稀になつて来る場合が多い。

したがって全体的に見て振幅の方は非常に起伏の多いものが、速度・加速等では何となく一様にまとまつて来る印象を与える様になる。示数 n の値は高次微係数ほど増加し附図の例では2から3へ一階級上つてゐる。

第10図 横揺の振幅・速度・加速度の減少度（北斗丸）

第11図 横揺の振幅・速度・加速度の発現度（北斗丸）

7. 結 言

横揺の振幅及びその速度・加速度に就て統計理論を基礎として解析し北斗丸の航海記録と対照した。その結果は大体に於てよく動揺の性質傾向を説明していると思われる。

共振の振幅よりもその速度・加速度の方が発現度が高くなる。従つて完全な共振が起り難い荒海面でも共振速度、さらに共振加速度は頻繁に現れている事になる。

理論曲線は割合によく計測結果をまとめているとはいつてもそれが統計である以上両者を完全に一致させる事は不可能でありかなりの分散を許容せねばならぬ。一方あらゆる場合を完全に包含する様に完璧な基礎計算を行う事は尨大な時日と努力とを要する。

この研究に対し、統計理論及びその応用については東大元良助教授に終始御高見を頂き、また最大週期の評価に就ては渡辺教授の御教示によるものである。併せて加速度の問題につき御意見を寄せられた井上教授・川島技師・富技師には厚く謝意を表わすものである。

(昭和 33 年 12 月 24 日)