船体横強度近似計算法について (第 2 報)

—端部変断面部および剪断変形の影響について—

正員 山 口 勇 男*

Approximate Method on the Calculation of
Transverse Strength of Ship (Second Report)

—Effect of Variable Cross Section and Shear Deformations of Beams—

By Isao Yamaguchi, *Member*

Summary

To meet demands of an accurate analysis of the transverse strength of ships, several methods have been proposed taking into consideration such effects as interaction between longitudinal and transverse members, variable cross section of beams and shear deformations of deep webs. However, most of them which involve graphical integration procedures are not suitable for numerical computations. In order to simplify the analysis the author presents an approximate method based upon an equivalent beam concept. The coefficients for the variable cross sections and shear deformations of beams are given in formulae and in charts. The results obtained by this method are checked by test results and also by those values computed by the graphical methods, and a good consistency has been found.

Furthermore, an experimental work on the measurements of stress distribution in brackets has been carried out, the results of which are compared with values calculated by the wedge theory. Their correlation is satisfactory.

1 緒 言

近時、横強度に関する研究の進展に伴い、横部材の変断面部の影響や、油槽船の部材の剪断変形の影響について数多くの研究が行われ^{(1),(2)}、これらの影響を考慮した計算法が提唱されている。これらの研究の大半は、端部変断面部の影響を求めるため図式積分を使用したものである。そのため、計算が非常に煩雑になり、われわれが横強度計算を行なうのに不便である。

著者は、さきに肘板付固定梁の実験を行ない⁽³⁾、この実験結果から肘板付梁と等価な一樣断面梁を求め、この等価梁を使用して、肘板付骨組構造物の近似計算法を導入した⁽⁴⁾。

本報告においては、これらの諸係数を求める算式および図表を与え、実験結果と比較して良好な一致を得た。また、剪断変形の影響についても等価梁の概念を導入し、Steneroth⁽²⁾ の与えている係数を簡単に求めることができ、図式積分と比較して良好な一致を得た。

以下計算法の概略について報告する。

2 肘板を有する部材の端部モ

ーメントと回転角との関係**

Fig. 1

Fig. 1 に示すような肘板付部材の両端に M_{AB} , M_{BA} なる端部モーメントを加え、かつ部材に任意の荷重が加

原稿受付 昭和 35 年 12 月 20 日

* 日本海事協会技術研究所

** 本報告で使用してある Suffix について原則的に説明すると、 f^b , $g^b \dots$ 等の Suffix $[b]$ は肘板 (端部変断面部) を表わし、 f^s , $g^s \dots$ 等の Suffix $[s]$ は剪断変形を表わす。

わつたときの両端の回転角を θ_A, θ_B とし、部材の相対変位を δ とすると、変断面部および剪断変形を考慮したときのモーメントと回転角との関係は次式により表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= \frac{2EI_0}{l} \left\{ 2F_{AB}\theta_A + G_{AB}\theta_B - (2F_{AB} + G_{AB}) \frac{\delta}{l} \right\} + m_{AB} \\ M_{BA} &= \frac{2EI_0}{l} \left\{ 2F_{BA}\theta_B + G_{AB}\theta_A - (2F_{BA} + G_{AB}) \frac{\delta}{l} \right\} + m_{BA} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) 式は端部変断面部材および剪断変形の影響を考慮したときの撓角撓度法の基礎式である。また、 F_{AB}, F_{BA}, G_{AB} は端部変断面部および剪断変形の影響を表わす係数、 m_{AB} および m_{BA} はこれらの影響を考慮したときの荷重項で、それぞれ次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} F_{AB} &= \frac{3(f_{BA}^b + f_{BA}^s)}{4(f_{AB}^b + f_{AB}^s)(f_{BA}^b + f_{BA}^s) - (g_{AB}^b - g_{AB}^s)^2} \\ F_{BA} &= \frac{3(f_{AB}^b + f_{AB}^s)}{4(f_{AB}^b + f_{AB}^s)(f_{BA}^b + f_{BA}^s) - (g_{AB}^b - g_{AB}^s)^2} \\ G_{AB} &= \frac{3(g_{AB}^b - g_{AB}^s)}{4(f_{AB}^b + f_{AB}^s)(f_{BA}^b + f_{BA}^s) - (g_{AB}^b - g_{AB}^s)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= -\frac{2EI_0}{l} \{ 2F_{AB}\gamma_0(h_{AB}^b - h_{AB}^s) + G_{AB}\rho_0(i_{BA}^b + i_{BA}^s) \} \\ m_{BA} &= -\frac{2EI_0}{l} \{ 2F_{BA}\rho_0(i_{BA}^b + i_{BA}^s) + G_{AB}\gamma_0(h_{AB}^b - h_{AB}^s) \} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2), (3) 式において $f_{AB}^b, f_{BA}^b, g_{AB}^b, h_{AB}^b, i_{BA}^b$ は端部変断面部の影響を表わす係数、 $f_{AB}^s (= f_{BA}^s), g_{AB}^s, h_{AB}^s, i_{BA}^s$ は剪断変形の影響を表わす係数である。また、(3) 式の γ_0, ρ_0 は一様断面梁が両端支持の状態で任意の荷重をうけたときの両端の回転角を表わす。回転角の記号は時計方向を正とする。ゆえに、下向きの荷重の場合は γ_0 は正で ρ_0 は負である。

f^b, g^b, h^b, i^b 等の係数 (以下肘板係数と呼ぶ。) および f^s, g^s, h^s, i^s 等の係数 (以下剪断係数と呼ぶ。) は参考文献 (1)(2)(4) に詳細に説明してあるので、ここでは以下簡単に説明する。

[A] 肘板係数について

Fig. 2 に示す肘板付梁が両端支持の状態に A 端に単位曲げモーメントを加えたときの A 端、B 端の回転角 $\alpha_{AB}^b, \beta_{BA}^b$ はそれぞれ次式の形に表わすことができる。

$$\alpha_{AB}^b = \frac{l}{3EI_0} f_{AB}^b, \quad \beta_{BA}^b = -\frac{l}{6EI_0} g_{BA}^b \quad (4)$$

すなわち、 f_{AB}^b, g_{BA}^b は肘板付梁の回転角と一様断面梁の回転角との比を示すものである。

つぎに、B 端に単位曲げモーメントを加えたときの A, B 両端の回転角 $\beta_{AB}^b, \alpha_{BA}^b$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\beta_{AB}^b = -\frac{l}{6EI_0} g_{AB}^b, \quad \alpha_{BA}^b = \frac{l}{3EI_0} f_{BA}^b \quad (5)$$

Maxwell の定理により $g_{AB}^b = g_{BA}^b$ である。

また、肘板付梁が両端支持の状態に任意の荷重をうけたときの両端の回転角 $\gamma_{AB}^b, \rho_{BA}^b$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\gamma_{AB}^b = \gamma_0 h_{AB}^b, \quad \rho_{BA}^b = \rho_0 i_{BA}^b \quad (6)$$

(4)~(6) 式からわかるように、 f^b, g^b, h^b, i^b 等の肘板係数は肘板付梁と一様断面梁との回転角の比を示すもので、 f^b, g^b は一端に曲げモーメントを加えた場合、 h^b, i^b は任意の荷重が部材に加わった場合のものである。これらの肘板係数は肘板の形状および大きさ等により異なるもので、肘板のない一様断面梁の場合は 1.0 の値を有し、肘板の大きさが大きくなると 0 に近づく性質のものである。

これらの係数を求めるには、 $M/EI(x)$ 曲線を描き、図式積分で求める方法が一般に採用されている。

[B] 剪断係数について

Fig. 2

前と同様に、肘板付梁がA端に単位曲げモーメントをうけたときの剪断変形による両端の回転角 $\alpha_{AB}^s, \beta_{BA}^s$ は次式で表わされる。

$$\alpha_{AB}^s = \beta_{BA}^s = \frac{1}{GAwl} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \frac{Aw}{Aa(x)} dx = -\frac{l}{3EI_0} f_{AB}^s = -\frac{l}{6EI_0} g_{BA}^s \quad (7)$$

(7) 式において、 G は剪断剛性、 Aw は一様断面部のウェブの断面積、 $Aa(x)$ は変断面部のウェブの断面積を表わす。(7) 式から f_{AB}^s, g_{BA}^s を求めると次のようになる。

$$f_{AB}^s = \frac{3EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \frac{Aw}{Aa(x)} dx, \quad g_{BA}^s = \frac{6EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \frac{Aw}{Aa(x)} dx \quad (8)$$

ゆえに、 $2f_{AB}^s = 2f_{BA}^s = g_{AB}^s = g_{BA}^s$ である。

つぎに、部材が任意の荷重をうけたときの剪断変形による両端の回転角 $\gamma_{AB}^s, \rho_{BA}^s$ は次式で与えられる。

$$\gamma_{AB}^s = \rho_{BA}^s = -\frac{1}{GAwl} \int_0^l S(x) \frac{Aw}{Aa(x)} dx = -\gamma_0 h_{AB}^s = \rho_0 h_{BA}^s \quad (9)$$

(9) 式において $S(x)$ は荷重による剪断力を示す。一般に、 $\int_0^l S(x) dx = 0$ であるが、 $\int_0^l S(x) Aw/Aa(x) dx$ の値は0ではない。また、剪断変形の影響は、 $EI_0/GAwl^2$ の値により左右され、梁の長さが長くなるとこれらの係数は0に近づく。

3 等価梁を使用した近似計算法について

3.1 概 説

第2章で述べた諸係数は図式積分法で求められるが、この方法は肘板の部分を変断面の梁と考え、梁理論を適用したものであるが、著者の前論文⁽³⁾⁽⁴⁾からわかるように、肘板の部分は梁理論に従わないので、厳密には、前記計算法は正確な方法とは云えない。

また、前記方法は計算が煩雑であるため、著者は等価梁による計算法を導入し、これら諸係数を簡単に求めることができた。

3.2 曲げのスパンポイントについて

Fig.3 に示す肘板付梁に対し、これと弾性的にある程度等価な一様断面梁 (Fig.3(b)) を仮想し、この梁を等価梁と呼ぶ。この等価梁においては、その両端のある長さ (c_A^b, c_B^b) が剛、すなわちヤング率が無限大であるとする。両端から c_A^b, c_B^b の距離の点をスパンポイントと呼ぶ。スパンポイントについては著者の前論文⁽³⁾⁽⁴⁾で詳細に説明したので、ここでは省略して、スパンポイントを求める近似式 (肘板の遊縁が直線の場合) を次のように与える。

$$\frac{s_A^b}{b_A^b} = \frac{h_0}{h_A}, \quad \frac{s_B^b}{b_B^b} = \frac{h_0}{h_B} \quad (10)$$

(10) 式において、 b_A^b, b_B^b は肘板の腕長、 h_A, h_B は外端部の深さ、 h_0 は一様断面部の深さ、 s_A^b, s_B^b は肘板

Fig. 3 等 価 梁

Fig. 4 等 価 肘 板

Fig. 5 実験結果と計算結果との比較 (スパンポイント)

(10), (11) 式がスパンポイントを与える式であつて、これらの式と著者の実験結果⁽⁸⁾と比較すると Fig. 5 のようになる。

以上求めたのは梁の断面が矩形的の場合であるが、船舶の横部材のようにフランジのある場合についても、これらの式をそのまま使用して差し支えないと思われる。

また、隣接部材を有する骨組構造の場合は c^b , s^b の値を Fig. 6 のように規定して計算を行なう。

3.3 剪断変形のスパンポイントについて

Fig. 7 のような肘板を有する梁において、剪断変形による端部回転角は (9) 式で示されたように、

$$\gamma_m = -\frac{1}{GAwl} \int_0^l S(x) \frac{Aw}{Aa(x)} dx$$

で与えられる。

実際の梁に対応する仮想梁を考え、剪断変形のスパンポイントの条件式を求めると次のようになる。

$$\int_0^{b_A^s} S(x) \frac{Aw}{Aa(x)} dx = \int_{c_A^s}^{b_A^s} S(x) dx, \quad \int_{l-b_B^s}^l S(x) \frac{Aw}{Aa(x)} dx = \int_{l-b_B^s}^{l-c_B^s} S(x) dx \quad (12)$$

(12) 式において c_A^s , c_B^s は部材の外端から剪断変形のスパンポイントまでの距離を表わす。また、(12) 式からわかるように、剪断変形のスパンポイントは剪断力分布 $S(x)$ により異なるものであるが、剪断力一様の場合について計算し、これを剪断力が一様でないときにも近似的に使用する。

の内端からスパンポイントまでの距離を示す。

油槽船の横部材に使用している肘板のように遊縁が丸めてある場合は (10) 式をそのまま使用することはできない。このような場合は、肘板部の $1/EI(x)$ 曲線の面積が等しく、且つ遊縁が直線であるような仮想の肘板を考え、この仮想の肘板について (10) 式を適用すればよいが、ここでは著者の実験結果⁽⁸⁾を参照して Fig. 4 のように仮想の肘板を与えた。

すなわち、Fig. 4 において AC に平行で肘板の遊縁に切する直線を引き、AB との交点を A', BC との交点を C' とする。AA' = $\frac{2}{3}$ AA', CC' = $\frac{2}{3}$ CC' となるような A', C' を求める。A'BC' が求める仮想の肘板である。Fig. 4 (b) のような任意の形状の肘板に対しても、極端な場合を除いて、上述の方法を使用して差し支えないであろう。

以上の考え方を適用すると、Fig. 4 (a) のような肘板の遊縁が 1/4 円弧のときの肘板の内端 A からスパンポイントまでの距離 s^b は次式で与えられる。

$$\frac{s^b}{b^0} = 0.276 + \frac{0.724 h_0}{0.724 h_A + 0.276 h_0} \quad (11)$$

Fig. 6

Fig. 7

Fig. 8

〔A〕 肘板の遊縁が直線の場合 端部変断面部の形状を Fig. 8 に示す。ウェブの板厚を一定とし、図のような記号を使用すると、変断面部のウェブの深さ h_x は次式で表わすことができる。

$$h_x = h_0 + h_b \frac{x}{b^b}$$

剪断変形のスパンポイントは次式から求められる。

$$\int_0^{b^b} \frac{h_0}{h_0 + h_b \frac{x}{b^b}} dx = \int_0^{s^s} dx$$

ゆえに、肘板の内端から剪断変形のスパンポイントまでの距離 s^s は次式で与えられる。

$$s^s = b^b \frac{h_0}{h_b} \log \left\{ 1 + \frac{h_b}{h_0} \right\} \quad (13)$$

〔B〕 肘板の遊縁が円弧の場合 〔A〕と同様な記号を使用すると、端部変断面部の深さ h_x は、

$$h_x = h_0 + h_b - \sqrt{(h_b)^2 - x^2}$$

で与えられ、肘板の内端から剪断変形のスパンポイントまでの距離 s^s は次式のようになる。

$$s^s = b^b \left[\frac{2 h_0 / h_b (h_0 / h_b + 1)}{\sqrt{1 + (h_0 / h_b)^2 + 2 h_0 / h_b}} \tan^{-1} \sqrt{1 + 2 h_b / h_0} - \frac{\pi}{2} \frac{h_0}{h_b} \right] \quad (14)$$

(13) (14) 式が剪断変形のスパンポイントを与える式である。この両式で求めた s^s/b^b と h_0/h_b との関係を Fig. 9 に示す。2本の曲線はそれぞれ肘板の遊縁が直線の場合と円弧の場合を示す。船舶に使用する部材は、これら曲線の内いずれか一つ、あるいはその中間のものと思われるので、解析を行なう部材の形によつて剪断変形のスパンポイントを本図より簡単に求めることができる。

Fig. 9 剪断のスパンポイント

3.4 スパンポイントを使用したときの諸係数について

[A] f^b, g^b, f^s, g^s, F, G の諸係数について 曲げのスパンポイントを使用すると, f^b, g^b 等の肘板係数は次のように簡単に求められる。

$$\begin{aligned} f_{AB}^b &= \alpha_{AB}^b \frac{l}{3EI_0} = \frac{3EI_0}{l} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{EI(x)} \left(1 - \frac{x}{l}\right) (l-x) dx \\ &= \frac{3EI_0}{l} \cdot \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{EI_0} \int_{c_A^b}^{l-c_B^b} \left(1 - \frac{x}{l}\right) (l-x) dx = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)^3 \right]_{l-c_B^b}^{c_A^b} \end{aligned}$$

ゆえに, $f_{AB}^b, f_{BA}^b, g_{AB}^b$ の値は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f_{AB}^b &= \left(1 - \frac{c_A^b}{l}\right)^3 - \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^3 = \left(\frac{l_s}{l}\right) \left[1 - 2\frac{c_A^b}{l} + \frac{c_B^b}{l} + \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right] \\ f_{BA}^b &= \left(1 - \frac{c_B^b}{l}\right)^3 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^3 = \left(\frac{l_s}{l}\right) \left[1 - 2\frac{c_B^b}{l} + \frac{c_A^b}{l} + \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right] \\ g_{AB}^b &= 3\left(1 - \frac{c_B^b}{l}\right)^2 - 3\left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - 2\left(1 - \frac{c_B^b}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{c_A^b}{l}\right)^3 \\ &= \left(\frac{l_s}{l}\right) \left[1 + \frac{c_A^b}{l} + \frac{c_B^b}{l} - 2\left\{ \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15) 式において l_s はスパンポイント間の距離 ($l_s = l - c_A^b - c_B^b$) である。

つぎに剪断変形のスパンポイントを使用して f^s, g^s の値を求めよう。(8) 式より

$$f_{AB}^s = \frac{3EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \frac{Aw}{Aa(x)} dx = \frac{3EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{1}{l} \int_{c_A^s}^{l-c_B^s} dx = \frac{3EI_0}{GAwl^2} \left(1 - \frac{c_A^s}{l} - \frac{c_B^s}{l}\right)$$

となつて, $f_{AB}^s, f_{BA}^s, g_{AB}^s$ は次のように表わされる。

$$f_{AB}^s = f_{BA}^s = \frac{3EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{l_e}{l}, \quad g_{AB}^s = \frac{6EI_0}{GAwl^2} \cdot \frac{l_e}{l} \quad (16)$$

(16) 式において, l_e は剪断変形のスパンポイント間の距離 ($l_e = l - c_A^s - c_B^s$) である。

これらの式を使用すると (2) 式で与えられた F_{AB}, F_{BA}, G_{AB} の諸係数は次のように簡単になる。

$$F_{AB} = \frac{F_{AB}^b + f_{AB}^s(l/l_s)^4}{1 + 4f_{AB}^s(l/l_s)^3}, \quad F_{BA} = \frac{F_{BA}^b + f_{BA}^s(l/l_s)^4}{1 + 4f_{BA}^s(l/l_s)^3}, \quad G_{AB} = \frac{G_{AB}^b - g_{AB}^s(l/l_s)^4}{1 + 4f_{AB}^s(l/l_s)^3} \quad (17)$$

(17) 式において, $F_{AB}^b, F_{BA}^b, G_{AB}^b$ は剪断変形の影響を無視したときの値で次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{AB}^b &= \frac{3f_{BA}^b}{4f_{AB}^b f_{BA}^b - (g_{AB}^b)^2} = \left(\frac{l}{l_s}\right)^3 \left[1 + \frac{c_A^b}{l} - 2\frac{c_B^b}{l} + \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right] \\ F_{BA}^b &= \frac{3f_{AB}^b}{4f_{AB}^b f_{BA}^b - (g_{AB}^b)^2} = \left(\frac{l}{l_s}\right)^3 \left[1 - 2\frac{c_A^b}{l} + \frac{c_B^b}{l} + \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right] \\ G_{AB}^b &= \frac{3g_{AB}^b}{4f_{AB}^b f_{BA}^b - (g_{AB}^b)^2} = \left(\frac{l}{l_s}\right)^3 \left[1 + \frac{c_A^b}{l} + \frac{c_B^b}{l} - 2\left\{ \left(\frac{c_A^b}{l}\right)^2 - \left(\frac{c_A^b}{l}\right)\left(\frac{c_B^b}{l}\right) + \left(\frac{c_B^b}{l}\right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

F_{AB}^b, G_{AB}^b の図表を付図 1, 2 に示す。図の縦軸は c_A^b/l , 横軸は c_B^b/l を示し, $F_{AB}^b = G_{AB}^b = 1.0$ の点は $c_A^b/l = c_B^b/l = 0$ の点である。また, F_{BA}^b を求めるには F_{AB}^b の図表 (付図 1) において縦軸と横軸とを取換えて使用すればよい。

[B] 荷重項について 荷重項 m_{AB}, m_{BA} を求めるには上記 F_{AB}, F_{BA}, G_{AB} の外に荷重の形に応じて $h_{AB}^b, i_{BA}^b, h_{AB}^s, i_{BA}^s$ の値を求めればよい。 h, i 等の諸係数は前述の諸係数と全く同様な方法で求めることができる。その算式を Table 1 に示す。

Fig. 10

また, 貨物船等の横強度計算においては剪断変形の影響を無視する場合が多いが, この場合は (3) 式において, $f^s = g^s = h^s = i^s = 0$ として計算を行なつてもよいが次の方法で計算した方が簡単である。

すなわち, Fig. 10 のような荷重をうけたときの曲げモーメント分布は次式で与えられる。

[illegible]

$$M(x) = M_A - R_A x + \int_0^x \int_0^x w(x) dx dx \quad (19)$$

(19) 式において、 M_A は A 端の固定モーメント、 R_A は A 端における反力を示し、この 2 つは未知数である。
(19) 式から曲げのスパンポイントの点 (C, D) の曲げモーメントを求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_C &= [M(x)]_{x=c_A^b} = M_A - R_A c_A^b + \int_0^{c_A^b} \int_0^x w(x) dx dx \\ M_D &= [M(x)]_{x=l_s+c_A^b} = M_A - R_A (l_s+c_A^b) + \int_0^{l_s+c_A^b} \int_0^x w(x) dx dx \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(20) 式の M_C , M_D は梁 CD の固定曲げモーメントに等しく、この値は構造力学の教科書等にて示してあるの
で簡単に求めることができる。(19) (20) 式から M_A , M_B を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_A &= M_C + \frac{c_A^b}{l_s} \left\{ M_C - M_D + \int_{c_A^b}^{c_A^b+l_s} \int_0^x w(x) dx dx \right\} - \int_0^{c_A^b} \int_0^x w(x) dx dx \\ M_B &= M_A - \frac{l}{l_s} \left\{ M_C - M_D + \int_{c_A^b}^{c_A^b+l_s} \int_0^x w(x) dx dx \right\} + \int_0^l \int_0^x w(x) dx dx \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

剪断変形の影響を無視し、肘板の影響のみを考慮したときの荷重項を m_{AB}^b , m_{BA}^b で表わすと、 $m_{AB}^b = -M_A$, $m_{BA}^b = M_B$ である。

種々の荷重に対する m_{AB}^b , m_{BA}^b の算式を Table 1 に示した。また、一様分布荷重および三角荷重の場合の m_{AB}^b , m_{BA}^b を求める図表を付図 3~5 に示した。

剪断変形を考慮した場合において、曲げのスパンポイントと剪断変形のスパンポイントが等しい場合 ($c^b = c^s$) は、 m_{AB} , m_{BA} の値を前述の概念を使用して簡単に求めることができ、西牧⁽⁶⁾はこの場合の算式を与えている。一様分布荷重以外の荷重において、 $c^b \neq c^s$ の場合の m_{AB} , m_{BA} の値は簡単な算式で表わされないの
で、Table 1 の諸算式を使用して h^b , i^b , h^s , i^s の諸係数を求め、(3) 式を使用して m_{AB} , m_{BA} を求める。一様
分布荷重の場合は次のような簡単な式で与えられる。すなわち m_{AB} , m_{BA} を肘板によるもの (m_{AB}^b , m_{BA}^b) と
剪断変形によるもの (m_{AB}^s , m_{BA}^s) とに分けて、

$$m_{AB} = m_{AB}^b + m_{AB}^s, \quad m_{BA} = m_{BA}^b + m_{BA}^s$$

の形に表わすと、 m_{AB}^b , m_{BA}^b , m_{AB}^s , m_{BA}^s は次式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} m_{AB}^b &= -\frac{wl^2}{12} \left\{ \left(\frac{l_s}{l} \right)^2 + 6 \left(\frac{l_s}{l} \right) \left(\frac{c_A^b}{l} \right) + 6 \left(\frac{c_A^b}{l} \right)^2 \right\} \\ m_{BA}^b &= \frac{wl^2}{12} \left\{ \left(\frac{l_s}{l} \right)^2 + 6 \left(\frac{l_s}{l} \right) \left(\frac{c_B^b}{l} \right) + 6 \left(\frac{c_B^b}{l} \right)^2 \right\} \\ m_{AB}^s &= -\frac{wl^2}{12} \left(\frac{l_s}{l} + 2 \frac{c_A^b}{l} \right) \left(\frac{c_A^s - c_A^b}{l} - \frac{c_B^s - c_B^b}{l} \right) \frac{12 f_{AB}^s (l/l_s)^3}{1 + 4 f_{AB}^s (l/l_s)^3} \\ m_{BA}^s &= \frac{wl^2}{12} \left(\frac{l_s}{l} + 2 \frac{c_B^b}{l} \right) \left(\frac{c_B^s - c_B^b}{l} - \frac{c_A^s - c_A^b}{l} \right) \frac{12 f_{AB}^s (l/l_s)^3}{1 + 4 f_{AB}^s (l/l_s)^3} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

一般に、剪断変形の影響は荷重および構造が対称な場合には、その影響が全くなく、逆に非対称性が強くなるとその影響も大きくなる。

4 本計算法と実験結果および図式積分結果との比較

肘板付矩形骨組構造物の実験を行ない、前述の方法で解析した。その結果の一例を Fig. 11 に示す。本試験体は部材の長さに比してそのウェブの深さが小さいので剪断変形による影響は無視できる程度のものである。実験結果と解析結果とは非常に良好な一致を示している。肘板の大きさ形状および荷重の位置を変えた実験を多数行なつて計算値と比較したが、いずれも良好な一致を示した。

つぎに、岡部等⁽⁷⁾の油槽船模型の部材について、図式積分による値と、スパンポイントより求めた値とを比較した。その結果を Table 2 に示す。Table 2 の各部材の名称は Fig. 12 の記号を使用してある。また、 h , i 等の荷重項は三角荷重の場合である。また図式積分の値は山越教授の資料より拝借したものである。

Fig. 11 実験結果と計算結果との比較 (曲げモーメント分布)

Table 2 本計算法と図式計算との比較

部材名	f^b	g^b	h^b	i^b	f^s	g^s	h^s	i^s
AB	0.71 (0.69)	0.93 (0.92)	0.93 (0.91)	0.95 (0.94)	0.36 (0.36)	0.71 (0.71)	-0.08 (-0.07)	-0.09 (-0.08)
BA	0.71 (0.69)	0.93 (0.92)	0.93 (0.91)	0.95 (0.94)	0.36 (0.36)	0.71 (0.71)	-0.08 (-0.07)	-0.09 (-0.08)
BC	0.56 (0.52)	0.43 (0.42)	0.62 (0.59)	0.54 (0.52)	0.20 (0.20)	0.41 (0.40)	0.23 (0.22)	-0.38 (-0.36)
CB	0.11 (0.12)	0.43 (0.42)	0.24 (0.25)	0.32 (0.33)	0.20 (0.20)	0.41 (0.40)	-0.33 (-0.32)	0.26 (0.25)
FC	0.27 (0.26)	0.54 (0.49)			0.11 (0.11)	0.21 (0.21)		
CF	0.32 (0.30)	0.54 (0.49)			0.11 (0.11)	0.21 (0.21)		
EB	0.33 (0.35)	0.62 (0.65)			0.01 (0.01)	0.03 (0.03)		
BE	0.38 (0.40)	0.62 (0.65)			0.01 (0.01)	0.03 (0.03)		
EF	0.61 (0.56)	0.54 (0.51)			0.29 (0.29)	0.58 (0.58)		
FE	0.17 (0.17)	0.54 (0.51)			0.29 (0.29)	0.58 (0.58)		
DE	0.71 (0.69)	0.93 (0.92)			0.42 (0.42)	0.84 (0.85)		
ED	0.71 (0.69)	0.93 (0.92)			0.42 (0.42)	0.84 (0.85)		

() は図式計算による値を示す。

Table 2 の結果からわかるように、本計算法は図式積分結果とも良好な一致を示し、実用上十分な精度を有しているものと思われる。

5 肘板内の応力について

肘板部の応力を求めるには種々の簡易計算法が行なわれているが、著者は数多くの実験を行い、これらの計算法と比較したところ、Osgood⁽⁵⁾の方法がもつとも良好な近似を与えるようである。また、この方法はフランジのある場合*にも適用でき、その算式も割合簡単である。しかし、この方法は肘板の遊縁が直線の場合 (Fig. 11 参照) には非常に良好な一致を示すが、遊

* Osgood の論文においては両方のフランジが等しい場合について応力を求める算式を与えているが、著者はこれを拡張して、一般の場合の算式を付録に集録した。

Fig. 12 部材の名称

$B'B''$ は実際のフランジの幅
 $B'B''/x'x''$

Fig. 13 フランジの有効幅

縁が円弧の場合については、遊縁の中央部付近において、実験値と比べて小さな値を示す傾向がある。特に、遊縁の曲率 R と一様断面部のウェブの深さ h_0 との比 R/h_0 が小さい場合は、この傾向がますます顕著になる。この難点を解決する一便法として、著者は次のような方法を採用した。

すなわち Fig. 13 のように、 A 点の応力を求める場合は外側のフランジの有効幅を 0 と考え、 x 点の応力を求める場合は $x'x''$ を有効幅と考える。また肘板の内側のフランジは全部有効に働くと考ええる。

以上の便法で行なつた計算値と実験結果との比較を Fig. 14 に示す。図において、比較のため、フランジ全部考慮したときの計算値も示した。

これらの結果からわかるように、油槽船の肘板（普通 $R/h_0=1.0$ ）

Fig. 14 実験結果と計算結果との比較（肘板の応力）

の応力を求めるには、Osgood の方法を使用して、上述の修正を行えば良好な近似が得られと思われる。

6 計算法の総括

端部変断面および剪断変形の影響を考慮した撓角撓度法の基本式(1)の係数 F_{AB} , F_{BA} , G_{AB} はスパンポイントを使用すると次のように簡単に求められる。

まず、肘板の遊縁の形状により、(10), (11) 式から曲げのスパンポイントを求め、付図 1, 2 を使用して F_{AB}^b , F_{BA}^b , G_{AB}^b の値を求める。

つぎに肘板の遊縁の形状により、Fig. 9 から剪断変形のスパンポイントを求め、(16) 式を使用して f_{AB}^s , f_{BA}^s , g_{AB}^s の値を求める。

これらの F_{AB}^b , F_{BA}^b , G_{AB}^b , f_{AB}^s , g_{AB}^s 値を(17)式に代入すると、係数 F_{AB} , F_{BA} , G_{AB} を簡単に求めることができる。

荷重項の求め方について述べよう。

一様分布荷重の場合は(22)式を使用して簡単に求めることができる。その他の荷重の場合は Table 1 の諸算式から h , i 等の係数を求め、(3)式を使用して m_{AB} , m_{BA} の値を求めることができる。また貨物船の部材のように剪断変形の影響を無視できる場合は、Table 1 の m_{AB}^b , m_{BA}^b の算式を使用すると非常に簡単である、一様分布荷重および三角分布荷重の m_{AB}^b , m_{BA}^b の値を付図 3, 4, 5 に示した。また、梯形分布荷重は、一様分布と三角分布とを重ね合わせることににより求められる。

以上の諸計算より撓角撓度法の基本式の諸係数および荷重項が求まり、部材の曲げモーメント分布を得ることができる。次に、肘板部の応力を求めるには付録に示した諸算式を使用し、Fig. 13 のように外側のフランジを修正する。

7 結 語

著者は端部変断面および剪断変形の影響を求めるため、等価梁の概念を導入し、これらの計算を簡易化することができた。また、計算に必要な算式および図表を与えて、実用計算に供した。著者の計算法は実験結果ともよく一致し、また従来行なわれていた図式方法とも良好な一致を示し、実用上十分な精度を有しているものと思われる。

なお、本研究は日本海事協会横強度研究委員会の一環の研究であつて、終始御指導を頂いた寺沢教授、吉識教授始め委員各位に対し厚く感謝致します。また、未公表の資料を提供された山越教授に対しお礼申し上げます。

船体横強度近似計算法に関する研究は、本報告をもつて一応終了するが、著者の研究に終始協力した日本海事協会技術研究所西沢嘉則君に対し感謝致します。

付録 肘板部応力の諸算式

Osgood の方法を使用して、両方のフランジが異なる場合にも適用できる算式を下記に与えた。

Fig. 15 に示す楔の軸 OO' は下記の算式より求められる。

$$2\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{1 + 2A_f'/rt \sin 2\Theta - \cos 2\Theta}{2A_f/rt + 2A_f'/rt \cos 2\Theta + \sin 2\Theta} \quad (23)$$

(23) 式において A_f , A_f' は両方のフランジの断面積を示し、その他の記号は図に示した。

任意の点 $x(r, \theta)$ の半径方向の応力 $\sigma_r (= \sigma_{r1} + \sigma_{r2} + \sigma_{r3})$ および剪断応力 $\tau_{r\theta}$ は次式により与えられる。また円弧方向の応力 σ_θ はすべて 0 である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r1} &= \frac{P_1 \sin \theta}{rt \left\{ \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + A_f \sin^2 \alpha_1 + A_f' \sin^2 \alpha_2} \\ \sigma_{r2} &= \frac{-P_2 \cos \theta}{rt \left\{ \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + A_f \cos^2 \alpha_1 + A_f' \cos^2 \alpha_2} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rs} &= \frac{2 M \sin 2\theta}{r \left[tr \left\{ \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) - (\alpha_1 \cos 2\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2\alpha_2) \right\} + 2(A_f \alpha_1 \sin 2\alpha_1 + A_f' \alpha_2 \sin 2\alpha_2) \right]} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{-M \{ (\cos 2\theta - \cos 2\alpha_2) + 2 A_f' / tr \sin 2\alpha_2 \}}{r \left[tr \left\{ \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) - (\alpha_1 \cos 2\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2\alpha_2) \right\} + 2(A_f \alpha_1 \sin 2\alpha_1 + A_f' \alpha_2 \sin 2\alpha_2) \right]} \end{aligned} \right\}$$

Fig. 15

Fig. 16

(24) 式において θ の値は軸 OO' から上の方は正, 下の方は負である。また, P_1 , P_2 , M 等は図の方向を正とする。

なお, 肘板の遊縁が円弧の場合は Fig. 16 に示す楔 OAA' を考え, (23) (24) 式により計算を行なう。

参考文献

- (1) R. Guldán "Rahmentragwerke und Durchlaufträger" Wien Springer.
- (2) E. Steneroth "On the Transverse Strength of Tankers" T.R.I.T. Stockholm (1955)
- (3) 山口勇男 "肘板を有する固定梁の実験について" 造船協会論文集 No. 102 (1958)
- (4) 井口常雄, 山口勇男 "肘板を有する骨組構造物の曲げモーメント分布について" 造船協会論文集 No. 103 (1958)
- (5) W. R. Osgood "A Theory of Flexure for Beams with Nonparallel Extrem Fibers." Journal of Applied Mechanics (1939)
- (6) 西牧 興 "油槽船の横強度の計算例について" 造船協会論文集 No. 108 (1960)
- (7) 岡部利正, 堀 浩一, 平田 将 "Wing Tank 立体格子構造計算について" 造船協会論文集 No. 106 (1960)

付図 2 G_{AB}^b の値

付図 1 F_{AB}^b の値

付図 4 $\bar{m}_{AB}^0$ の値 (三角分布荷重) 付図 3 $\bar{m}_{AB}^0$ の値 (一様分布荷重)

付図 5 $\bar{m}_{BA}^b$ の値 (三角分布荷重)