船の波浪中動揺応答の解析法について (その 3)

正員 山 内 保 文*

On the Analysis of the Ship Oscillations among Waves — Part III

By Yasufumi Yamanouchi, *Member*

Summary

In Part I of this paper, the author summarized the general character of the response of ship oscillations among waves, especially of the rolling. In Part II, he discussed the problems which appears on the way to analyse the irregular oscillations of ships on the irregular ocean waves, as stochastic processes. In this Part III, the author discussed the meaning and the purposes of the model experimental tank test which is performed in an irregular wave system produced in the tank by an ingenious method, inaugurated by Prof. E. V. Lewis. The author introduced the concrete method of test and several notices, which he thought to be some help for others to do this kind of works. In doing this, the author used the results he has obtained at the Davidson Laboratory, Stevens Inst. of Tech., from the series of rolling test in irregular tank waves as an example. He also used this results to check the validity of the analysing method, he has mentioned in Part II, as well as to show the fact that the same character of ship rolling response in regular waves, that he mentioned in Part I, are kept to be true in irregular waves too.

1 緒 論

さきに報告した論文 (その 2)²⁾では、大洋波を確率過程と見なし、その中での船の動揺を同じく確率過程の立場に立つて取扱う場合に起こる種々の問題について述べた。この解析法が大洋波中の船の動揺を解明する極めて有力な手がかりであり、従来連繋のつかなかつた試験水槽中で計測される規則波中の動揺性能と、実際就航時の動揺性能とを始めてはつきりと結びつけるものであることは現在すでに議論の余地がない³⁾⁴⁾。所が間もなく Prof. E. V. Lewis によつて、こんどは試験水槽中に人工的に不規則波を発生しその中で実験を行ない、上に述べた同じ方法を用いて解析するという試みが行なわれ始めた⁵⁾⁶⁾。これは在来の造波機をそのまま用いたもので、長波頂線をもついわゆる二次元的な不規則波である。その後この試みは世界各国の水槽でも取入れられ、現在にはさらにこれが発展し二つ以上の方向から、しかも多くのブロックに分れる造波機素子からの不規則波により短波頂つまり三次元的な不規則波を水槽内に作つて実験を行なおうとする所まで、拡大計画されるに至っている⁷⁾。著者は Stevens Inst. of Tech. の Davidson Laboratory に滞在中、在来型長水槽に設けられた装置を使つて不規則縦波中の動揺に関する実験を行なう⁸⁾と共に、新たに同所の角水槽(75 呎×75 呎)の造波装置に不規則波発生用プログラミングを設けて不規則波を発生し、これを真横から受けて様々な速度で航行する船の横揺試験を行なつた。その後一応それらの解析を終つたので、ここにその概要について報告すると共に、このような実験の持つ意味、その他これに伴う問題点について考察したいと思う。

2 試験水槽中の不規則波による実験の目的および意義

地球物理的現象の一つである波、したがつてその中の様々な船の応答は一つの確率過程と見なすことができ、実際に船が遭遇する波の変化およびその中の応答の変化はその一ケの標本過程と考えることができることは、すでに述べた所²⁾³⁾である。したがつて波または船の応答の記録から計算されたコレログラム、スペクトラム等は標本からの一つの評価であつて、これから確率過程のコレログラム、スペクトラムの価を推定することが必要であ

原稿受付 昭和 36 年 12 月 20 日

* 運輸技術研究所

つた。すなわち計測された記録には確率的な母集団がいつも背後にあり、標本についてのすべての評価は母集団についての真の値の推定値に過ぎなかつた。そこに信頼限界等の問題がいつも付随して来る理由があつた。

あとに述べるような方法で水槽中に発生させた不規則な波の記録は大洋波の標本過程と一見同じであり、その解析にはコレログラム、スペクトラムの方法をそつくりそのまま用いることができる。したがつてその中での船の応答の計算も、大洋波の中での応答の計算と全く同じ手順によることができる。しかしながら一方水槽中に起こした不規則波の性格は多少大洋波の標本過程とは異なつてゐることも忘れてはならない。水槽中の不規則波およびその中の模型船の応答は、適当に考慮されたものならば、反覆して同じものを現出することも可能であり、一つの決定論的な時間函数に近いものであつて、もはや厳密な意味での確率過程ではない。したがつてこれから求めたスペクトラム、コレログラムも、もはや厳密な意味での確率変数ではない。このことを明かにしておかないと信頼限界等の問題に混乱を生じて来る。

試験水槽に不規則波を発生させて実験を行なう目的としては、次のような諸点を挙げることができる。

1. この実験の結果をすでに述べたスペクトラム、コレログラムの方法により解析して応答を求め、規則波中で求めた周波数応答と比較してこの方法が船の応答を求める手段として妥当なことを確認すること。
2. これが確認された暁には、この方法によつて周波数応答特性を求め、様々に周波数を変化させた多くの規則波中の実験に替えること。
3. 以上は応答が線型の場合であるが、応答が非線型な場合にも、pre-whitening を用いる等、周到な注意の下に解析を行ない、関連係数 *coherency* の助けを借りてスペクトラムを判断する等の手続によつて、非線型性の度合を調べ、且つその性格を明らかにすることに役立たせること。
4. 船が実際就航中に大洋で遭遇するような有様を実験室内に再現し、様々なパラメータを制御下に置き、不規則波中での固有の問題を調べること……等である。

この報告では主として著者が角水槽中で行なつた前進速度をもつ模型船の不規則波中横揺試験を例にしてこの種実験全般について述べ、併せてこの実験に表われた横揺の特性についても記すこととする。勿論この場合も目的とする所はすでに掲げた所と変らないが、さらに

1. 先に(その1)¹⁾で述べたような規則波中で示される横揺に対する前進速度の影響、すなわち速度と共に減衰抵抗が増大し、しかもその非線型性が減じ、その結果応答は小さくなることも併せて、全体として応答がより線型に近づくことを確かめること。
2. ビルジキールの有無によつて横揺の減衰性が大きく変り、非線型性が変化するが、その模様はまた前進速度によつても影響されるので、それらの変化を確かめること。
3. 前進速度が0で減衰も小さく、復原力が振幅の三乗に比例する項まで大きく効いて来るような場合、あるいは前進速度が小さくビルジキールが大きく、動揺角速度の自乗に比例する減衰が効いて来るような場合等、動揺の応答が非線型なときに、スペクトラム分布密度は同じでも分散の異なる不規則波に対する応答の変化を調べ非線型応答の性質の表われ方を調べること。
4. 横揺応答に様々な型の非線型性があるときに、複合波、すなわち多くの周波数の成分を含む波に対していかなる応答を示すかを調べること……等を目的とした。

3 不規則波の発生法並びに実験方法

3.1 不規則波の発生法

実験を行なつた Davidson Laboratory, Stevens Inst. of Tech. の第二水槽は 75 呎×75 呎×4.5 呎の角型である⁹⁾。造波機は plunger type で、plunger は円弧型の平行部のない楔(頂角 25°)型であり、往復回転運動する腕に取付けられ、構造が極めて簡単な点、plunger 自体は合成樹脂 Sterofoil (比重 0.027) を主体とする極めて軽いもので、回転慣性モーメントの極めて小さい点、さらに plunger の位置によつて変化して来る大きな浮力によるモーメントはカムを介してスプリングの張力によるモーメントと常にバランスしてある点等、不規則波発生に極めて好都合にできている。

不規則波発生法についてはすでに創案者 Prof. E. V. Lewis によつて発表されて¹⁰⁾いるが、著者はこれを多少組織立てて系統的に行なつた。ここに詳細に述べることはできないが、要するに希望する波のスペクトラムを周波数の頻度分布のヒストグラムと考え、それを周波数に応じた造波機モーターの制御タップの使用度数分布

Fig.1 オッシログラムの一例 (一部)

に変換し、総計がその度数になるように、ただしタップの出現順序は全くランダムになるよう配列し、造波機の一ストローク毎にタップをその配列にしたがって切換えて一ストローク毎に変化する周波数の波を、次から次へ

と発生させるようにしたものである。もちろん造波機自身一次遅れおよびその他の周波数特性を持ち、且つ plunger 型でストロークは一定に保っているから、波高は周期が短い程大きくなる傾向にあり、したがってスペクトラムは $1/L^2 \propto 1/T^4 \propto \omega^4$ に比例する等の性質を含め、総合周波数特性を持つから、波の周波数頻度分布と同じ周波数頻度分布を造波機自身にあてはめることはできないが、造波機全体の周波数特性を推定すれば、2~3回の試行で、ある程度スペクトラムの形状やピークの位置を希望するものに近づけることができる。

波のスペクトラムの形状の選定に当つては、実験の目的をよく考慮する必要がある。その目的に応じて例えば次のように Fig.1 に示した (a)(b)(c)(d) のうちから選ぶとよい。

1. この実験によつて大洋航行中の実際の船の動揺の有様を知らうとするような場合……例えば Neumann スペクトラムを縮尺した (a), (b) のようなスペクトラム。
2. 不規則波は単にこの動揺の（主として線型な）周波数応答を求めるための手段として用いるような場合……(c) あるいは (d)。
3. 単なる複合波として不規則波を用い、応答系（殊に非線型の場合）の複合波に対する影響を調べるような場合……(c) または (d) に近いスペクトラム。

すなわち例えば 2. のような場合、波のエネルギーがある周波数の近傍に集中したようなものを用い、しかも

Fig.2 波応答のスペクトラム

それが動揺応答の山と重なるような (a) を用いることは必ずしも得策ではない。なぜならば、動揺のスペクトラムの山はいよいよ高くなり、後にも述べるように記録が有限なことより来る spectrum window の平滑化の影響をより受け易くなり、応答にも誤差を生じ易いからである。また (b) のように応答の主要部が波のスペクトラムのエネルギーの少ない裾の部に重なると、動揺のスペクトラムから応答を求める計算が不正確となる恐れもある。一方 (c) のようなものでは応答のスペクトラムの形が略々応答特性に近いものを示すことになり好都合である。しかし現実にはこのような波を生成することは必ずしも容易ではない。そこで (d) のような応答の山の位置でむしろ低いエネルギーを与えるものとするにより、応答のスペクトラムを white に近づけることができ pre-whitening を行なつた効果と同じく、動揺のスペクトラムの評価および応答特性の評価の精度をも上げることになる。ここでは 2. と 3. とを同時にねらつたので、なるべく応答特性の大きい部分でスペクトラムがフラットになるよう努めた。実際に用いたものは Fig.3, 4, 5 の (b) 図に示すように一様のスペクトラムには程遠いが、一応目的を達していると云つてよい。

3.2 実験方法

2. に示したこの実験の目的に沿つて、不規則横波中の横揺について、次のような実験を行なつた。

1. 全く同じスペクトラムを与える不規則波中で、前進速度を $[0, 1.01 \text{ ft/sec} (\mathcal{F}=0.0796), 2.02 \text{ ft/sec} (\mathcal{F}=0.1592)]$ と変化した場合。

2. スペクトラム分布密度をできるだけ相似に保ちながら、波の高さが平均して大きくなるよう分散の値を変化させた場合。

3. 上記 1, 2. についてそれぞれビルジキールのある場合とない場合。
4. スペクトラムが全く 1, 2. の場合と異なつて Neumann のスペクトラムのような場合……等に対する横揺試験である。

使用模型はすでに (その 1)¹⁾ で述べたように Todd Series 60, $C_b=0.60$ の 5 呎木製自航模型船である。ビルジキールは真鍮板製で、 $0.24''$ 深さ、略 $L/4$ の長さであつた。運動の計測にはこの水槽に丁度完成した自動

追尾式斜波中運動計測用車台装置¹⁴⁾を用いた。横揺、縦揺、船首揺、サージ、スウェイおよび上下揺の六つの動揺は、舵角の変化および波高の変化と共に電線を介して陸上の8チャンネルの Sanborn Oscillograph に記録される。単線抵抗式の波高計は主車台上に取付けられているので、船の平均速度で進み平衡重心位置より前方で出会波を計測していることになる。模型船の操舵は、操舵機駆動用セルシンモーターの制御を陸上で行ない、規則波中の実験では陸上から模型船の針路を監視し、予定の針路に進むよう手動で行なつた。しかし不規則波の場合には手動による操舵では、追従速度が遅く、所定の針路を進ませることが不可能となつたので自動操舵方式を採用した。これは船首の角変位による制御に僅かに船首揺角速度による制御を加味した極めて簡単なものであつたが具合よく作動し、十分目的を果すことができた。なおこの場合、舵面積はこの模型船に固有の舵よりも50%増大させ、舵による制御力を増大させた。

記録は8チャンネルのオシログラフに記録せしめたことは前述の通りである。記録の一例が Fig.2 に掲げられている。これからコレレーション、スペクトラム等の計算を行なうには、かなり手数を要する。そこで同じく丁度この水槽に完成された digitizer⁹⁾もを使用した。この最大能力は0.1秒毎に6チャンネルを順次サンプリングして7ビットの2進法で digitize し7単位のテレタイプ用テープに穿孔するものである。したがって読取値は $2^7=128$ の級に分類され、始めに選定接続されたチャンネルにしたがつて、読取値を順次穿孔してゆくことになる。なお著者は(その2)²⁾に示したようにこの級別による連続量のスペクトラムからの誤差を理論的に検討し、級の数が128の程度ではこれが極めて小さいことを明らかにした¹¹⁾。この実験では特に横波中の横揺に重点を置

Table.1 Channel の配分

Channel No.	Items
1.	Wave
2.	Roll
3.	Heave
4.	Wave
5.	Roll
6.	Blank

いたが、その他横揺と最も密接に関係するスウェイはそれ程大きく明らかには表われなかつたので、他にもう一つの動揺として上下揺を取り、波、横揺、上下揺の順にサンプリングした。その間隔は後にも述べるように、計算に要する経費と計算の精度とを考え合わせ $\Delta t=0.3$ 秒としたが、波および横揺については、繰返し二つのチャンネルでサンプリングしたので、もし必要ならば $\Delta t=0.15$ 秒の読取値の時系列とすることもできる。すなわちチャンネルの配分は Table.1 のようである。ここでチャンネル6はブランクとして一見してサンプリンググループの別が分り易いようにした。この方式ではサンプリングが各チャンネルの順に等時間間隔で行なわれるので、チャンネル1と次のチャンネル1との間隔を0.3秒とすると、チャンネル1と2との間隔は $0.3/6=0.05$ 秒である。すなわち波と横揺との読取値は同時ではなく、0.05秒ズレている。位相の解析には波高計の位置による補正と共にこのズレによる補正も行なわなければならない。

いま、ここに用いた不規則波発生プログラムの完了には約180秒を要する。すなわちロータリースイッチはこれだけの時間かからないと一回転を完了しない。一方模型船がこの水槽中を航走して定常航走のできるのは約40~45呎間であるから、真横からこの不規則波を受けて航走する場合、速度1.01ft/sec では30ヶ前後の波に出会い、2.02ft/sec では約20ヶの波に出会うだけである。これではこの不規則波プログラムの僅か一部だけであるので、船が平衡航走状態に入つてから出会う波が順次にズレて何回かの航走の繰返しでこのプログラム全体を捲くようにし、1.01ft/sec のときには3回以上、2.02ft/sec では5回以上、航走させて全体で一つのものと考えて平均値をとつた。

4 解析法およびその検討

得られた各航走の記録から $\Delta t=0.3$ 秒おきに読取つた値を用い、すでに述べたような²⁾⁸⁾ 方法にしたがつて波 横揺 上下揺のコレログラム、スペクトラム解析を行なつた。このためには、オシロの記録から

Fig.3 (a)

Fig.3 (b)

Fig.3 (c)

Fig.3 (d)

目で読取つて普通の卓上型計算機によつて計算することもできる。しかし実際には時間と労力を節約するため、前述の穿孔テープを IBM 計算装置の binary to decimal converter にかけて 10 進法に変換し、IBM カードにデータを移し、同じ計算方法を IBM 計算機にプログラミングしたものにしたがつて計算を行なつた。計算の一部は New York University, College of Engineering, Research Division の IBM 650 により、大部分は新三菱重工株式会社東京本社の好意により、同社 IBM 650 によつて行なつた。

4.1 周波数応答特性の算定

実験を行なつた各航走について上記の解析を行なつたが、ここではそのうち、例として三つの場合につき波と横揺についての結果のみを Fig.3~Fig.5 に示した。いずれも (a) には波および横揺の自己相関函数、並びに波と横揺れとの相互相関函数を、(b) には波および横揺のオートスペクトラムを、(c) には波と横揺とのクロススペクトラムを実数部コースペクトラムおよび虚数部クォードレイチェアスペクトラムとして示した。(d) には以上を用いて計算した波と横揺との coherency, 横揺の波に対する応答の周波数位相特性 (横揺角の波傾斜角に対する位相遅れで示してある) 並びに周波数応答振幅特性を自乗の形、すなわち、いわゆる Response Amplitude Operator の形

Fig.4 (a)

Fig.4 (b)

Fig.4 (c)

Fig.4 (d)

すでによく知られており¹²⁾、且つ相互相関函数、クロススペクトラムの評価には、このようなウィンドウは必然的に評価に偏倚を生じ、その偏倚の大きさ m はの大きさによつて変化するものであることは、すでに著者の指摘した²⁾所である。そこでこの m の大きさの、評価に与える影響を調べるため、例えば航走 No. 832, 834 等の全体の記録を十分に長く取り得る前進速度 $V=0$ の場合には、 m をも種々の大きさに変えてみた。最も大きい m の値は航走

で示してある。すでに述べたように、模型船が前進速度を有する場合には、一回の航走があまりにも短いので数回の航走で一つの状態を掩うようにしたので、Fig.3 の $v=1.01$ ft/sec ($\mathcal{F}=0.0796$) の場合には、相関函数の (a) 図を除き航走 No. 725, 727, 729 の三航走についての値をそれらの平均値と共に一緒に記入してある。(a)の相関函数については、ここには三航走の平均のみを示した。

すでに示したように³⁾ 相関函数を計算する最大のラグの数 $m(m \cdot \Delta t$ が最大のラグの時間 T_m となる)を同時にまたスペクトラムの分解能から云つて、スペクトラムを計算する周波数の分割点の数とすることが勧められ¹²⁾、またよく実行されている。ここでもそれにしたがつて、 $\omega=0, \pi/m\Delta t, 2\pi/m\Delta t, \dots, m\pi/m\Delta t$ ($=2\pi/2\Delta t=10.472$) $=\omega_N$ の $m+1$ 点についてスペクトラムを計算した。ここで ω_N はスペクトラムの計算できる最大の円周周波数 $2\pi/(2\Delta t)$ である。その際いわゆる Hamming Window を用い、平滑化を行なつた。全体の記録の長さ $T=N \cdot \Delta t$ に対して計算上から云つても $T_m=m \cdot \Delta t$ を無制限に大きくできないことはよく理解できることであり、且つスペクトラムの形状から云つても m の数の上限にも下限にもある適当な範囲があるのは当然であろう。またこれがコレログラム、ウィンドウまたはスペクトラムウィンドウの幅を変化させて、標本値の信頼度の幅を変化することは

Fig.5 (a)

Fig.5 (b)

No. 832 の場合であつて、 $N=700$ に対し、 m は最大 120 まで取つてゐる。その他 $m=60$, $m=40$ の場合についても計算してみた。相関函数 Fig. 4 (a) は $m=120$ の場合が一つ示してあるが、 $m=60$, $m=40$ とした場合はコレログラム、クロスコレログラムを $m=60$, または $m=40$ で打ち切つて、フーリエ変換をしてスペクトラムを求めたと思ふべき。航走 No. 834 では、 $m=$

Fig.5 (c)

Table 2 各航走の n と m

航走番号	前進速度	スペク	ビルヂ	読取値の数	最大のラグ数
RUN No.	v	トラム	キール	n	m
714				90	30
719				69	30
722	2.02	I	な	65	30
723		(分		76	30
724				77	30
725		散		143	40
727	1.01			149	40
729		少		167	40
832	0		し	700	40, 60, 120
831	0	II		638	40, 120
783				162	40
785	1.01		あ	157	40
787		I		168	40
833	0		り	700	60
834	0	II		700	60

Fig.5 (d)

40, 60 の二通りの場合について行なつた。他の代表的なケースをも含め解析に用いた m の数と全体の読取値の数の例を示したものが Table 2 である。これらの計算は、いずれも 128 の級別に digitize された穿孔テープ上の読取値 1~128 の bid を単位として行ない、後でキャリブレーション係数を乗じて実際のディメンションに直してある。波高は他との比較の便宜上 ft. を、横揺は deg. を単位としてある。またスペクトラムの表現は、波のスペクトラムを含むので、これを海洋学者の用いているものと等しい表現にするため、いわゆる $[A(\omega)]^2$ 方式³⁾、すなわち $4S(\omega) (0 < \omega < \infty)$ によつて行なつた。したがつてスペクトラムの囲む面積は $2\sigma^2$ (σ^2 はこの過程の分散) である。Fig. 3 (b) および Fig. 4 (b) には同じプログラムによつて発生させた波のスペクトラム (Spectrum I) が示されているが、略同じ値を得ていて反覆性のあることを示している。航走 No. 834 の Fig. 5 (b) の波は、これより分散の大きい波 (Spectrum II) の例である。

周波数応答特性の計算には、先に (その 2)²⁾ で述べたように、理論的にはクロススペクトラムの方が優れており、且つ位相特性はこれによらなくてはでてこないが、ウィンドウによる標本計算の誤差の問題が完全に解決されていない現在では、周波数応答振幅特性は、オートスペクトラムの比として求める方がむしろよい評価である。ゆえに振幅特性 $|H(\omega)|^2$ は横揺のオートスペクトラムと波のオートスペクトラムとの比として求めた。なおその無次元表示は横揺角 $\Phi(\omega)$ と波傾斜角 $\Theta(\omega)$ との比 $H_{\Phi/\Theta}(\omega)$ によるのが都合がよいので、すでに (その 1)¹⁾ で述べたことごとく、波高 $X(\omega)$ に対する応答 $H_{\Phi/X}(\omega)$ より

$$H_{\Phi/\Theta}(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\Theta(\omega)} = \frac{\Phi(\omega)}{X(\omega)} \cdot \frac{X(\omega)}{\Theta(\omega)} = H_{\Phi/X}(\omega) \cdot \frac{X(\omega)}{j \cdot \frac{\omega^2}{g} X(\omega)} = H_{\Phi/X}(\omega) \cdot \frac{g}{\omega^2} e^{-j\pi/2} \quad (4.1)$$

によつて変換して求めた。すなわち振幅応答および位相遅れは

$$|H_{\Phi/\Theta}(\omega)|^2 = |H_{\Phi/X}(\omega)|^2 \cdot \frac{g^2}{\omega^4} \quad (4.2)$$

$$\sigma_{\Phi/\Theta}(\omega) = \sigma_{\Phi/X}(\omega) + \frac{\pi}{2} \quad (4.3)$$

によつて示した。なお実際の航走に当つては、前進速度のある場合は波高計は船の平均位置の船首尾線上にあるように置いたが、船の航走中、自動操舵装置によつても、厳密に波高計と船の重心とが同一波頂線上にはない。しかしこの量は大きくはないので、オシログラフのスウェイの記録から各航走について船の重心の平均位置を求め、波高計との波の進行方向に沿つた平均距離 d による補正を行なつた。また前進速度 0 の場合には、同じく波高計は模型船の風上側 d の所に置いたので同じ補正を行なつた。すなわち位相角の修正量は周波数 ω の所で

$$\sigma_d(\omega) = 2\pi \times \frac{d}{L(\omega)} = \frac{\omega^2}{g} \cdot d \quad (L(\omega) \text{ は波長}) \quad (4.4)$$

またもし前述の digitizer によるサンプリングの時間の差 (横揺れの波高に対するサンプリングの時間遅れ) を Δt_s とすると、そのための修正も含め、真の横揺の波に対する位相遅れは

$$\sigma_{\Phi/\Theta}(\omega) = \sigma_{\Phi/X}(\omega) + \frac{\pi}{2} + \frac{\omega^2}{g} d - \Delta t_s \cdot \omega \quad (4.5)$$

によつて求めればよい。

4.2 コレログラム、スペクトラム算定法の検討

スペクトラム Fig. 3 (b), 4 (b), 5 (b) を見ると、横揺のスペクトラムは横揺の減衰が低いために極めて急峻なピークを持ち、 $\omega < 3$, $\omega > 6$ ではほとんどエネルギーを持つていない。したがつて一般の動揺の場合、大体固有周波数 ω_0 (この場合 ≈ 4) の 2 倍まではある程度のエネルギーがあると定めた Nyquist Frequency $\omega_N = 2\pi/2\Delta t = 2\pi/(2 \times 0.3) = 10.47$ (すなわち解析を行なう最大の周波数) はやや大き過ぎたように見える。しかし波のスペクトラムおよび横揺と波とのクロススペクトラムのエネルギーの存在範囲は 7~7.5 にまで及んでいるので、その約 1.5 倍という見当の $\omega_N = 10.47$ は概ねよい値であつたと云つてよい。すなわち Δt として上記の関係から著者の経験則³⁾としての $\Delta t \approx 1/6 \cdot T_0$ (T_0 は固有周期) に当る 0.3 秒をとつたのは、よい選択であると云つてよい。このとき aliasing による誤差も全くないことはスペクトラムの形から明らかである。このことは原波形やコレログラム、クロスコレログラムの振動している波形の一つ一つに計算点が 5 ケは含まれていて、点が略々波形を確定していることにも表われている。

横揺が減衰の小さい運動であるため、波のコレログラムが比較的早く低い値を示し、したがてスペクトラムは

ピーク性の低いものであるにも拘わらず、横揺のオートコレログラム、横揺と波とのクロスコレログラムの振動の減衰は極めて遅い。したがってその点から云うと pre-whitening 等の特別な操作を施さない限り m をかなり大きくしないと、すなわちラグウィンドウの幅を大きく、スペクトラムフィルターの幅を狭くしないと（この両者は一つのことの両面に過ぎない）ウィンドウによる平滑誤差および先に（その2）²⁾で指摘したクロススペクトラムの縮小誤差は大きくなる。航走 No. 832 で $m=40, 60, 120$ と変化させてみたときのスペクトラムの変化は、このウィンドウの幅による変化であつて m が小さい程、スムーズな結果となつて表われている。これは m を小さくすることによつて、コレログラムがまだ振動して 0 に収斂していない所で切つてしまうことになるからであつて、コレログラムがすでに十分小さな値になつている所であれば、 m を多少変化させてもその差は小さくなる。その意味から云うと、各状態毎に運動の減衰が異なるにつれて、コレログラムから判断してラグの最大の数を変えなければならない。前進速度の大小、ビルジキールの有無によつて減衰の異なる Fig. 3~Fig. 5 によつてもその有様を窺うことができよう。航走 No. 832 の Fig. 4(a) では $h=80$ で横揺のコレログラムは一度小さな値に収斂している。 h がこれより大きくなると、再びビートのように振動を始めているが、これは物理的には考えられず、含まれている雑音がこの応答系を二度通つたようなものであると云われている。したがつて $m=120$ よりも、 $m=80$ であとを切捨てた方がよりよい結果を与えるであろう。 $m=60$ という値はその点、概ね妥当な所であろう。ビルジキールがあつて減衰の大きい航走 No. 834 の Fig. 5(a) では $m=40$ ですでに十分のようである。このことはそのスペクトラム Fig. 5(b) や応答の計算 Fig. 5(d) で $m=40$ と 60 の場合でほとんど同じ結果になつていることにも表われている。しかしスペクトラムの形を定める上でも $m=40\sim 60$ という数は概ね十分であることが分る。

クロススペクトラム、すなわちコーおよびクォードリチュアスペクトラムの計算結果 U_{Co}, U_{Qu} を見ると、オートスペクトラム U_R, U_W よりかなり幅が狭く、急峻なピークをもつていて、 U_R, U_W に用いたと同じスペクトラムウィンドウを用いることによつて、平滑影響、すなわちピークの縮小効果は U_R, U_W より強く受けることが分る。航走 No. 832, 834 の $m=60$ の場合には、横揺応答の原点を（その2）で著者が提案したように $T_p=9 \times \Delta t$ だけズラセクロスコレログラムの最大の値を $\tau'=0$ にもつて来たので（したがつて $\tau=\tau'+T_p$ で τ の $-51\sim 69$ の範囲に亘つて計算されている）縮小効果は減じているが、このことはクロススペクトラムの場合では、スペクトラムの幅が広く、ピークはなだらかになつていて、スペクトラムフィルターの影響は受け難くなつていることに現われている。同じ効果は coherency $\hat{\gamma}$ にも現われていて、 m を大きくし、または横揺応答をズラせることによつてかなりの向上が見られる (Fig. 4(d))。すなわち coherency $\hat{\gamma}$ にはこのように解析の手續上から来る誤差も含まれるで、この点を完全に改良した上でないと、応答の非線型性の程度をこれのみから云うことは難しい。

水槽中の不規則波はむしろ決定論的なもので、厳密な確率過程とは云えないことはすでに述べた。しかし参考のためにこれを確率過程と考えたときの、例えば波の標本スペクトラムの信頼限界を求めてみた。これは読取値の全数 N （もし p 航走取つて平均したものならば $N=\sum_{n=1}^p n$ (n は各航走の読取値)) と m との比から定まる $k=2(N/m-p/3)$ を自由度とする χ^2 -分布によつて与えられることが Tukey 等によつて示されている¹²⁾

例えば航走 No. 725~729, 832 についてこれを求めてみると

Table 3 のようになる。なお線型な応答系の応答の信頼限界についても発表されているが¹³⁾、未だ多くの問題を含んでいてそのままでは使用できない。

Table 3 信頼限界

RUN No.	N	m	k	信頼限界の幅
714~724	375	30	22	0.649~1.789
725~729	459	40	21	0.642~1.81
832	700	40	34	0.704~1.589
"	"	60	23	0.653~1.756
"	"	120	11	0.558~2.41

5 コレログラム・スペクトラム解析による横揺性能の検討

前項では解析法自体について検討したが、自らその中には横揺の性質自体が表われている。すなわコレログラムの減衰の仕方や、スペクトラムのピーク性等の形状から横揺運動の減衰の絶対値の極めて小さいことや、前進速度、ビルジキールの有無による減衰の大きさの変化を知ることができる。応答の性質、パラメーターの変化によるその差異をさらにはつきりと知るためには、周波数応答の形で比較するのがよいことは勿論である。Fig. 3~Fig. 5の(d)図はその例である。ここで振幅特性も m が大きいほどピーク性は大きく、 m が小さい程ピーク

が小さく平坦に表われている理由は、同じくスペクトラムウィンドウの平滑化の影響がピーク性の強い横揺応答に対しては、入力である波に対するよりは大きいからである。もし他の応答で入力である波のスペクトラムのピーク性が応答のピーク性よりも大きいときには、応答は m が小さいほどむしろ急峻になることもあり得る訳である。コレログラムからも、理論的には単位衝撃波応答函数の形で応答が求められることは(その2)²⁾に示したがここでは数値解析は試みなかった。

coherency の小さくなる原因にはウィンドウによる誤差があり、したがってそれは m によっても異なり、 m を大きくした応答をシフトして計算することによつて向上させられることは前項に述べた。しかしそのような改良を行なつても例えば速度0の航走 No.832 の coherency はかなり1より小さくなっている。これは主として前進速度を持たない場合の横揺応答の非線型に基づくものである。このように誤差を伴う計算ではあるが同じ操作による coherency を比較することによつて、非線型性の相対的な程度をある程度推定することはできる。すなわち同じ数の m での解析結果を比較して前進速度が増すにつれて非線型性が減少することを明らかに coherency の向上によつて推定することができる。

また応答の非線型性は、同じスペクトラム密度分布を有し、分散のみの異なる二つの波の中での応答を比較することによつても確かめられた。

縦揺や上下揺のように応答が線型な場合には、スペクトラムによる応答解析の結果と、規則波中の動揺の応答とは極めてよく一致することはすでに著者等⁸⁾の示した所である。応答が停止中の横揺のように非線型な場合には、この両者を直接比較することはできない。各周波数での応答は、波高の絶対値によつて異つて来るが、ある周波数の一点における波の大きさの絶対値をスペクトラムから定めることは不可能であり、且つそもそも重畳の理が成立たないからである。そこで大ざっぱにスペクトラム全体から求めた分散(いわゆる累積エネルギー密度)によつて波の大きさの程度を示し、それより定まる標準偏差(=分散の平方根)の波と同じ規則波中の応答と比較してみた。波傾斜の分散 σ_ϕ^2 は、波高のスペクトラムを $U_{\phi\phi}(\omega) = U_{xx}(\omega) \times \omega^4/g^2$ によつて波傾斜のスペクトラムに変換し、その囲む面積をプランメーターによつて測ることによつて求められる。今用いているスペクトラムの表現は $[A(\omega)]^2$ の形であるから、その面積は $2\sigma_\phi^2$ を示す。これより、スペクトラム I, II の標準偏差はそれぞれ $1.53^\circ, 1.90^\circ$ となる。そこで規則波中の実験結果から interpolation によつて同じ状態に対し、波傾斜がこの値のときの応答を求め、Fig.3 および Fig.4 の(d)に記入した。スペクトラムより求めた応答との同異を見ることができよう。Fig.3(d)の航走 No.725~729 の場合には、 $m=40$ しか取り得なかつたので、スペクトラムより求めたものは規則波中の実験結果に比しかなりフラットである。しかし $m=120$ までとつた航走 No.832 においてさえも、規則波中のものが大きく出ている理由は、分散というのは、いわばスペクトラムを一樣にならしたときの価であつて、波のスペクトラムのピークの付近では、有効な波傾斜はこれより遙かに大きいものと考えるべきであるからである。また規則波中の実験で見られた非線型復原力による lurch の現象、すなわち応答の山が片方に歪んで来る現象は航走 No.832 に見られるように、スペクトラムによる応答には表われていない。これは lurch を生ずるときには、横揺の固有周期が振幅によつて変化したような形になり、またある範囲の周期では、解が三つも存在して極めて不安定になるような現象があるためである。

非線型性の度合いが大きくない場合には、そのスペクトラムを推定することも可能であるが、それらについては次の機会に述べたい。

6 結 論

試験水槽中に人工的に不規則波を発生し、その中で模型実験を行ない、その結果をスペクトラム・コレログラムを用いて解析する方法について述べた。様々な問題はあつたが、一応目的とする所は果たすることができると云つてよい。多くの困難がやはり記録長さの有限なことより来ている。ことに横揺のように減衰の小さいものでは、その効果が著しいことも明らかとなつた。著者がすでに(その2)²⁾で述べたように、コレログラムによる解析に大きな期待を持つのも、有限なコレログラムから無限に続くコレログラムを表わすパラメーターが推定できる点でスペクトラムより都合のよい点があると思うからである。この点については将来ここに用いた数値例についても確かめたいと思う。このような状況の下でスペクトラム解析をより有効に行なうため、予め原波形にある演算を施してコレログラムがパルス性のもの、スペクトラムが white に近いものとしスペクトラムフィルターを誤差の入る余地を少くして用い、あとでまたその演算をもとに戻して原波形のスペクトラムを得るための手段とし

て pre-whitening の方法をさらによく研究する必要がある。この方法によつてまたクロスコレーション、クロススペクトラムについてのウィンドウの誤差を小さくすることができるので、その結果はクロススペクトラムの効用を一段と上げるに違いない。これらについても別の機会にまた報告したいと思う。

この稿を終るに当つて、この実験は著者が Davidson Laboratory に滞在中、Prof. E. V. Lewis の好意により DL project (Research Contract Nonr 263 (21), sponsored by the U.S. Navy Bureau of Ships and administered by the David Taylor Model Basin)¹⁴⁾に関連して行なつたものであることを付記し、これを発表することを許可された ONR, DL 当局およびこの Project の責任者であつた Mr. E. Numata に感謝の意を表すものである。なお使用した digitizer, 自動操舵装置の設計製作者であり、実験および IBM による計算に当つて、常に援助を惜しまれなかつた当時著者同室の友 Mr. Paul G. Spens に対して深甚の謝意を表すものである。また帰国後膨大な量の計算を行なうに当つて、御多忙中貴重な IBM 計算機時間を割いて御協力下さつた新三菱重工株式会社、東京本社船舶部、ならびに企劃部の方々、殊に直接お世話になつた企劃部第三課市河課長瀬古技師桶口技師に対して厚く感謝申上げるものである。なお、また解析整理計算作図の全般に亘つて長期間協力を惜しまれなかつた船舶性能部安藤定雄技官に対しても厚く謝意を表するものである。

引用文献

- 1) 山内保文：“船の波浪中動揺応答の解析法について(その1)”，造協論文集第109号，昭 36.6，
- 2) 山内保文：同 上 (その2)，" 第110号，昭 36.12
- 3) 山内保文：“応答理論と船体運動”「海洋波と船舶」シムポジウム造船協会 昭 36.6.13~14，造船協会誌 第382号 pp.13~26
- 4) St. Denis, Manley & Pierson, Willard J. Jr. ; “On the motions of ships in confused sea”, Trans. of SNAME Vol.61, 1953, pp.280~357
- 5) Lewis, Edward V. ; “Ship speed in irregular seas”, Trans. of SNAME, Vol.63, 1955, pp.134~202
- 6) Lewis, Edward V. ; “Ship model tests to determine bending moments in waves”, Trans, of SNAME, Vol.62, 1954, pp.426~468, 487~490
- 7) Marks, Wilbur ; “ On the status of complex wave generation in model tanks”, DTMB Report 1069, July, 1956
- 8) Dalzell, John F. & Yamanouchi, Yasufumi ; “The analysis of model test results in irregular head seas to determine the amplitude and phase relations of motions to the waves”, Second Seminar on “Ship Behavior at Sea” at Stevens Inst. of Tech. 1958, ETT Report 708
- 9) Numata, Edward ; Spens, Paul G. & Muley, Alfred L. ; “New facilities at Stevens for research on seakeeping qualities of ships”, ETT Report 677, Oct. 1957
- 10) Lewis, Edward V. ; “Developments at Stevens on behavior in irregular seas”, Paper for the NSMB Symposium on the Behavior of Ships in a Seaway, Wageningen, the Netherlands, Sept. 1957, ETT Note No.421, March 1957
- 11) Yamonouch, Yasufumi ; “About the effect of the rounding up of the readings of the record on the calculation of its spectrum”, ETT Note No.524, Oct. 1957, Stevens Inst. of Tech.
- 12) Blackman, R.B. & Tukey, John W. ; “The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering”, Bell System Tech. Jour. Part I & II, Vol. XXXVII No.1 Jan. 1958, pp.185~282, No.2 March 1958, pp.485~569 または Dover Publication, New York, 1958
- 13) Goodman, N.R. ; “On the joint estimation of the spectra, co spectrum and quadrature spectrum of a two dimensional stationary Gaussian processes”, Scientific Paper No.10, Engineering Statistics Laboratory, New York Univ., March 1957
- 14) Lewis, Edward V. & Numata, Edward ; “Ship motions in oblique seas”, Trans. of SNAME, Vol. 68, 1960, pp 510~547.