(昭和 34 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

縦横に補強された板の強度 (第 4 報)

—— 連続板の理論的解法と実験結果 ——

正員 安 藤 文 隆*

On the Strength of the Orthogonally Stiffened Plate (4th Report)

By Noritaka Ando, *Member*

Abstract

In this fourth report, the results of experiment of orthogonally stiffened continuous panel under distributed and concentrated loads are given. Comparing them with the value derived from the orthotropic continuous plate theory, it is shown that the orthogonally stiffened plate in such case can be also expressed by the orthotropic plate theory as concluded in the preceding reports.

緒 言

本報告は前 3 報^{1), 2), 3)} に引つづき 2 対辺が単純支持の連続板について、直交異方性板理論による解を求め、同時に分布荷重および集中荷重の実験を行なつて理論と比較した結果である。連続板の解は実際の船体構造にそのまま各所に利用できるが、さらに立体構造にも応用が可能である。また中央のパネルのみに着目すれば、各パネルの荷重比を適当に選ぶことにより 2 対辺固定の値が得られる。この意味から連続板の研究は非常に応用の広い重要なものであると思われる。

連 続 板 の 解 法

第 1 図のような 3 つの連続板について考える。以下簡単のため各パネルの直交異方性板としての常数 (スパン, D_1, D_2 等) は等しいとする。3 つ以上の連続板および各パネルで常数の異なるものでも全く同様に計算することが出来る。

さて、中央のパネルを①パネル、両側のパネルを②パネルとして第 1 図のように座標、および記号を定める。($x=0$, a の 2 対辺, および連続板の端辺は単純支持とする。)

①, ②パネルの撓みを w_1, w_2 とし、

$${}_1w = {}_1w_1 + {}_1w_2 \quad (1)$$

$${}_2w = {}_2w_1 + {}_2w_2 \quad (2)$$

${}_1w_1$ ①パネル内の分布荷重による撓み

${}_1w_2$ $y_1 = \pm b/2$ の辺にかかるモーメント M による撓み etc. とすると

第 1 報 (1.40), (3.2), (3.4) より、

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_1w_1 = \sum_m ({}_1a_m + {}_1A_{m1}C + {}_1B_{m1}S) \sin \frac{m\pi x}{a} \\ {}_1w_2 = \sum_m ({}_1A_{m2}C + {}_1B_{m2}S) \sin \frac{m\pi x}{a} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$(4)$$

原稿受付 昭和 34 年 7 月 10 日

* 運輸技術研究所 船舶構造部

第 1 図

$$\begin{cases} {}_2w_1 = \sum_m ({}_2a_m + {}_2A_m C + {}_2B_m S) \sin \frac{m\pi x}{a} \\ {}_2w_2 = \sum_m ({}_2A_m C + {}_2B_m S + {}_2C_m \bar{C} + {}_2D_m \bar{S}) \sin \frac{m\pi x}{a} \end{cases} \quad (5)$$

$$(6)$$

ここで

$$\begin{cases} {}_1A_{m1} = -{}_1a_m \frac{2tuC_0 + (t^2 - u^2)S_0}{2tu(C_0^2 + S_0^2)} \\ {}_1B_{m1} = {}_1a_m \frac{(t^2 - u^2)C_0 - 2tuS_0}{2tu(C_0^2 + S_0^2)} \\ {}_1A_{m2} = -E_0 S_0 \\ {}_1B_{m2} = E_0 C_0 \\ {}_2A_{m1} = \lambda_m {}_1A_{m1} \\ {}_2B_{m1} = \lambda_m {}_1B_{m1} \end{cases} \quad \begin{cases} {}_2A_{m2} = -\frac{E_0}{2} S_0 \\ {}_2B_{m2} = -\frac{E_0}{2} C_0 \\ {}_2C_{m2} = -\frac{\nu_m E_0}{2} \bar{S}_0 \\ {}_2D_{m2} = \frac{\nu_m E_0}{2} \bar{C}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{ただし} \\ M = \sum_m E_m \sin \frac{m\pi x}{a} \text{ で} \\ E_0 = \frac{a^2 E_m}{2tuD_3\pi^2 m^2 (C_0^2 + S_0^2)} \\ \nu_m = \frac{C_0^2 + S_0^2}{\bar{C}_0^2 + \bar{S}_0^2} \\ \lambda_m = \frac{{}_2a_m}{{}_1a_m} \end{cases}$$

C , S 等の記号も前報までのものと同じである。

境界条件としては $y_1 = b/2$ の辺で①パネルと②パネルの傾斜が連続だから

$$\left(\frac{\partial_1 w}{\partial y_1} \right)_{y_1=b/2} = \left(\frac{\partial_2 w}{\partial y_2} \right)_{y_2=-b/2} \quad (7)$$

(1)~(6)を(7)に入れて E_0 を求めると

$$E_0 = {}_1a_m (1 + \lambda_m) \left(\frac{t^2 + u^2}{tu} \right) \frac{-t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t}{(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u) \{ 3(t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t) + \nu_m (-t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t) \}} \quad (8)$$

そこで

$$\begin{cases} {}_1w = \sum_m ({}_1a_m + {}_1A_m C + {}_1B_m S) \sin \frac{m\pi x}{a} \\ {}_2w = \sum_m ({}_2a_m + {}_2A_m C + {}_2B_m S + {}_2C_m \bar{C} + {}_2D_m \bar{S}) \sin \frac{m\pi x}{a} \end{cases} \quad (9)$$

$$(10)$$

とすると

$$\begin{cases} {}_1A_m = {}_1A_{m1} + {}_1A_{m2} \\ = -{}_1a_m \frac{2tuC_0 + \mu_m S_0}{2tu(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u)} \\ {}_1B_m = {}_1a_m \frac{-2tuS_0 + \mu_m C_0}{2tu(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u)} \end{cases} \quad (11)$$

$$(12)$$

ここで

$$\mu_m = \frac{u \{ (5 + \nu_m + 2\lambda_m)t^2 + (-1 - \nu_m + 2\lambda_m)u^2 \} \sinh 2\alpha_m t - t \{ (-1 + \nu_m + 2\lambda_m)t^2 + (5 - \nu_m + 2\lambda_m)u^2 \} \sin 2\alpha_m t}{3(t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t) + \nu_m (-t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t)} \quad (13)$$

つぎに $y_1 = b/2$ で①パネルが固定になるためには

$$\left(\frac{\partial_1 w}{\partial y_1} \right)_{y_1=b/2} = 0 \quad (14)$$

この条件式を満足するときの E_0 を E_0^* とすると

$$E_0^* = {}_1a_m \left(\frac{t^2 + u^2}{2tu} \right) \frac{-t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t}{(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u) (t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t)} \quad (15)$$

(8), (15) よりこのときの λ_m を λ_m^* とすると

$$\lambda_m^* = \frac{(1 + \nu_m) + (1 - \nu_m) \frac{t \sin 2\alpha_m u}{u \sinh 2\alpha_m t}}{2 \left(1 + \frac{t \sin 2\alpha_m u}{u \sinh 2\alpha_m t} \right)} \quad (16)$$

(16) を (11)~(13) に入れると

$${}_1A_{m1} = -2{}_1a_m \frac{t\bar{C}_0 + u\bar{S}_0}{t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t} \quad \text{etc.}$$

となり、第1報¹⁾の2対辺単純支持、2対辺固定の解の(2・10)式と一致する。

また $\lambda_m = -1$ ならば

$${}_1A_{m1} = -{}_1a_m \frac{2tuC_0 + (t^2 - u^2)S_0}{2tu(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u)} \quad \text{etc.}$$

となり、同じく周辺単純支持の解(1・40)式と一致する。

集中荷重の場合も全く同様に計算出来る。(16)式はそのまま使用できる。)

各パネルに等分布荷重 (p_1, p_2) または集中荷重 (P_1, P_2) がかかっているとき、2対辺固定になるための荷重比は

$$\frac{p_2}{p_1} \text{ または } \frac{P_2}{P_1} = \frac{\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\lambda_m^* \sin m\pi x/a}{m}}{\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin m\pi x/a}{m}} = \frac{\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\lambda_m^*}{m}}{\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{1}{m}} \quad (17)$$

荷重比を 0, 0.25, 0.5, 0.77, 1 の場合の連続板の方向 (以下ロンジ方向とする) における撓み分布および応力分布を例示すると第2図、第3図のようになる。この値は後述の実験に用いた

$$\begin{cases} a=b=2,320 \text{ mm} \\ D_1=4.557 \times 10^8 \text{ kg-mm} \\ D_3=3.178 \times 10^8 \text{ kg-mm} \\ \zeta = \frac{D_2}{\sqrt{D_1 D_3}} = 0.136 \end{cases}$$

なる板の①パネルに関して全荷重 10 ton の等分布荷重を加えた場合の値である。(この場合の荷重比 0.77 は、

第2図 撓み分布 (ロンジ)

第3図 応力分布

連続辺が固定辺になるものに相当する。)

この図から判るごとく連続辺の固定度が増すにつれてその部の負の応力は急激に増加し、完全固定の場合でもその絶対値は、この辺が単純支持である場合の中央点の応力を越えるようになる。勿論このことは異方性板の常数によつて種々異つた傾向をもつが、このように連続梁の場合と非常に異なる結果が生じうることは特に注意を要することである。

分布荷重をうける連続板の実験結果

i 試験片および試験結果

今回用いた試験片は第2, 3報^{2), 3)}で用いたものを改造して第4図に示すような $2,320 \times 2,320 \times 6 \text{ mm}$ の板を3枚継ぎ合せ、それに3本の $200 \times 4.5 \text{ mm}$ のロンジを通し、ロンジに直交して $200 \times 3.0 \text{ mm}$ のトランスを各

第4図 試験片

パネルに7本とりつけたものである(写真1参照)。この試験片を各パネル周辺で支えられる支持金具の上に乗せた。また各パネルの境界線の所では上から大型の梁で試験片を支持金具の上に押えつけ、荷重をかけたときに試験片がこの位置で支持金具から浮き上るのを防いだ。

荷重は運研の多荷重構造物試験装置により、ローディングビームを介して各パネルに等分布に相当する荷重をかけ、両側のパネルと中央のパネルの荷重比を 0.25, 0.5, 0.77 (固定), 1.0 の 4 段階に変えた。(写真2参照) 応力および撓みは前報までのものと同じく、それぞれ電気抵抗線歪計およびダイヤルゲージで測定したが、撓みは試験片外に固定した基準位置より計測して求めた。

ii 撓み

各荷重比の場合について中央断面における撓み分布を(9)式から計算した値と比較して示したのが第5図(ロンズ分布)、第6図(トランス分布)であり、中央点の撓みを比較したのが第7図である。(以下の図の値は①パネルで全荷重10ton当りの値を示す。)計算に用いた曲げ剛性は今までのものと同じく全断面の平均値(部材は100%有効)を用いた。また振り剛性のとり方も第2報²⁾に述べたものと同一である。これらの図を見ると実測値と計算値は非常によく一致しており、直交異方性板理論から求めた連続板の計算の妥当性が実証された。

iii 応力

縦横のスチフナの各数断面において歪を計測して曲げ応力を求めたが、ロンズにおける一例(両端固定に相当する場合)を第8図に示す。(計算値は板の有効巾として心巨全幅をとつたものの)。図から分るように応力は大体直線状分布で梁理論が用いられることを示し、かつ、この場合も有効幅として心巨全幅をとつても実用上差つかえないことが判る。

写真1

写真2

第5図 ロンヂ方向撓み曲線

第7図 中央点の撓み曲線

第8図 曲げ応力分布

第6図 トランス方向撓み曲線

第9図 ロンヂ縁応力分布

第10図 中央点および端部応力比較

つぎに中央のロンズの縁応力分布を計算値と比較すると第9図のように、またロンズの中央点および端部の値を各荷重比に対して示すと第10図のようになる。第10図から判るごとく中央点の応力は荷重比が変つた場合あまり大きな変化は示さないが、端部の応力は荷重比が大きくなるとその絶対値は非常に大きくなる。周知のごとく荷重、構造の対称な弾性固定梁の場合は中央の応力と端部の応力の絶対値の和は一定であるが、前述のごとく連続板の場合は端部の値の絶対値が、単純支持の場合の中央の値より大きくなりうることは設計上重要なことであろう。

これらの図から計算値と実験値を比べると多少のバラつきはあるが大体よく合っており、応力の面からも直交異方性板とした連続板理論がこのような補強板に用いられることが示されている。

中央集中荷重をうける場合

前述のごとく中央集中荷重をうけるときの解も分布荷重の場合と全く同様に計算できる。特に2対辺固定に相当する場合の結果のみを示すと前と同様な記号を用いて

$$E_0^* = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} P_1 a^2}{D_1 m^3 \pi^3} \frac{(t^2 + u^2)^2}{tu} \frac{-S_0}{(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u)(t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t)} \quad (18)$$

ゆえに

$$w = w_s + \sum_m (A_{m2} C + B_{m2} S) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (19)$$

ここで

$$\begin{cases} w_s & \text{周辺単純支持のもの} \\ A_{m2} = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} P_1 a^2}{D_1 m^3 \pi^3} \frac{(t^2 + u^2)^2}{tu} \frac{S_0^2}{(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u)(t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t)} \\ B_{m2} = -\frac{C_0}{S_0} A_{m2} \end{cases} \quad (20)$$

$$(21)$$

w_s を第1報¹⁾の(1.53)式で表わして(19)式に代入すると第1報の(2.14)式で $\xi = a/2$ とおいたもの(2対辺固定で中央集中荷重)と一致する。

第11図 撓み分布

第12図 縁応力分布

実験は前章と同じ試験片を用い、各パネルの中央に集中荷重を加えた場合(加圧法は第3報³⁾の場合と同様)

を行なつた。その他の試験法は前章と全く同じであるが、荷重比は 2 対辺が固定になるような 0.77 のみをとつた。

ロンヂおよびトランス方向の中央断面の撓みおよび応力分布をそれぞれ第 11 図、第 12 図にあげてあるが、(①)パネルで 5 ton の集中荷重の場合の値を示す) この実験に対応する計算値は、撓みの場合は第 1 報の (2.14) 式で $\xi=a/2$ とおいたものであるが、応力の場合は荷重点附近で級数の収斂が非常に悪いので (2.14) 式から導かれたものをそのまま用いることは困難である。しかし (19) 式を用いれば w_s によるものはすでに第 3 報³⁾ で求められているので比較的簡単に計算できる。

トランス方向のモーメント M_x を結果のみ示すと

$$M_x = \frac{P_1 u}{4\pi\sqrt{1-\xi^2}} \log \frac{1+\sin \pi x/a}{1-\sin \pi x/a} + \frac{P_1}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{m} \left(A_m^0 + B_m^0 - \frac{u}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (22)$$

ただし

$$\begin{cases} A_m^0 = \frac{1}{2\sqrt{1-\xi^2}} \frac{-t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t}{\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u} \\ B_m^0 = \frac{2\sqrt{s}}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{\sinh^2 \alpha_m t \sin^2 \alpha_m u}{(\sinh^2 \alpha_m t + \cos^2 \alpha_m u) (t \sin 2\alpha_m u + u \sinh 2\alpha_m t)} \end{cases}$$

ロンヂ方向も同様に計算出来る。

第 11 図、第 12 図の実験値を見ると試験片や支持金具の初期不整等に基づく支持条件の不完全さのために多少点がバラついているが、全体的に見て荷重点附近の応力以外は大体計算と合っていることが認められる。荷重点附近の応力で両者に関が生ずるのは第 3 報に述べた理由に基づくものでこの実験の本質的な問題でないから、補強連続板は集中荷重をうける場合も、撓み、応力から見て直交異方性板理論で充分表現できることが示されたわけである。

結 言

縦横に補強された連続板に荷重比をかえた等分布荷重、および連続辺が固定辺になるような荷重比の中央集中荷重を与えて曲げ試験を行ない、一方、直交異方性連続板の計算を行なつて両者が比較よく一致することを確かめた。これにより直交異方性連続板理論の合理性を実証し、船体構造のごとく縦横補強構造が直交異方性板理論で充分表わしうることを明らかにした。

終りに種々の御討論を給つた東大吉識教授ならびに本実験の計画および実施に当り直接の御指導を仰いだ運研秋田博士に厚く御礼申し上げると共に、試験片および複雑な試験用治具の製作改造に御協力頂いた日本鋼管鶴見造船所に感謝の意を表わすものである。なお本研究は日本造船研究協第 38 部会の一部会として行なつたものであることを附記し、委員ならびに関係各位に感謝する次第である。

文 献

- 1) 著者： 縦横に補強された板の強度 (第 1 報) 造船協会論文集第 103 号
- 2) 著者： " (第 2 報) " 第 104 号
- 3) 著者： " (第 3 報) " 第 105 号