(昭和 35 年 5 月造船協会春季講演会において講演)

一体型クランク軸の強度に関する研究 (第 4 報)

正員 山 田 正 一 郎*
 正員 松 永 秀 臣**

Investigations on the Statical Strength of Solid Crankshafts (The 4th Report)

By Shoichiro Yamada, *Member*Hideomi Matsunaga, *Member*

Abstract

In the 1st to 3rd reports, the authors investigated the effect of web dimensions and crankpin fillets on the statical bending and torsional strength and also the deflection of the webs by using single throw crankshaft models.

Timoshenko and Gessner gave the equations, based upon the theory of continuous beam, to solve the multi-throw crankshaft on many supports. The authors have modified these equations from the results of the foregoing tests, and analyzed the experimental results of the four-throw crankshaft, described in the Report No. 15 of the Shipbuilding Research Association of Japan.

In the appendix, the results of the pure bending tests carried out on the single throw crankshafts used in the preceding tests are summarized.

1. 緒 言

第 1 報ないし第 3 報⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾により, 1 スロークランク軸の静的強度におよぼす腕の寸法, すみ肉半径, 軸受距離等の影響が明らかになり, 特に本研究の主目的であるクランク腕の寸法の影響については, かなり詳細に知ることができた。実際の機関の多スロークランク軸では, 軸受の影響のため, 問題は非常に複雑となるが, 外力およびそれによつて生ずるモーメント分布を知ることができれば, 1 スローの実験結果から各スロー毎にその応力状態を解析することができる。

多スロークランク軸のモーメント分布を求める最も簡便な方法は, これを断面一樣な多支点連続はりとして解く方法であるが, これでは後で述べるように, クランクスローの配置いかんによつてはかなりの誤差を生ずるので, 腕の変形をも考慮して解く必要がある。多スロークランク軸の理論的解法については, Timoshenko⁽⁴⁾, Gessner⁽⁵⁾ 等が詳しく論じているが, 実際のクランク軸のように, 軸断面が支持距離に比して大きく, 軸受条件(軸受長さ, 間隙等)が大きく影響する場合には, 理論と実際とは必ずしも合致しない。しかし, 機関の設置状況や軸受の状態から, 軸受の支持条件を適当に仮定すれば, これらの方法で近似的にモーメント線図を得ることができる。本論文では, 我々が知り得た 1 スロー軸の実験結果から, 旧来の方法に修正を加え, さらに実際の 4 スロークランク軸について, 計算と実測との比較を試みた。

また, クランク軸に曲げとねじりが同時に加わった場合のピン部およびピンすみ肉部の応力分布についても, 若干の考察を行なった。

なお, 第 1 報ないし第 3 報においては, 1 スロークランク軸の曲げに関して, クランクピンに集中荷重を加えた場合(曲げ荷重試験), および軸方向の力を加えた場合(腕開閉試験)の実験結果を述べたが, その他に均一曲げが作用した場合が考えられる。事実多スロークランク軸において, 爆発荷重を直接受けるクランク以外のクランクの曲げモーメント分布は, この場合に近いと考えられる。そこで, 曲げ荷重試験および腕開閉試験におい

原稿受付 昭和 35 年 1 月 9 日

* 日本海事協会機関部

** 日本海事協会技術研究所

て使用した1スロークランク軸の中から数個を選び、均一曲げを受けるクランク軸について従来と同様な静荷重実験を行なったので、その結果を簡単に附録として記載した。

2. 1 スロークランク軸の解析

2.1 定 義

多スロークランク軸の曲げ及びねじりは、連続はりの場合と同じ方法によつて計算することができる。すなわ

第1図

ち、まず外力による1スロークランク軸の変形を解き、しかる後に連続の条件から各支点の曲げモーメントを決定すればよい。本論文では各クランクスローの座標軸を第1図に示すように定める。すなわち、 xy 平面は常にクランク平面に一致し、 z 軸は、 x 軸から y 軸への回転によつて右ネジが進む方向を正とする。以下、クランク軸に作用するモーメントおよび軸回転角の方向は、右ネジの法則に従うものとする。

クランク軸に作用する外力として考えられるものは

(a) 連接棒によつてクランクピンに伝えられる力。

これはシリンダ内のガス圧およびピストンその他の慣性力によるもので、 x 軸に垂直な面内に作用する。

これを y 軸および z 軸に平行な2分力 P と S に分けて考える。

(b) クランクピンおよび腕によつて生ずる遠心力。これは y 軸に平行な2つの等しい力 Q として表わすことができる。

(c) 隣接クランクの影響によつて生ずる支点モーメント。これは次の3つの成分に分けられる。

m : クランク平面内の曲げモーメント

M : クランク平面に垂直な面内の曲げモーメント

T : ねじりモーメント

である。しかして、これらの外力による影響を各個別に求めれば、重ね合せによつて全外力による変形を求めることができる。

前回までの報告において指摘したように、クランク腕はピンおよびジャーナルの剛性の影響を受ける部分ではほとんど変形せず、中間部 $q \cdot r$ ($q < 1$) だけが外力によつて変形することがわかった。 q は腕の形状、特にピンとジャーナルの overlap によつて決まる定数であるが、船に用いられている普通の寸法のクランク軸ではほぼ0.5と置くことができる。クランクの変形を求めるにあたって、我々は、一応第2図に示すように、各スロー

第2図

を長さにして断面の小さいはり $mnpp'n'm'$ と仮定するが、各スローの腕は中央部 $q \cdot r$ のみ変形するとして解くことにする。なお、クランク軸は軸受の1点で支持された単純支持はりとし、各部の曲げおよびねじり剛性を次の記号で表わす。

$$C_1 = \frac{\pi d^4}{32} \cdot G = \text{クランクピンおよびジャーナルのねじりこわさ}$$

$$C_2 = \frac{b^3 t^3}{3 \cdot 6(b^2 + t^2)} \cdot G = p-n \text{ の回りのねじりに対する腕のねじりこわさ}$$

$$B_1 = \frac{\pi d^4}{64} \cdot E = \text{クランクピンおよびジャーナルの曲げこわさ}$$

$B_2 = \frac{tb^3}{12} \cdot E = p \cdot n$ を含み, クランク平面に垂直な面内の曲げに対する腕の曲げこわさ

$B_3 = \frac{bt^3}{12} \cdot E =$ クランク平面内の曲げに対する腕の曲げこわさ

2.2 クランク平面内の曲げ

まず, 第3図に示すような外力 P, Q およびモーメント m によるクランク平面内の变形について考える。外力 P, Q は y 軸の方向を正とし, モーメント m は右ネジの法則に従つて図に示す方向を正とすれば, 左支点におけるジャーナルのたわみ角 φ_1 は正, 右支点のジャーナルたわみ角 φ_2 は負となる。

軸端のたわみ角 φ_1, φ_2 は, それぞれ外力 P, Q およびモーメント m によるたわみ角 $(\varphi_1', \varphi_2'), (\varphi_1'', \varphi_2''), (\varphi_1''', \varphi_2''')$ の和である。腕の变形については第1報における閉閉量の計算と同様に考えれば, 各外力による軸端のたわみ角は次のようになる。

第3図

$$\varphi_1' = P \left[\frac{\left(e_1 + \frac{L'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{L'}{2}\right)\left(L + e_2 + \frac{L'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_1\left(e_2 + \frac{L'}{2}\right)(e_2 + L')r}{L^2B_3} + q \cdot \frac{e_2^2\left(e_1 + \frac{L'}{2}\right)r}{L^2B_3} \right] \equiv P \cdot f_1 \quad (1)$$

$$\varphi_2' = -P \left[\frac{\left(e_1 + \frac{L'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{L'}{2}\right)\left(L + e_1 + \frac{L'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_2\left(e_1 + \frac{L'}{2}\right)(e_1 + L')r}{L^2B_3} + q \cdot \frac{e_1^2\left(e_2 + \frac{L'}{2}\right)r}{L^2B_3} \right] \equiv -P \cdot f_2 \quad (2)$$

$e_1 = e_2 = e$ とすれば, 上式は

$$\varphi_1' = -\varphi_2' = P \left[\frac{L^2}{16B_1} + q \cdot \frac{er}{2B_3} \right] \equiv P \cdot f \quad (3)$$

つぎに, Q によるたわみ角は

$$\varphi_1'' = Q \left[\frac{e_1(e_2 + L')(2L - e_1)}{6LB_1} + \frac{e_2(e_1 + L')(L + e_2)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_1(e_2 + L')(2e_2 + L')r}{L^2B_3} + q \cdot \frac{e_2^2(2e_1 + L')r}{L^2B_3} \right] \equiv Q \cdot h_1 \quad (4)$$

$$\varphi_2'' = -Q \left[\frac{e_2(e_1 + L')(2L - e_2)}{6LB_1} + \frac{e_1(e_2 + L')(L + e_1)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_2(e_1 + L')(2e_1 + L')r}{L^2B_3} + q \cdot \frac{e_1^2(2e_2 + L')r}{L^2B_3} \right] \equiv -Q \cdot h_2 \quad (5)$$

$e_1 = e_2 = e$ ならば,

$$\varphi_1'' = -\varphi_2'' = Q \left[\frac{e(e + L')}{2B_1} + q \cdot \frac{er}{B_3} \right] \equiv Q \cdot h \quad (6)$$

また, モーメント m が左支点に作用する場合のたわみ角は,

$$\varphi_1''' = m \left[\frac{L}{3B_1} + q \cdot \frac{e_2^2 r}{L^2 B_3} + q \cdot \frac{(e_2 + L')^2 r}{L^2 B_3} \right] \equiv m \cdot \alpha_1 \quad (7)$$

$$\varphi_2''' = -m \left[\frac{L}{6B_1} + q \cdot \frac{e_1(e_2 + L')r}{L^2 B_3} + q \cdot \frac{e_2(e_1 + L')r}{L^2 B_3} \right] \equiv -m \cdot \alpha_2 \quad (8)$$

同様に, モーメント m' が右支点に作用する場合は

$$\varphi_1''' = -m' \left[\frac{L}{6B_1} + q \cdot \frac{e_1(e_2 + L')r}{L^2 B_3} + q \cdot \frac{e_2(e_1 + L')r}{L^2 B_3} \right] \equiv -m' \cdot \alpha_2 \quad (9)$$

$$\varphi_2''' = m' \left[\frac{L}{3B_1} + q \cdot \frac{e_1^2 r}{L^2 B_3} + q \cdot \frac{(e_1 + L')^2 r}{L^2 B_3} \right] \equiv m' \cdot \alpha_1' \quad (10)$$

$e_1 = e_2 = e$ ならば $\alpha_1 = \alpha_1'$ となる。

以上 (1)~(10) 式から, 軸端の全たわみ角は

$$\varphi_1 = P \cdot f_1 + Q \cdot h_1 + m \cdot \alpha_1 - m' \cdot \alpha_2 \quad (11)$$

第4図

$$\psi_1' = -S \left[\frac{\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)\left(L + e_2 + \frac{l'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_1\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)(e_2 + l')r}{L^2C_2} + q \cdot \frac{e_2^2\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)r}{L^2C_2} \right] \equiv -S \cdot u_1 \quad (13)$$

$$\psi_2' = S \left[\frac{\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)\left(L + e_1 + \frac{l'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_2\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)(e_1 + l')r}{L^2C_2} + q \cdot \frac{e_1^2\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)r}{L^2C_2} \right] \equiv S \cdot u_2 \quad (14)$$

$e_1 = e_2 = e$ とすれば

$$\psi_1' = -\psi_2' = -S \left[\frac{L^2}{16B_1} + q \cdot \frac{er}{2C_2} \right] \equiv -S \cdot u \quad (15)$$

モーメント M による軸端のたわみ角は xz 平面内の軸の変形だけでなく、クランク腕のたわみおよびクランクピンのねじれによつても生ずる。前者の場合は、クランク平面内の曲げモーメント m の場合と同様にして求めることができる。また、クランク腕の曲げおよびピンのねじれによる軸端のたわみ角は、それによる軸両端の相対的変位を Δ とすれば、 Δ/L によつて与えられる。(第5図参照) したがつて、 M による全たわみ角は次のようになる。

$$\psi_1'' = M \left[\frac{L}{3B_1} + q \cdot \frac{e_2^2 r}{L^2 C_2} + q \cdot \frac{(e_2 + l')^2 r}{L^2 C_2} + q^3 \cdot \frac{2r^3}{3L^2 B_2} + \frac{q^2(1-q)r^3}{2L^2 B_2} + \frac{lr^2}{L^2 C_1} \right] \equiv M \cdot \beta_1 \quad (16)$$

$$\psi_2'' = -M \left[\frac{L}{6B_1} + q \cdot \frac{e_1(e_2 + l')r}{L^2 C_2} + q \cdot \frac{e_2(e_1 + l')r}{L^2 C_2} - q^3 \cdot \frac{2r^3}{3L^2 B_2} - \frac{q^2(1-q)r^3}{2L^2 B_2} - \frac{lr^2}{L^2 C_1} \right] \equiv -M \cdot \beta_2 \quad (17)$$

同様にモーメント M' が右支点に作用する場合は

$$\psi_1'' = -M' \left[\frac{L}{6B_1} + q \cdot \frac{e_1(e_2 + l')r}{L^2 C_2} + q \cdot \frac{e_2(e_1 + l')r}{L^2 C_2} - q^3 \cdot \frac{2r^3}{3L^2 B_2} - \frac{q^2(1-q)r^3}{2L^2 B_2} - \frac{lr^2}{L^2 C_1} \right] \equiv -M' \cdot \beta_2 \quad (18)$$

$$\psi_2'' = M' \left[\frac{L}{3B_1} + q \cdot \frac{e_1^2 r}{L^2 C_2} + q \cdot \frac{(e_1 + l')^2 r}{L^2 C_2} + q^3 \cdot \frac{2r^3}{3L^2 B_2} + \frac{q^2(1-q)r^3}{2L^2 B_2} + \frac{lr^2}{L^2 C_1} \right] \equiv M' \cdot \beta_1' \quad (19)$$

$e_1 = e_2$ ならば、 $\beta_1 = \beta_1'$ となる。

したがつて、 S および M による軸端の全たわみ角は (13)~(19) 式から

$$\psi_1 = -S \cdot u_1 + M \cdot \beta_1 - M' \cdot \beta_2 \quad (20)$$

$$\psi_2 = S \cdot u_2 - M \cdot \beta_2 + M' \cdot \beta_1' \quad (21)$$

つぎに、第6図に示すように軸両端にねじりモーメント T を加えたときの軸端の xz 平面内のたわみ角は、第5図の M の場合と全く同様にして、軸両端の相対的変位 Δ を知ることににより、 Δ/L で与えられる。すなわち

$$\psi = \frac{\Delta}{L} = \frac{T}{L} \left[q^2 \cdot \frac{r^2}{B_2} + \frac{q(1-q)r^2}{B_2} + \frac{lr}{C_1} \right] \equiv T \cdot s \quad (22)$$

第5図

第6図

第7図

$$\psi_1 = \left(T + \frac{Sr}{2}\right)s - Su_1 = Ts - Sv_1 \quad (25)$$

$$\psi_2 = \left(T + \frac{Sr}{2}\right)s + Su_2 = Ts + Sv_2 \quad (26)$$

ここで,

$$v_1 = u_1 - \frac{rs}{2} = \frac{\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)\left(L + e_2 + \frac{l'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_1\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)(e_2 + l')r}{L^2C_2} + q \cdot \frac{e_2^2\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)r}{L^2C_2} - \frac{r}{2L} \left(q^2 \cdot \frac{r^2}{B_2} + \frac{q(1-q)r^2}{B_2} + \frac{lr}{C_1}\right) \quad (27)$$

$$v_2 = u_2 + \frac{rs}{2} = \frac{\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)\left(L + e_1 + \frac{l'}{2}\right)}{6LB_1} + q \cdot \frac{e_2\left(e_1 + \frac{l'}{2}\right)(e_1 + l')r}{L^2C_2} + q \cdot \frac{e_1^2\left(e_2 + \frac{l'}{2}\right)r}{L^2C_2} + \frac{r}{2L} \left(q^2 \cdot \frac{r^2}{B_2} + \frac{q(1-q)r^2}{B_2} + \frac{lr}{C_1}\right) \quad (28)$$

$e_1 = e_2 = e$ ならば, (15) 式と (22) 式から

$$\psi_1 = \left(T + \frac{Sr}{2}\right)s - Su = Ts - Sv_1' \quad (29)$$

$$\psi_2 = \left(T + \frac{Sr}{2}\right)s + Su = Ts + Sv_2' \quad (30)$$

ここで,

$$v_1' = u - \frac{rs}{2} = \frac{L^2}{16B_1} + q \cdot \frac{er}{2C_2} - \frac{r}{2L} \left(q^2 \cdot \frac{r^2}{B_2} + \frac{q(1-q)r^2}{B_2} + \frac{lr}{C_1}\right) \quad (31)$$

$$v_2' = u + \frac{rs}{2} = \frac{L^2}{16B_1} + q \cdot \frac{er}{2C_2} + \frac{r}{2L} \left(q^2 \cdot \frac{r^2}{B_2} + \frac{q(1-q)r^2}{B_2} + \frac{lr}{C_1}\right) \quad (32)$$

軸ねじれ角 δ は, ピンおよびジャーナルのねじりこわさをそれぞれ C_1, C_1' とすれば

$$\delta = T \left[\frac{l}{C_1} + \frac{L - (l + 2t)}{C_1'} + q \cdot \frac{2r}{B_2} \right] \equiv T \cdot w \quad (23)$$

また, 第4図に示されるモーメント M による軸ねじれ角は, 相反法則 (Reciprocal Theorem) を用いて求めることができる。すなわち, M によるねじれ角を δ_0 とすれば, $M\psi = T\delta_0$ であるから, (22) 式から

$$\delta_0 = \frac{\psi}{T} \cdot M = M \cdot s \quad (24)$$

もし, 2つの曲げモーメント M, M' がそれぞれ左右の支点に作用する場合には,

$$\delta_0 = (M + M')s \quad (24a)$$

つぎに, 第7図はねじりモーメント T と集中荷重 S が同時に加わる場合を示したものであるが, このときの軸端のたわみ角は (22) 式の T の代りに $(T + Sr/2)$ を代入して, (13) または (14) 式と加え合わせればよい。すなわち,

3. 多スローークランク軸

多スローークランク軸の各スローに既知の外力およびねじりモーメントが加わる場合の支点曲げモーメントは、各支点における連続の条件から求めることができる。いま、各軸受に遊びはなく、クランク軸は各支点で単純支

(a)

第8図

(b)

持されるものと仮定して、第8図に示すような支点*i*において連続する2つのスローについて考える。(i番目の支点と*i+1*番目の支点の間のスローを*i*番目のスローとし、各記号にサフィックス*i*を附して表すことにする。) 支点*i*における曲げモーメントは、クランク平面内の成分 m およびそれに垂直な面内の成分 M に分けられる。これらを支点*i*の左側のスロー(*i-1* 番目のスロー) に関しては m_i^l, M_i^l で表わし、支点*i*の右側のスロー(*i* 番目のスロー) については m_i^r, M_i^r で表わすものとする。いま、*i-1* 番目のスローと*i* 番目のスローとの位相角を γ_i とし、支点*i*における各モーメントを、第8図(b)のごとくベクトルによつて表示すれば、支点*i*におけるモーメントの平衡条件として、

$$M_i^l + M_i^r \cos \gamma_i - m_i^r \sin \gamma_i = 0 \quad (33)$$

$$m_i^l + M_i^r \sin \gamma_i + m_i^r \cos \gamma_i = 0 \quad (34)$$

を得る。

つぎに、第9図(a)に示すような各外力およびモーメントによる各スローのたわみ角を求める。 φ_i^l および ψ_i^l をそれぞれ *i-1* 番目のスローの支点*i*における z_{i-1}^l 軸および y_{i-1}^l 軸のまわりのたわみ角とし、第9図(b)に示すごとく、 ξ_{i-1}, η_{i-1} をそれぞれクランク平面内およびそれに垂直な面内における支点*i*の*i-1*に対する相対的変位とすれば、(10), (8), (2), (5) の各式および (19), (17), (26) の各式から次式を得る。

$$\varphi_i^l = m_i^l \alpha_{1,i-1}^l - m_i^r \alpha_{2,i-1}^r - P_{i-1} f_{2,i-1} - Q_{i-1} h_{2,i-1} + \frac{\xi_{i-1}}{L_{i-1}} \quad (35)$$

$$\psi_i^l = M_i^l \beta_{1,i-1}^l - M_i^r \beta_{2,i-1}^r + T_{i-1} s_{i-1} + S_{i-1} v_{2,i-1} - \frac{\eta_{i-1}}{L_{i-1}} \quad (36)$$

同様にして*i* 番目のスローについては、支点*i*における z_i 軸および y_i 軸のまわりのたわみ角 φ_i^r, ψ_i^r は (7), (9), (1), (4) 式および (16), (18), (25) の各式から

$$\varphi_i^r = m_i^r \alpha_{1,i}^r - m_{i+1}^l \alpha_{2,i}^l + P_i f_{1,i} + Q_i h_{1,i} + \frac{\xi_i}{L_i} \quad (37)$$

$$\psi_i^r = M_i^r \beta_{1,i}^r - M_{i+1}^l \beta_{2,i}^l + T_i s_i - S_i v_{1,i} - \frac{\eta_i}{L_i} \quad (38)$$

ここで、

$$T_i = T_{i-1} + S_{i-1} r$$

である。

モーメントの場合と同様、これらのたわみ角をベクトルで表示すれば第

第10図

10 図のようになる。したがって、連続の条件から次式が導かれる。

$$\varphi_i^l = \varphi_i^r \cos \gamma_i + \psi_i^r \sin \gamma_i \quad (39)$$

$$\psi_i^l = -\varphi_i^r \sin \gamma_i + \psi_i^r \cos \gamma_i \quad (40)$$

(39), (40) 式に (35)~(38) 式を代入すれば

$$\begin{aligned} m_i^l \alpha_{i,i-1}^l - m_{i-1}^l \alpha_{2,i-1} - P_{i-1} f_{2,i-1} - Q_{i-1} h_{2,i-1} + \frac{\xi_{i-1}}{L_{i-1}} \\ = \left(m_i^r \alpha_{1,i} - m_{i+1}^l \alpha_{2,i} + P_i f_{1,i} + Q_i h_{1,i} + \frac{\xi_i}{L_i} \right) \cos \gamma_i \\ + \left(M_i^r \beta_{1,i} - M_{i+1}^l \beta_{2,i} + T_i s_i - S_i v_{1,i} - \frac{\eta_i}{L_i} \right) \sin \gamma_i \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} M_i^l \beta_{1,i-1}^l - M_{i-1}^r \beta_{2,i-1} + T_{i-1} s_{i-1} + S_{i-1} v_{2,i-1} - \frac{\eta_{i-1}}{L_{i-1}} \\ = \left(M_i^r \beta_{1,i} - M_{i+1}^l \beta_{2,i} + T_i s_i + S_i v_{1,i} - \frac{\eta_i}{L_i} \right) \cos \gamma_i \\ - \left(m_i^r \alpha_{1,i} - m_{i+1}^l \alpha_{2,i} + P_i f_{1,i} + Q_i h_{1,i} + \frac{\xi_i}{L_i} \right) \sin \gamma_i \end{aligned} \quad (42)$$

また、(33) 式および (34) 式から

$$m_i^l = -\frac{M_i^r + M_i^l \cos \gamma_i}{\sin \gamma_i} \quad (43)$$

$$m_i^r = \frac{M_i^l + M_i^r \cos \gamma_i}{\sin \gamma_i} \quad (44)$$

各中間の支点到に (41)~(44) 式を適用し、さらに軸両端の支持条件を用いれば、未知数 $m_i^l, m_i^r, M_i^l, M_i^r$ をすべて求めることができる。

4. 4 スロークランク軸に対する計算例

前節で導かれた理論式を用いて、日本造船研究協会第8研究部会によって行われたクランク軸の強度実験⁽⁶⁾の供試軸について計算し、さらに実測応力等について検討してみる。本供試軸は 250mmφ×380mm^l の4サイクル単動ディーゼル機関 (いわゆる漁船用 25 型ディーゼル機関) の実物クランク軸で、その寸法は第 11 図に示すとおりである。隣接するスローの位相角 γ_i は 0° または 180° で、各スローは同一平面内にあるから、クランク平面内の曲げおよび

第 11 図 (「研究協会報告」参照)

それに垂直な面内の曲げは各々独立に解くことができる。以下、前節の理論式を適用するにあたって、ジャーナルの径はクランクピンの径に等しく、各支点是同一水平線上にあるものとする。

本論文では、上述の日本造船研究協会報告第 15 号⁽⁶⁾を引用することが多いので、以下簡単にこれを「研究協会報告」と称することにする。

第 12 図

4.1 クランク平面内の曲げ

4.1.1 曲げモーメント線図 第 12 図に示すように、集中荷重を第 2 番目のスローに加えた場合について計算する。なお、荷重を加えたスローは軸受内側で支持され、その他の軸受はその中心において支持するものと仮定する。

静荷重であるから遠心力 Q_i は零であり、さらに $\sin \gamma_i = 0$ とおいて (41) 式を整理すれば

$$-m_{i-1}^r \alpha_{2,i-1} + m_i^l \alpha'_{1,i-1} - m_i^r \alpha_{1,i} \cos \gamma_i + m_{i+1}^l \alpha_{2,i} \cos \gamma_i = P_{i-1} f_{2,i-1} + P_i f_{1,i} \cos \gamma_i \quad (a)$$

また, (34) 式から

$$m_i^r = -\frac{m_i^l}{\cos \gamma_i} \quad (b)$$

(b) 式を (a) 式に代入すれば,

$$\frac{\alpha_{2,i-1}}{\cos \gamma_{i-1}} \cdot m_{i-1}^l + (\alpha'_{1,i-1} + \alpha_{1,i}) m_i^l + (\alpha_{2,i} \cos \gamma_i) m_{i+1}^l = P_{i-1} f_{2,i-1} + P_i f_{1,i} \cos \gamma_i \quad (c)$$

(b) 式と (c) 式から m_i^r, m_i^l を求めることができる。いま, $P_2 = -24.6 \times 10^3 \text{ kg}$, $P_0 = P_1 = P_3 = P_4 = P_5 = 0$, $m_0^l = m_6^l = 0$, $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_5 = 0^\circ$, $\gamma_2 = \gamma_4 = 180^\circ$ とし, また腕の修正係数 q を 0.5 とおいて, 各支点におけるモーメントを計算すると, 第13図

第 13 図 クランク平面内の曲げモーメント線図

の実線のようになる。また, クランク軸を断面一樣な丸軸におきかえた場合のモーメント線図を点線で示したが, 両者には大きな差はない。

多支点はりの曲げモーメント分布の様相は, 支点の状態によつて相違してくる。クランク軸の場合には, 軸受はある長さの間隔をもっているのので, 上述の理論を適用するにあたってはある仮定のもとに解かなければならない。したがつて, 軸受の実際の状態が

どのような条件にあるかを知ることが, 正しい曲げモーメント線図を求めるための重要な要素となる。

なお, この問題の取扱いについては, 前述の「研究協会報告」で論ぜられている。

4.1.2 すみ肉部の応力について 「研究協会報告」にみられるように, 多スロークランク軸の静的曲げ試験においては, 荷重を受けたクランクのすみ肉部の応力のクランクピン部に対する大きさは, 今回行なつた 1 スロークランク軸の実験の場合の値に比べて, かなり小さい。このことはつぎのように説明することができる。

クランクピンすみ肉部の応力に関しては, 過去数回の報告において実験結果を詳細に述べてきたが, その際の実験には 1 スロークランク軸を使用し, しかも軸受条件を簡単にするため, ころ軸受を用いて支持点の摩擦による軸方向の力を除き, 単純支持はりに近い状態にした。しかるに, 実物の多スロークランク軸の静荷重試験においては, ジャーナル軸受のためにクランクジャーナルとの間に摩擦力を生ずる。また, クランク台板のたわみ等の影響も無視できず, このためにかなり大きい軸方向の力が生じたであろうことが予想される。したがつて, このような場合の多スロークランク軸は, 1 スロー軸の実験における曲げ荷重試験と腕開閉試験が同時に重なり合った状態にあるといえることができる。いま,

$$\left. \begin{array}{l} k_t: \text{曲げ荷重試験における応力集中係数} \\ k_w: \text{腕開閉試験における応力集中係数} \end{array} \right\} \text{(第1報参照)}$$

(ここでいう応力集中係数は, すみ肉部の応力とピン中央部の応力との比である。)

n : ピン中央部の理論応力に対する修正係数

Z_p : ピンの断面係数

M_p : ピン中央の曲げモーメント (モーメント線図による)

M_R : クランク軸方向の力によりピンに加わる曲げモーメント (M_p とは向きが逆になる。)

とすれば, 爆発荷重を受けたクランクすみ肉部には, ピンの集中荷重のための曲げによる応力 $n \cdot k_t \cdot M_p / Z_p$ と, 軸方向の力による応力 $k_w \cdot M_R / Z_p$ が互に逆向きに加わることになる。 n はピン中央部の実測応力と単純はりの理論値との比であつて, 集中荷重の影響や軸受距離が短いこと等のために 1 より小さく, 実験結果によれば

$n=0.76$ となる。(「研究協会報告」第7図および第1報第26図参照) また、軸方向の力によるピンの応力は理論値にほぼ近いことが、1スロー軸の実験結果から確かめられているので、この場合 n は1と考えてよい。

したがって、爆発荷重を直接受ける実際のクランクのすみ肉部の応力を σ_f で表せば、

$$\begin{aligned}\sigma_f &= 0.76 k_l \cdot \frac{M_p}{Z_p} - k_w \cdot \frac{M_R}{Z_p} \\ &= \frac{M_p}{Z_p} \left(0.76 k_l - \frac{M_R}{M_p} \cdot k_w \right)\end{aligned}$$

となる。 M_p の値を知るには前述の注意にしたがつて、多スロー軸の正しいモーメント線図を求めなければならない。また軸方向の力によるモーメント M_R は、試験時の軸受の状態やクランク台板の構造等によつて異なるので、それぞれの場合について推定しなければならない。「研究協会報告」の多スロー軸の実験(すみ肉半径 15 mm)に例をとつてみると、クランクピンに爆発荷重に相当する 24.6 ton の油圧をかけた場合、各スローとも $M_p=200 \times 10^4 \text{ kg-mm}$, $M_R=50 \times 10^4 \text{ kg-mm}$ と推定され、また、第1報の1スロー軸の実験結果から、 k_l, k_w を各スローの平均値として、それぞれ 1.6 ($L/d=2.2$), 2.9 とすれば、これらの値を上式に代入して $\sigma_f \approx 2.7 \text{ kg/mm}^2$ をうる。しかるに軸受の摩擦力を少しく大きく考え、 $M_R=65 \times 10^4 \text{ kg-mm}$ と仮定して σ_f を求めると約 1.5 kg/mm^2 となる。(「研究協会報告」によれば、No.1 ないし No.4 クランクのすみ肉部の実測応力値はそれぞれ 2.5, 3.2, 2.5, 1.6 kg/mm^2 であった。) このように、すみ肉部の応力は M_R の大きさによつてかなり変動する。「研究協会報告」による No.4 クランクの実測値は他のクランクに比して特に小さいが、軸受の摩擦やクランク台板の剛性等によるクランク軸方向の拘束が、他の場合よりも大きかつたためと考えれば、特に不合理はない。

なお、機関を運転する場合は、軸受は潤滑を行なうので、各スローの軸方向の拘束は軽減され、ピンすみ肉部の応力とピン中央部の応力との比は、むしろ1スロークランク軸における関係に近いと考えられ、最近行われた2, 3の実験⁽⁷⁾でも、ほぼこれを裏書きするような結果が報告されている。

4.2 クランク平面に垂直な面内の曲げ

第14図に示すように、第1番目のスローにクランク平面に垂直な面内の荷重 S_1 を加えた場合の曲げモーメント線図は、(42)式から求めることができる。軸右端の荷重 W は S_1 による軸のねじりモーメントと平衡を保つために加えられた荷重である。 $\sin \gamma_i = 0$ とおいて (42) 式を整理すれば、

$$\begin{aligned}-M_{i-1}^r \beta_{2,i-1} + M_i^l \beta'_{1,i-1} - M_i^r \beta_{1,i} \cos \gamma_i + M_{i+1}^l \beta_{2,i} \cos \gamma_i \\ = -T_{i-1} s_{i-1} + T_i s_i \cos \gamma_i - S_{i-1} v_{2,i-1} - S_i v_{1,i} \cos \gamma_i\end{aligned} \quad (d)$$

また、(33)式から

$$M_i^r = -\frac{M_i^l}{\cos \gamma_i} \quad (e)$$

(d) 式と (e) 式から

$$\begin{aligned}-\frac{\beta_{2,i-1}}{\cos \gamma_{i-1}} M_{i-1}^l + (\beta'_{1,i-1} + \beta_{1,i}) M_i^l + (\beta_{2,i} \cos \gamma_i) M_{i+1}^l \\ = -T_{i-1} s_{i-1} + T_i s_i \cos \gamma_i - S_{i-1} v_{2,i-1} - S_i v_{1,i} \cos \gamma_i\end{aligned} \quad (f)$$

ここで、 $T_i = T_{i-1} + S_{i-1} r$ である。いま、 $S_1 = -13.15 \times 10^8 \text{ kg}$, $S_0 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = 0$, $T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = S_1 r = -2.5 \times 10^6 \text{ kg-mm}$, $T_0 = T_1 = 0$, $q = 0.5$, $M_0^l = 0$, $M_6^l = -W l_0 = -1.69 \times 10^6 \text{ kg-mm}$, $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_5 = 0^\circ$, $\gamma_2 = \gamma_4 = 180^\circ$ とおいて (f) 式および (e) 式から各支点のモーメントを計算すると、第15図の実線に示すようになる。また、同図中の破線はクランク軸を断面一様な丸軸と考えた場合のモーメント線図で、両者の間にかんがりの差異が認められる。これは、丸軸では軸のねじれによる角変位を生じないためであつて、クランク軸にねじりが加わる場合には、クランクスローの配置(位相角)のいかんによつては、これを断面一様な丸軸と考えて解くことは大きな誤りを生ずることに注意しなければならない。(例えば、クランク位相角 γ_i がすべて 0° の場合の

第14図

第 15 図 クランク平面に垂直な面内の曲げモーメント線図

モーメント分布は丸軸のそれにやや近い。)。

つぎに、支点の拘束による各スローのねじれ角の減少 $\delta_{0,i}/\delta_i$ は (23) 式および (24a) 式から容易に計算できる。すなわち

$$\frac{\delta_{0,i}}{\delta_i} = \frac{(M_i r + M_{i+1}^l) s_i}{T_i w_i}$$

となり、これから $\delta_{0,i}/\delta_i$ を求めるとつぎのようになる。

第 2 番目のスロー : $\delta_{0,2}/\delta_2 = 0.054$

第 3 番目のスロー : $\delta_{0,3}/\delta_3 = 0.077$

第 4 番目のスロー : $\delta_{0,4}/\delta_4 = 0.170$

したがって、各クランクピンのねじり応力は、それぞれ 3.23, 3.16, 2.84 kg/mm² となる。「研究協会報告」によれば、No. 2 ないし No. 4 クランクの実測値は、それぞれほぼ 2.6, 3.0, 2.8 kg/mm² であつて計算値と必ずしも一致しないが、これは軸受間隙等による影響のためと思われ、特に軸受間隙のためにジャーナルが軸受の両端において支えられるような場合には、 $\delta_{0,i}/\delta_i$ はかなり大きい値となることが予想され、したがってねじり応力も更に小さくなる。

いずれにせよ、軸受の拘束のためクランクスローのねじり応力が軽減 (例えば上記の計算例では、第 4 番目のスローにおいて、軸受による拘束のない場合の 17% に達する) することは、クランク軸の設計にあつては考慮する必要がある。

4.3 すみ肉部における曲げとねじりの組合せ応力

第 16 図

第 14 図に示すように、クランク平面に垂直な面内の荷重をクランクピンに加えると、クランク軸には曲げとねじりが同時に作用する。したがって、クランクピンすみ肉部の応力は、クランクピンの曲げとねじりおよび腕の曲げによるものの和とみることができる。(厳密には腕のねじりによる影響も加わるが、上記のものよりかなり小さいと思われるので、簡単のためここでは無視する。) クランク軸の純粋ねじりの場合については第 3 報で求めたので、ここではそれに更にピンの曲げによる影響を加えればよい。

いま、すみ肉部の応力状態を第 16 図で表わし得るものとし、

M_t = クランクピンのねじりモーメント

M_i = すみ肉部におけるクランク平面に垂直な面内の曲げモーメント

$$\sigma_a = -\sigma_b = \tau_n = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{w\theta} = \frac{6 M_t}{b^2 t} \cdot \frac{d}{b} \sin \theta$$

$$\sigma_{p\theta} = \frac{32 M_t}{\pi d^3} \sin \theta$$

$k_{t\theta}$ = ピンのねじりによるすみ肉部の応力集中係数

$k_{w\theta}$ = クランク軸に垂直な面内の腕の曲げによるすみ肉部の応力集中係数

$k_{p\theta}$ = クランク平面に垂直な面内のピンの曲げによるすみ肉部の応力集中係数

とすれば、第3報と全く同様にして、0 I, 0 II, 0 III 方向の合応力はそれぞれ

$$\sigma_I = k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} (1 + \sin 2\theta)$$

$$\sigma_{II} = -k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} (1 - \sin 2\theta)$$

$$\sigma_{III} = k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} (1 + \cos 2\theta)$$

したがって、ねじりと曲げの組合せによる主応力 σ_{1t}, σ_{2t} ($\sigma_{1t} > \sigma_{2t}$), σ_{1t} とクランク軸方向 (0 III) とのなす角 α_t および最大せん断応力 $\tau_{\max t}$ はつぎようになる。

$$\sigma_{1t} = \frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta}) + \sqrt{\left(k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \sin 2\theta\right)^2 + \left\{-\frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \cos 2\theta)\right\}^2} \quad (45)$$

$$\sigma_{2t} = \frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta}) - \sqrt{\left(k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \sin 2\theta\right)^2 + \left\{-\frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \cos 2\theta)\right\}^2} \quad (46)$$

$$\alpha_t = 45^\circ + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{-\frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \cos 2\theta)}{k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \sin 2\theta} \right\} \quad (47)$$

$$\tau_{\max t} = \sqrt{\left(k_{t\theta} \tau_n + \frac{1}{2} k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \sin 2\theta\right)^2 + \left\{-\frac{1}{2} (k_{p\theta} \sigma_{p\theta} + k_{w\theta} \sigma_{w\theta} \cos 2\theta)\right\}^2} \quad (48)$$

一例として、第14図に示した4スロークランク軸の第2クランク船首側すみ肉部について計算してみる。 M_t および M_i は前項の計算結果から与えられる。各応力集中係数の正確な値を知ることは困難であるが、1スロークの実験結果から推定して (i) $k_{t\theta}$ は θ にかかわらず一定で、その大きさは1.2である。(ii) $k_{w\theta}$ は $k_{t\theta}$ に等しいと仮定する。また、 $k_{p\theta}$ は近似的に No. 3-T クランクの実験値 (附録第V図) を適用することにし、これを第1表に掲げる。第1表中、 $\sigma_{p\theta}$ はすみ肉部の実測応力、 $\sigma_{p\theta}$ は公称応力であり、 $\theta=0^\circ$ における $k_{p\theta}$ の値が1となつてゐるのは $\lim_{\theta \rightarrow 0} k_{p\theta} = 1$ という意味である。

第1表 $k_{p\theta}$ の値 (No. 3-T クランク, 附録第V図参照)

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sigma_{p\theta}$ (kg/mm ²)	0	9.8	10.6	9.0	4.5
$\sigma_{p\theta}$ (kg/mm ²)	0	1.9	2.6	3.2	3.7
$k_{p\theta}$	1.0	5.3	4.1	2.8	1.2

以上から $\sigma_{1t}, \sigma_{2t}, \tau_{\max t}$ を計算し、ひずみ計による実測結果 (「研究協会報告」中の第25図より) と比較してみると、第17図に示すようになる。(σ_{2t} はすべて負の値であるが、便宜上、図では絶対値で示した。) もちろん、すみ肉部における実際の応力状態は非常に複雑で、その正確な解を求めることは難かしいが、曲げとねじりの組合せのために、すみ肉部にはかなり大きな主応力集中を生ずることは、おおよそ理解できる。

第17図 クランクピンすみ肉部応力分布 (No. 2 クランク, fore)

5. 結 言

本報告においては、古くから知られている多スロークランク軸の解法に修正を加え、さらに実際の機関の多スローク軸について計算例を示し、実測値との比較検討を行なった。多スロークランク軸の解析にあたって最も重要なことは、軸受の支持条件をいかに決定するかということであるが、その取扱いに綿密な注意を払えば、旧来の方法でも十分正確な解が得られるものと考えられる。

以上、数回にわたって一体型クランク軸の静的強度実験を行ない、ほぼ満足すべき結果を得ることができたが実際のクランク軸の損傷はほとんど例外なく疲労によつて起るから、最終的にはその疲労強度を知らねばならない。しかし多数の実物クランク軸について疲労実験を行なうことは種々困難が伴うので、少ない疲労実験をより効果的にするには、あらかじめ静的強度をよく検討しておくことが大切で、この意味においても、本実験は重要な意味があると思う。本実験が多少とも各位の参考になれば幸いである。

本実験を終えるにあたって、始終御指導、御鞭撻を給わつた日本海事協会技術研究所原所長並びに種々の御協力をいただいた同研究所職員各位に深甚の謝意を表するものである。

参 考 文 献

- (1) 山田、松永：一体型クランク軸の強度に関する研究（主として腕の寸法の影響について）造船協会論文集第102号、昭和33年2月
- (2) 山田、松永：同上（第2報）、造船協会論文集第104号昭和34年1月
- (3) 山田、松永：同上（第3報）同上第105号昭和34年7月
- (4) S. Timoshenko: The Bending and Torsion of Multi-Throw Crankshafts on Many Supports, Presented at the Annual Meeting, New York, December 3 to 6, 1923, of The A. S. M. E.
- (5) A. Gessner: Mehrfach gelagerte abgesetzte und gekröpfte Kurbelwellen, Verlag von Julius Springer, Berlin, 1926
- (6) ディーゼル機関の一体型クランク軸の強度に関する研究、日本造船研究協会報告第15号昭和32年3月
- (7) 船用機関軸系の設計等に関する調査研究事業報告（第2報）、日本船用発動機協会、昭和34年4月

附 録 1 スロークランク軸の均一曲げ試験の結果について

1. 実 験 方 法

実験には前回までに行なつた曲げ荷重試験、腕閉閉試験およびねじり実験の供試軸の中から数本を選んで使用した。第I表に使用したクランク軸の寸法を示す。

第I表 供試軸の寸法

クランク軸種別	ピン径 d (mm)	腕の厚 t (mm)	腕の巾 b (mm)	おみ肉半径 R (mm)	クランク半径 r (mm)
NO.3-T	155	78	206	15, 10	190
NO.1-O	155	87	206	15	100
NO.2-O	130	70	206	15	190
NO.1 (エグリ)	155	87	206	エグリ半径 10	190

* NO.2腕、NO.2表を参照

負荷方法は第I図に示すように、クランク軸をこる軸受でささえ、I形鋼を介してジャッキで軸両端に荷重を加えることにより、クランク部の軸方向に対し一様の曲げモーメントを与えた。また、支点の位置とI形鋼の長さを変えて逆方向のモーメントを与えた。ひずみ測定はクランク平面内の曲げおよびそれに垂直な面内の曲げについて行ない、ピン中央部およびすみ肉部については2軸格子型電気抵抗線ひずみ計（標点距離9mm）を使用し、その他の部分は単軸ゲージ（標点距離9mm）を用いた。

2. 実 験 結 果

2.1 クランク平面内の曲げ

第II図および第III図は No.3-T クランク軸についてのピンおよ

第I図

び腕の応力分布を示したもので、第Ⅱ図は曲げモーメントが腕を開く向きに加わった場合、第Ⅲ図は腕を閉じる向きに加わった場合である。両者は応力の向きは異なるが、大きさはほぼ等しい。これは他のクランク軸について

第Ⅱ図 クランク軸応力分布 (No.3-T クランク)
(クランク平面内の曲げ)

第Ⅲ図 クランク軸応力分布 (No.3-T クランク)
(クランク平面内の曲げ)

てもいえることであるので、以下主として腕を開く向きに荷重を加えた場合について検討する。

なお、加えた曲げモーメントの大きさは、曲げ荷重試験 ($L/d=2.9$) における最大値に等しくした。

2.1.1 クランクピンおよび腕部の応力 第Ⅱ表は各クランク軸のピン中央断面の下側 (σ_{pm}) と上側 (σ_{qm}) の軸方向応力の実測値、および単純はりの理論による計算値 (σ_t) との比較を示したものである。軸方向および円周方向の測定ひずみから主応力を計算したものであるが、第Ⅱ図および第Ⅲ図にみられるように、円周方向の応力はほとんどみとめられない。また、ピンの下側 (σ_{pm}) と上側 (σ_{qm}) の応力の絶対値は必ずしも等しくない。これはクランクの形状によるものと思われ、クランクピン直径に比して腕の寸法の小さいクランク軸ほど、両者の絶対値の差は大きい傾向にある。

第Ⅱ表 クランクピンの曲げ応力
(kg/mm^2)

クランク軸種類	M_c (kg-mm)	σ_{pm}	σ_{qm}	σ_t	σ_{pm}/σ_t	σ_{qm}/σ_t
NO.3-T	1.35	3.34	-3.61	± 3.69	0.91	0.98
NO.1-O	1.35	3.59	-3.60	± 3.69	0.97	0.96
NO.2-O	0.796	3.30	-3.67	± 3.69	0.89	0.99
NO.1(平均)	1.35	3.33	-3.45	± 3.69	0.90	0.94

ピン下側の実測応力と計算値との比 σ_{pm}/σ_t は約 0.9 で、ほぼ一定値になっているが、No.1-O クランク軸のみはピンとジャーナルの overlap が大きく、他のクランクと形状が著しく異なるので、やや異なる比を示している。第1報において、集中荷重を受けるクランク軸のピンの応力は、断面一様な丸軸のそれと大差ないことを報告したが (曲げ荷重試験の場合)、本実験におけるこの実測値と理論値との約 10% の差は、曲げ荷重試験の場合と同様、クランク軸支持距離の影響によるものと思われる。本実験におけるクランク支持距離とクランクピン径との比 L/d は 2.9 であるが、 L/d を更に大きくすれば (例えば $L/d > 7$)、 σ_{pm}/σ_t の値が 1 に近づくことは、

第1報の結果から容易に想像できよう。

第Ⅲ表 腕の曲げ応力

クランク軸種類	M_c (kg-mm)	σ_{wm} (kg/mm^2)		σ_{wt}	σ_{wm}/σ_{wt} (平均)
		ピン側	ジャーナル側		
NO.3-T	1.35	5.00	-4.88	± 6.46	0.77
NO.1-O	1.35	1.84	-1.82	± 5.19	0.35
NO.2-O	0.796	3.75	-3.73	± 4.74	0.79
NO.1(平均)	1.35	4.18	-4.17	± 5.19	0.80

* NO.2-O クランクのみ $L/d=3.5$ の場合の値を示す。

つぎに第Ⅲ表は各クランク軸の腕中央端部の曲げ応力の実測値 (σ_{wm}) と、単純はりの理論による計算値 (σ_{wt}) との比較を示したもので、実測値はピン側とジャーナル側とは、その絶対値はほぼ等しい。また、実測値と計算値の比 σ_{wm}/σ_{wt} は約 0.8 で、この場合も No.1-O クランク軸を除き、ほぼ一定である。この No.1-O クランク軸の例外はやはり overlap の量が大きく、このような腕を矩形断面はりの単純な曲げと考えることができないからであらう。

からであらう。

比較のため第Ⅲ表中にクランク軸がピン中央に集中荷重を受ける場合 (曲げ荷重試験) の腕の実測応力と計算値との比を掲げて置いたが、実測値の計算値に対する割合は、均一曲げ試験の場合も曲げ荷重試験の場合もほぼ等しいとみてよい。

2.1.2 すみ肉部の応力分布 第Ⅳ図に実測値から得られた No.3-T クランク軸 (すみ肉半径 15mm) のすみ肉部の軸方向応力、円周方向応力および最大せん断応力分布を示す。この場合も軸方向および円周方向を主応

第4図 クランクピンすみ肉部応力分布
(No.3-T クランク, R=15mm)
(クランク平面内の曲げ)

2.1.3 すみ肉部の応力集中係数 従来と同様、クランクピンすみ肉部 ($\theta=0^\circ$) の軸方向応力 (σ_f) とピン中央部の応力 (σ_{pm}) との比 k を応力集中係数とし、均一曲げ試験、曲げ荷重試験 ($L/d=2.9$)、腕開閉試験における k をそれぞれ k_c , k_l , k_w で表わすと、第5表のようになる。 (k_l, k_w) は第1報ないし第3報において得られた値である。ただし、No.3-T クランク軸は曲げ荷重試験および腕開閉試験を行なわなかつたので、第1報における No.1 クランク軸の実測値から、腕の寸法と応力集中係数との関係を表わした経験式*によつて k_l, k_w の値を算出した。なお、ジャーナルすみ肉部の応力集中係数はピンすみ肉部のそれに等しい。

第5表において、均一曲げ試験における応力集中係数 (k_c) と曲げ荷重試験および腕開閉試験におけるそれら (k_l および k_w) の比は各クランク軸についてほぼ一定 ($k_c/k_l=2.0$ ないし 2.1 , $k_c/k_w=1.3$ ないし 1.4) であるが、 k_c が k_l および k_w に比して大きい値を示すことは注目すべきである。実際の多スロークランク軸において軸受が偏耗した場合には、均一曲げ試験または腕開閉試験の場合に近い曲げモーメントが生ずることが想像されるので、軸受の偏耗による附加応力が、クランク軸の安全に影響するところは極めて大きいと思われる。したがつて、軸受の偏耗に対しては、クランク軸の保守の上から常に特別の注意が払われるべきであると思う。

2.1.4 クランク腕の開き量 第1報と同様に、1/1000 目盛のダイヤルゲージを用いて No.3-T クランク軸の腕各部の開き量を詳細に測定した結果、曲げ荷重試験および腕開閉試験と同様、腕の変形は中央部で折れた2つの直線で表わされることが判つた。よつて腕中央の変形部分の長さを $q \cdot r$ (r はクランク半径, $q < 1$) とし第1報と全く同じ方法で均一曲げにおけるクランク腕の開き量 Δa を求めると、次式のようになる。

$$\Delta a = \frac{M_c l}{EI_1} \cdot \left(1 + \frac{d}{2r}\right) \cdot r + \frac{M_c}{EI_2} \cdot q \cdot \left(1 + \frac{d}{r}\right) \cdot r^2$$

上式において、 M_c は均一曲げモーメントの大きさを示し、その他の記号は第1報と同じである。

実験の結果によれば、曲げ荷重試験および腕開閉試験の場合と同様、均一曲げ試験においても、通常用いられる船用機関のクランク軸では q を 0.5 とおいてはば差し支えないことがわかつた。

2.2 クランク平面に垂直な面内の曲げ

クランク平面に垂直な面内に曲げモーメントが加わる場合のすみ肉部の応力分布を示すと、第5図および第6図のようになる。第5図は No.3-T クランク軸、第6図は No.2-O クランク軸の場合である。図に示すように

* 第2報の(1)式および(2)式、すなわち、

$$k_l \propto \frac{1}{(b/d)^{0.3} (t/d)^{1.2}}, \quad k_w \propto \frac{1}{(b/d)^{0.3} (t/d)^{0.8}}$$

力方向と考へて、2軸ひずみ計による実測ひずみから主応力を算出した。

第5図で明らかなように、すみ肉部においては、かなり大きい円周方向応力が見られる。実験結果によれば、ピン下側すみ肉部 ($\theta=0^\circ$) における円周方向ひずみは、軸方向ひずみに比して小さく、ほとんど零とみてさしつかえないので、この位置の円周方向応力の大きさは軸方向応力の ν 倍とみなしてよい。 (ν) はポアソン比) また、軸方向応力の大きさは、純曲げと考えた場合(すなわち、円周方向応力が零)の $1/1-\nu^2$ 倍となる。他の実験⁽¹⁾でも同様な結果が報告されている。

軸方向応力、円周応力、最大せん断応力とともにピン下側 ($\theta=0^\circ$) で最大となるので、実軸クランク軸のクランクロー平面内の曲げに関する限り、ピン下側すみ肉部が最も危険な断面と考えられ、他のクランク軸についても、No.3-T クランクと同様な結果を得た。

第5表 応力集中係数

クランク軸別	Mc (ton-m)	均一曲げ試験				曲げ荷重試験 (L/d=2.9)			腕開閉試験
		G _{pm} (kg/mm²)	G _f (kg/mm²)	k _c = G _f /G _{pm}	k _f	k _w	k _c /k _f	k _c /k _w	
NQ3-T	R=15	1.35	3.34	14.62	4.38	2.14	3.10	2.05	1.41
	R=10	1.35	3.34	17.67	5.29	2.60	3.78	2.03	1.40
NQ1-O	1.35	3.59	11.15	3.11	1.49	2.31	2.09	1.35	
NQ2-O	0.796	3.30	11.00	3.33	1.45	2.54	2.30	1.31	
NQ1(エナリ)	1.35	3.33	16.10	4.83	2.33	3.57	2.07	1.35

第V図 クランクピンすみ肉部応力分布 (No.3-T クランク, $R=15\text{mm}$)
(クランク平面に垂直な面内の曲げ)

第VI図 クランクピンすみ肉部応力分布 (No.2-O クランク, $R=15\text{mm}$)
(クランク平面に垂直な面内の曲げ)

両クランク軸とも応力分布曲線は $\theta=0^\circ$ に対して対称で、最大および最小応力は $\theta=\pm 45^\circ$ の附近に生じ、その大きさは No.3-T クランク軸の場合が $\pm 10.6\text{kg/mm}^2$ 、No.2-O クランク軸の場合が $\pm 8.5\text{kg/mm}^2$ である。 $(\theta$ はクランク平面とのなす角度) しかして、クランクピン中央断面の軸方向応力の最大および最小値は、No.3-T クランク軸の場合が $\pm 3.70\text{kg/mm}^2$ 、No.2-O クランク軸の場合が $\pm 3.66\text{kg/mm}^2$ で、単純はりの理論値 $\pm 3.69\text{kg/mm}^2$ にはほぼ一致する。すみ肉部の最大応力とピン中央断面の最大応力との比をとると、No.3-T クランク軸の場合が 2.9、No.2-O クランク軸の場合が 2.3 となり、クランク平面内の曲げにおける値 (第N表の k_c) より小さい。

参 考 文 献

- (I) C.W.Gadd and T.C.Van Degriфт: A Short-Gage-Length Extensometer and its Application to the study of Crankshaft stresses, Journal of Applied Mechanics, March, 1942