(昭和 34 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

定常造波抵抗理論について (続報)

正員 別 所 正 利*

On the Theory of the Wave Resistance

(2nd. report)

By Masatoshi Bessho, Member

Abstract

Following the theory of the first report, the author tries to obtain the second approximation of the velocity potential of an infinite draft ship with parabolic waterline. The theory encounters mathematical difficulties from which seems to result the unfavourable conclusion except the diminuation of the wave profile and the wave resistance curve.

These difficulties will be play an unimportant role in lower speed so that we may introduce an approximate relation of the wave resistance in such speed. He tries to compare thus obtained formula with the correction formula which is used by many authors, and finds out that those factors will be related closely to the wave height at bow and stern.

緒 論

前報¹⁾において著者は水上船の速度ポテンシャルは水面と船体との交線に線型理論から必然的に生ずる一種の特異性を有することを指摘し、それを適当に処理することによって、船体表面条件を積分方程式に帰着させ、特に極く低速における抵抗公式を半没球に対する解から類推によって導いた。今回は巾の狭い船を採り上げて船体表面条件を B/L (B 船巾, L 船長) の 2 乗の項まで満足するようなポテンシャルを求めてその一般的傾向を調べることにした。この際波高もまた B/L に比例するから水面条件の線型化から生ずる誤差は $(B/L)^2$ に比例し、したがってその意味からは正にこの試みは無益であるということになるが一般に有限波高の影響は高速を除いては大きいものでないと考えられているので今の所は考えないことにする。

1. 速度ポテンシャルについて

前報 (1.3) 式によつて速度ポテンシャルは (附録 1)

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U \frac{\partial}{\partial \nu} - \frac{\partial}{\partial \nu} U \right\} S(P, Q) ds_Q + \frac{1}{4\pi} \iint_F \left\{ \frac{\partial}{\partial z} U - U \frac{\partial}{\partial z} \right\} S(P, Q) ds_Q \quad (1.1)$$

ただし S は船体表面, F は水面とする。

今, 第 1 近似としてミッCHEル流のポテンシャルは

$$U_0(P) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{S'} \frac{\partial \eta}{\partial x} S(P, Q) dx dz \quad (1.2)$$

ただし S' は S の投影面すなわち船体縦中心面, η は船体半巾とする。

(1.2) 式をグリーンの公式によつて S 上の積分に変形すれば

$$U_0(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U_0 \frac{\partial}{\partial \nu} - \frac{\partial}{\partial \nu} U_0 \right\} S(P, Q) ds_Q + \frac{1}{4\pi} \iint_{F'} \left\{ U_0 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial U_0}{\partial z} \right\} S(P, Q) ds_Q \quad (1.3)$$

ただし F' は船の水線面とする。この右辺第 2 項を $(F+F')$ 上で積分すれば零になると考えられるから, 結局これは F 上で積分したものと符号だけ異なることになる。

さて (1.1) から (1.3) を辺々相引いて

原稿受付 昭和 34 年 7 月 10 日

* 防 衛 大 学

$$U - U_0 = U_1 \quad (1.4)$$

を補正項と考えよう。(1.1) 式右辺の各項について B/L の自乗の項まで採ることにすれば

$$\partial U / \partial v = -\partial x / \partial v \quad (1.5)$$

だから結局

$$U_1(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{\partial U_0}{\partial v} + \frac{\partial x}{\partial v} \right\} S(P, Q) ds_Q \quad (1.6)$$

なる項のみ残ってくる。さて

$$\frac{\partial U_0}{\partial v} = \frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial U_0}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial U_0}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial v} \quad (1.7)$$

であるから、いま垂直舷側無限喫水としさらに S 上の値を S' 上の値で表わすことにすると (B/L) の自乗の項迄採つて

$$\frac{\partial U_0}{\partial v} \Big|_S = \left[\frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial v} \frac{\partial U_0}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} \right]_{S'} \quad (1.8)$$

しかるに (1.2) 式から

$$\frac{\partial U_0}{\partial y} \Big|_{y=+0} = \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (1.9)$$

であるから、これを (1.6) に入れてやると

$$U_1(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S'} \left\{ \eta \frac{\partial^2}{\partial y^2} U_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial x} \right\} S(P, Q) dx dz \quad (1.10)$$

が得られる。ただし

$$\frac{\partial x}{\partial v} ds = -\frac{\partial \eta}{\partial x} dx dz, \quad \frac{\partial y}{\partial v} ds = dx dz \quad (1.11)$$

直観的にはこの式は船体表面条件を中心面における $-1/2\pi \cdot \partial \eta / \partial x$ の吹出し分布で表現するときの誤差が丁度 (1.6) 式の積分の吹出しに等しいからこの分だけ新たに付加えるということに他ならない。ただこの場合 S は開領域であるために、このときに S から出る流束の合計が零にならないで次の量だけ残るのは注目すべきである。すなわち (1.10) 右辺第1項を部分積分して吹出しの項のみ取り出して合計すると

$$-\frac{1}{2\pi} \iint \eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} dx dz = -\frac{1}{2\pi} \int \eta \left[\frac{\partial U_0}{\partial z} \right]_{z=0} dx = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\partial \eta}{\partial x} \xi dx \quad (1.12)$$

ここで ξ は表面変位である。

2. 舷側波形について

無限喫水、垂直舷側で水線が2次の放物線で表わされる船を与えよう。水線半巾は

$$\eta(x) = \frac{2B}{L^2} x(L-2x), \quad 0 < x < L, \quad (2.1)$$

さて水面変位は

$$\xi(x, y) = -\frac{1}{\kappa_0} \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.2)$$

先ず第1近似を ξ_0 とすれば (1.2) から

$$\xi_0 = -\frac{1}{\kappa_0} \frac{\partial U_0}{\partial x} = \frac{1}{2\pi\kappa_0} \iint_{S'} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x_P} S(P, Q) \Big|_{z_P=0} dx dz \quad (2.3)$$

無次元化して

$$\frac{\kappa_0 L}{4B} \xi_0 = Z_0(\xi) = -\frac{1}{\pi} \iint_0^\lambda \left(1 - \frac{2\xi'}{\lambda} \right) O_{-1}^{(1)}(\xi - \xi') d\xi' \quad (2.4)$$

ただし $\xi = \kappa_0 x$, $\lambda = \kappa_0 L$, (附録2)

つぎに (1.10) から第2近似として

$$\xi_1(P) = -\frac{1}{\kappa_0} \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \iint \left\{ \eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial x} \right\} \frac{\partial}{\partial x_P} S(P, Q) \Big|_{z_P=0} dx dz \quad (2.5)$$

この積分の計算はいまの所数値的に行なうより方法がないがここではさらに近似的に水面の近くで被積分函数

の被乗数は z 方向に略々一定と見なして z について積分すれば (2.4) と同型式になる。(附録 2)

$$\frac{L^2}{4B^2} \kappa_0 \xi_1 = Z_1(\xi) = \frac{4}{\pi} \int_0^\lambda \left[\left(1 - \frac{2\xi'}{\lambda}\right) Z_0(\xi') + \xi' \left(1 - \frac{\xi'}{\lambda}\right) \left(\frac{\partial}{\partial \xi'} + \frac{\partial^3}{\partial \xi'^3} \right) Z_0(\xi') \right] O_{-1}^{(1)}(\xi - \xi') d\xi' \quad (2.6)$$

これ等を加え合せて

$$\xi = \frac{4B}{\kappa_0 L} \left[Z_0 + \left(\frac{B}{L} \right) Z_1 \right] \quad (2.7)$$

(2.6) の被積分函数の被乗数の中後者は船首尾で無限大となるが定義から推してこれは不合理だと思われるので船首尾で 0 としさらにそこから $1/\kappa_0$ の距離だけ中に這入つたところでその式の値をとるように適当に結ぶことにし、シンプソン法則によつて積分した。

$\lambda = 10$ (フルード数 0.316) について計算した結果は第 2 図のごとくである。これによれば一般的に振幅が小さな点を除いては実験的事実^{5,10,15}) にあまり一致しない。このことは次節においてと同様に、数学的難点から来るものと思われる。

ここではさらに、この状態における吹出し分布を計算して第 1 図に示した。点線で示したのは無限流体中の同じ形の物体に対する同じ近似法による第 2 近似値であつて、あまり精度はよくないけれども良く知られている事実と定性的には一致している^{3,4,9})。これに比して水表面がある今の場合は船体後半部においては略々一致するが前半部ではかなり異なつて来る。このことは物理的な観点からも首背し得るであろうし、また理論的にも予想し得ることである。すなわち船首部では局所的なフルード数が高いので水面は重力の無い自由表面に近くなるが、船

尾部ではそれが低くなるので水面はむしろ固体壁に似て来るということになる。

第 1 図

第 2 図

3. 造波抵抗について

ポテンシャルについて前報第 1 節で指摘したのと全く同様に水上船の抵抗公式についてもまた難点を指摘することができる。(附録 3)。しかしながら今のところは U_0 も U_1 もともに船体縦中心面上の吹出し分布に還元できたのであるから従来公式を使つてもなん等差支えないであろう。すなわち¹³⁾

$$R = 16 \pi \rho \kappa_0^2 \int_0^{\pi/2} |\mathfrak{M}(\kappa_0 \sec^2 \theta, \theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (3.1)$$

$$\mathfrak{M}(\kappa_0 \sec^2 \theta, \theta) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U \frac{\partial}{\partial \nu} - \frac{\partial}{\partial \nu} U \right\} e^{i\kappa_0 z \sec^2 \theta - i\kappa_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)} dS \quad (3.2)$$

先ず

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1 \quad (3.3)$$

と置いて U_0 に対して

$$\mathfrak{M}_0(\kappa, \theta) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{S'} \frac{\partial \eta}{\partial x} e^{i\kappa z - i\kappa x \cos \theta} dx dz \quad (3.4)$$

U_1 に対して

$$\mathfrak{M}_1(\kappa, \theta) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S'} \left\{ \eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial x} \right\} e^{\kappa z - i\kappa x \cos \theta} dx dz \quad (3.5)$$

(3.5) 式右辺被積分函数の被乗数は前節と同様 z 方向に一定と考えて積分すれば

$$\mathfrak{M}_0(\kappa_0 \sec^2 \theta, \theta) = -\frac{1}{2\pi\kappa_0} \int_0^L \frac{\partial \eta}{\partial x} e^{-i\kappa_0 x \sec^2 \theta} dx \quad (3.6)$$

$$\mathfrak{M}_1(\kappa_0 \sec^2 \theta, \theta) = \frac{1}{2\pi\kappa_0} \int_0^L \left\{ \eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial x} \right\}_{z=0} e^{-i\kappa_0 x \sec^2 \theta} dx \quad (3.7)$$

これ等を (3.1) に代入して計算する際、われわれはポテンシャルで (B/L) の自乗の項まで採つて、それ以上は省略したからここでは B/L の3乗の項までとるべきである。今、 U_0 に対する抵抗すなわち第1近似を R_0 、それに対する修正量を R_1 とすると (3.1) から

$$R = R_0 + R_1 = -\frac{\rho}{2} B^2 \left(C_0 + \frac{B}{L} C_1 \right) \quad (3.8)$$

$$C_0 = -\frac{R_0}{\frac{\rho}{2} B^2} = -\frac{32\pi\kappa_0^2}{B^2} \int_0^{\pi/2} |\mathfrak{M}_0|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (3.9)$$

$$C_1 = \frac{R_1}{\frac{\rho}{2} B^2} = \frac{32\pi\kappa_0^2 L}{B^3} \int_0^{\pi/2} \{ \mathfrak{M}_0 \overline{\mathfrak{M}_1} + \mathfrak{M}_0 \overline{\mathfrak{M}_1} \} \sec^3 \theta d\theta \quad (3.10)$$

となる。ただし速度は単位と考える。実際に積分すれば

$$C_0 = \frac{64}{\pi\lambda^2} \left[P_3(0) + P_3(\lambda) - \frac{4}{\lambda} P_4(\lambda) - \frac{4}{\lambda^2} \{ P_5(0) - P_5(\lambda) \} \right] \quad (3.11)$$

$$C_1 = \frac{256}{\pi\lambda^2} \int_0^\lambda \left\{ \left(1 - \frac{2\xi}{\lambda} \right) Z_0 + \xi \left(1 - \frac{\xi}{\lambda} \right) \left(\frac{\partial Z_0}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 Z_0}{\partial \xi^3} \right) \right\} \left[P_2(\xi) - P_2(\lambda - \xi) - \frac{2}{\lambda} \{ P_3(\xi) - P_3(\lambda - \xi) \} \right] d\xi \quad (3.12)$$

(3.12) については前節と同じ近似的方法をとつて積分すれば第3図を得る。これも前節と同じく従来の実験の事実と比してあまり良い結果ではない。すなわち最後のハム

第3図

ブでは実験値は第1近似値よりも高くなっている^{16,17)}が、これは低くなっている。また位相は一般に実験では高速側にずれるがこれはむしろ逆になっている。この2点に関しては前節と同様(3.7)式中 $\eta(\partial^2 U_0 / \partial y^2)$ についての仮定が大きい役割を担っていることが計算上判っている。この項の計算についてはもつと検討し直すか若しくは直接定義式(1.6)から舷側に沿つて計算すれば期待通りの結果が得られるように思われる。また得られた値が大きすぎる事は明らかに吹出しを Z 方向に、一様と見なした結果が大きい原因をなしているであろう。このような将来において略々除き得ると考えられる難点を除けば低速で抵抗値が減るという点で少くとも定性的に今後とも充分考慮の余地があるように思われる。

4. 造波抵抗理論の修正係数について

そこで (2.2) を使つて (3.6), (3.7) を部分積分して第1項のみとつて低速における関係を調べてみよう。その際、(3.7) の右辺で $\eta(\partial^2 U_0 / \partial y^2)$ は肩の辺で最大値を採ることがうかがわれるので前同様船首尾で零になるものと考えれば今は影響がなく、結局

$$\mathfrak{M}(\kappa_0 \sec^2 \theta, \theta) = -\frac{\cos^3 \theta}{2\pi i \kappa_0^2} \left[A \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_F e^{-i\lambda \kappa_0 \sec^2 \theta} + B \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_A \right] \quad (4.1)$$

ただし $|\partial \eta / \partial x|_F$, $|\partial \eta / \partial x|_A$ はそれぞれ船首尾の入射角の正切の絶対値とする。これを (3.1) に入れて計算すると

$$R = \frac{4\rho}{\pi} \left[\left\{ A^2 \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_F^2 + B^2 \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_A^2 \right\} P_3(0) + 2AB \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_F \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_A P_3(\lambda) \right] \quad (4.2)$$

ただし

$$A=1-\kappa_0\zeta|_{F.P.}, \quad B=1-\kappa_0\zeta|_{A.P.} \quad (4.3)$$

これは喫水が無限の場合であるが喫水が有限の場合も略々同様の関係が成立つ。(1.7)式から見えるように船底の造波抵抗への寄与はこの段階では省略する訳にはゆかないけれども、低速ではそれは僅かなものと考えられる。

(4.3) はまた

$$A=1+\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{F.P.}, \quad B=1+\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{A.P.} \quad (4.4)$$

と書くこともできる。実験的事実と第2節の考察から、低速では略々 $\partial U/\partial x|_{F.P.} = -1$ 、すなわち水は船首で略々せき止められてしまうのに反し、船尾ではそのようなことはなく略々無限流中のポテンシャル流れに等しいので B は略1に近い。すなわち

$$A=0, \quad B=1 \quad (4.5)$$

これは前報第5節において導いた関係に一致する。

さてこれ等の A, B 係数と従来の α, β 係数との (4.2) 式における関係は全く等価であるがその起因については従来首肯し得る理論的根拠がなかった。ただ乾教授の指摘する係数 γ^6 は (4.4) 式と全く同じ発想に基づくものであることは注目すべきである。しかも同論文に依れば α', β' は γ と略々同じ傾向を有すること、また低速では β' は α' より大きくなることから考えて以上の考察の定性的な妥当性は保証されるように思われる。また抵抗曲線の位相変化については (4.2), (4.3) 式から B の中にその要素が含まれることになる。これ等の関係を、第1近似の波高を使って計算すると第4図が得られる。

第4図

結 論

著者は前報に引き続いて巾の狭い無限喫水の船を採り上げて船体表面条件を B/L の自乗の項まで満たすような速度ポテンシャルを導いて検討し次のような結果を得た。

1. 第1近似の吹出し分布は特に船首部分において著るしく第2近似と異なるが、船尾部においてはあまり変らない。
2. 舷側波形および抵抗の計算は計算上の制約と数学的難点のために思わしい結果が得られなかったが、ともに振幅および絶対値が下がる点において注目すべきである。
3. 計算上の難点があり影響しないと考えられる低速において造波抵抗の漸近値を求めると定性的に実験に近い値が得られ、かつ従来の修正係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 等に一応の意味づけができる。そして、そのような解釈を極く低速まで拡張すれば、前報で導いた抵抗公式に一致する。

最後にこの報告の趣意に関しては前報で親しく御討論を頂いた丸尾助教授の示唆に負うところが大きいことを記して謝意を表したい。

附録 1.

$$S(P, Q) = \frac{1}{r(P, Q)} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\kappa + \kappa_0 \sec^2 \theta + \mu i \sec \theta}{\kappa - \kappa_0 \sec^2 \theta + \mu i \sec \theta} e^{i\kappa(z+z') + i\kappa\{(x-x')\cos\theta + (y-y')\sin\theta\}} d\kappa d\theta, \quad (A.1)$$

ただし $P \equiv (x, y, z), \quad Q \equiv (x', y', z'), \quad r(P, Q) = \overline{PQ}$

あるいは

$$S(P, Q)|_{y=y'=0} = \frac{1}{r(P, Q)} + \frac{1}{r(P, \bar{Q})} - 4 \frac{\partial}{\partial z'} O_0^{(1)}(\kappa_0 x - x', -\kappa_0 z + z') \quad (A.2)$$

Q は Q の水面に関する鏡像点とする。また $O_0^{(1)}$ は文献1で定義した函数で文献に12の定義による Q_0 の一種の拡張である。特に $z=0$ の場合は次の関係を有する。

$$\left. \begin{aligned} 2 O_{-1}^{(1)}(x) &= Q_{-1}(x) = \frac{\partial}{\partial x} Q_0(x), \\ 2 O_0^{(1)}(x) &= Q_0(x) - \log 2 \gamma x, \end{aligned} \right\} x > 0 \quad (A.3)$$

$$2 O_1^{(1)}(x) = Q_1(x) - 1 + x - x \log 2 \gamma x,$$

ただし $\log \gamma = C = .5772$ また Q_{-n} は今後 Q_0 の n 回微分を表わすものとする。 x の大きい所では O_n は漸近展開を有し

$$\left. \begin{aligned} O_{-1}^{(1)}(x) &\doteq \frac{1}{2x} - \frac{1}{2x^3} + \cdots \\ O_0^{(1)}(x) &\doteq \frac{1}{4x^2} - \frac{9}{8x^4} + \cdots \\ O_1^{(1)}(x) &\doteq -\frac{1}{4x} + \frac{3}{8x^3} - \cdots \end{aligned} \right\} \quad (A.4)$$

また以上はすべて x の正值に関する関係であつて、負値に関しては次の関係を有する。

$$O_n^{(1)}(x) = (-)^n O_n^{(1)}(-x) + 2 P_n(x) \quad (A.5)$$

ここに P_n は文献 11 の定義にしたがう。

附録 2.

文献 12, 5 によつて Z_0 は与えられるが、あらためて特に $\lambda > \xi > 0$ すなわち船体表面で書けば

$$\begin{aligned} Z_0(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2}{\lambda} Q_1(\xi) - Q_0(\xi) + \frac{2}{\lambda} Q_1(\lambda - \xi) - Q_0(\lambda - \xi) \right] \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \left[P_0(\lambda - \xi) - \frac{2}{\lambda} P_1(\lambda - \xi) + \frac{2}{\lambda} P_1(0) \right] \end{aligned} \quad (A.6)$$

これから水面条件を使つて

$$\left[\eta \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U_0}{\partial x} \right]_{z=0} = \frac{8B^2}{L^2} \left\{ \left(1 - \frac{2\xi}{\lambda} \right) Z_0(\xi) + \xi \left(1 - \frac{\xi}{\lambda} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} \right) Z_0(\xi) \right\} \quad (A.7)$$

を計算することができる。この右边第 1 項は (A.6) から直ちにでてくるから第 2 項についてのみ書けば、漸化式(7)を使つて

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} \right) Z_0(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{Q_{-2}'(\lambda - \xi)}{\lambda - \xi} - \frac{Q_{-2}'(\xi)}{\xi} + \frac{2Q_1'(\lambda - \xi)}{\lambda(\lambda - \xi)} - \frac{2}{\lambda} \frac{Q_1'(\xi)}{\xi} \right] \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \left[\frac{P_{-2}(\lambda - \xi)}{\lambda - \xi} + \frac{2}{\lambda(\lambda - \xi)} P_1(\lambda - \xi) \right] \end{aligned} \quad (A.8)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} Q_1'(x) &= 1 + Q_1(x) = x \{ Q_0(x) + Q_{-2}(x) - 1 \} \\ Q_{-2}'(x) &= 1 - Q_{-2}(x) = x \{ Q_{-1}(x) + Q_{-3}(x) \} = \frac{\pi}{2} \{ H_1(x) - Y_1(x) \} \\ P_{-2}(x) &= -x \{ P_{-1}(x) + P_{-3}(x) \} = \frac{\pi}{2} Y_1(x) \\ P_1(x) &= x \{ P_0(x) + P_{-2}(x) \} \end{aligned} \right\} \quad (A.9)$$

計算には文献 5, 7 および Watson の数表を使用した。

附録 3.

造波抵抗は一樣速度を 1, 速度を q , 密度を ρ として静的浮力を除いて

$$\begin{aligned} R &= -\frac{\rho}{2} \iint_S q^2 \frac{\partial x}{\partial v} ds \\ q^2 &= (1 + U_x)^2 + U_y^2 + U_z^2 \end{aligned} \quad (A.10)$$

ただし U の添字は微分を表わすものとする。

グリーンの公式を適用して物体表面条件を入れれば

$$R = \rho \iint_F U_x U_z dx dy - \frac{\rho}{2} \iint_G \{ U_x^2 + U_y^2 + U_z^2 \} dy dz$$

G は物体無限後方の検査面とする。さらに F 上の水面条件を右边第 1 項に入れて x について部分積分すれば

$$R = \frac{\rho}{2\kappa_0} \int_G U_x^2 dy + \frac{\rho}{2\kappa_0} \int_L U_x^2 dy - \frac{\rho}{2} \iint_G (U_x^2 - U_y^2 + U_z^2) dy dz \quad (A.11)$$

C は F と S との, L は F と G との交線とする。

この右辺第2項、第3項を合せたものは明らかに後流中に運ばれる運動量であつて従来公式に一致すべきものである^{13,14)}。第1項はその意味で明らかに不要な項であつて、線型化から生ずる不合理と考えられる。

今、 S は平均水面下の浸水面と考えているから、ここから出て行く流束の合計は零になる筈である。ところが流束の合計を零にするためには (1・12) で与えられるだけの吹出しあるいは吸込みを圧力面としての水面若しくは前報1節で指摘したように喫水線上に分布させなければならない。その抵抗がすなわちこの第1項になるものと考えられる。

参 考 文 献

1. 著 者 ; 造船協会論文集 94 号 (昭和 29 年)
2. " ; " 105 " (" 34 ")
3. 乾 崇夫 ; " 85 " (" 27 ")
4. " ; " 93 " (" 28 ")
5. " ; " 100 " (" 32 ")
6. " ; " 102 " (" 33 ")
7. 神中竜雄 ; " 84 " (" 27 ")
8. " ; 西部造船会々報 11 号 (" 31 ")
9. J. Okabe, & T. Jinnaka ; Reps. of Research Inst. of Fluid Engin. vol. 7 (1950)
10. 重川 涉 ; 船舶試験所報告 5 卷 (昭和 17 年)
11. T. H. Havelock ; Proc. of Roy. Soc. A. vol. 103 (1923)
12. " " ; " " " 135 (1932)
13. " " ; " " " 138 (1932)
14. " " ; " " " 144 (1934)
15. W. C. S. Wigley ; " " " (")
16. " " ; Trans. of Inst. Nav. Archi. vol. 68 (1926)
17. G. Weinblum ; Jahrbuch d. Schiffb. Tech. Gesells. Bd. 33 (1932)