(昭和 37 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

板付き不等辺山形鋼の曲げ

—第 2 報 多列板付き不等辺山形鋼の曲げ—

正員 寺 沢 一 雄* 正員 八 木 順 吉*
 正員 安 川 度**

On the Elastic Bending of Parallel Inverted Angles with Plating

By Kazuo Terazawa, *Member*Junkichi Yagi, *Member*Wataru Yasukawa, *Member*

Summary

In the previous report, the elastic behaviour of a single inverted angle with plate under bending load was analysed, and it was found that the bending rigidity and strength of the angle were considerably decreased because of the unsymmetry of its cross section.

In the ship structure, however, plates are generally stiffened by many parallel stiffeners, and in these cases, the bending stiffness and strength will so much decrease as in the case of a single stiffener with plate, because the elastic restraint of the plate decrease the web deformation.

A bending theory of parallel inverted angles with plating which takes account of bending, tensile and torsional deformation of plate element of each angle was derived, and it fairly agreed with experimental results.

And we analysed the behaviour of the angles with plating under uniform load, and obtained the effective breadth of the flange and the effective moment of inertia of the cross section.

1 緒 言

第 1 報¹⁾では、不等辺山形鋼が 1 本の場合の弾性曲げの基礎方程式を求め、模型実験を行なつて理論の妥当性を検証した。しかし船の側外板と Frame の組合せ、あるいは Deck Plating と Beam の組合せのように、実際の構造においては、板に不等辺山形鋼が多数取付けられている。この場合には不等辺山形鋼が 1 本のときと異つて、板の曲げ剛性が Web の倒れすなわち横断面の変形を拘束する作用を強めるので、Flange の有効巾および梁全体としての曲げ剛性が山型鋼 1 本の場合程低下しないことが予想される。

本報では、第 1 報と同様に、各 Element の曲げ、引張りおよび捩れ変形を考慮すると共に、Plate の曲げ変形を考慮して基礎方程式を導いた。また模型実験を行なつて、理論の妥当性を検討した。

山型鋼 1 本の場合は、主として梁全体の捩れ変形のために曲げ剛性が低下し、Web の変形の影響はあまり顕著ではなかつたが、本報で取扱つたような山型鋼が多数並んだ構造では Web の変形が重要な factor となる。

また両端固定梁に等分布荷重が作用する場合を解き、中央部および固定端の Flange の有効巾および中央の有効断面次モーメント等を求めグラフに示した。

2 記 号

b = Flange の幅

h = Web の高さ

原稿受付 昭和 37 年 6 月 18 日

* 阪大工学部 ** 川崎重工 KK 技術研究所

- B = Web の間隔
 t_f, t_w, t_p = Flange, Web および Plate の板厚
 A_f, A_w = Flange および Web の断面積
 $A_p = Bt_p / (1 - \nu^2)$
 $A = A_f + A_w + A_p$
 J_f, J_w = Flange および Web の St. Venant の振り係数
 J_p = Web の間隔の Plate の振り係数
 $J = J_f + J_w + J_p$
 I = 板付不等辺山形鋼 1 本の断面の図心を通る水平軸まわりの断面 2 次モーメント
 T = 板付き不等辺山形鋼 1 本の Warping Constant
 e = 板付き不等辺山形鋼 1 本の剪断中心と Web との水平距離
 N_f, N_w = Flange および Web に作用する引張力
 N_p = 幅 B の Plate に作用する引張力
 Q_f, Q_w = Flange および Web に作用する面内剪断力
 M_f, M_w = Flange および Web に作用する面内曲げモーメント
 T_f, T_w = Flange および Web の断面に作用する振りモーメント
 T_p = 幅 B の Plate の断面に作用する振りモーメント
 r = Flange と Web の結合部に作用する単位長さ当りの剪断力
 r_p = Web の間隔の中央線の Plate の断面に作用する単位長さ当りの板面と直角な方向の剪断力
 q = Flange と Web の結合部において Flange に作用する単位長さ当りの引張力
 m = Flange と Web の結合部に作用する単位長さ当りの曲げモーメント
 s = Web と Plate の結合部に作用する単位長さ当りの剪断力
 n = Web と Plate の結合部において Web に作用する単位長さ当りの曲げモーメント
 P = 集中荷重
 w = 分布荷重
 x = 梁の長手方向に取った座標
 y = Flange の幅方向に取った座標および Flange の同方向の撓み
 z = Web に平行に下向きに取った座標および Web の同方向の撓み
 Y = 図心より Plate に平行に取った座標および同方向の撓み
 Z = 図心より垂直下方に取った座標および同方向の撓み
 ϕ_f, ϕ_w = Flange および Web の振れ角
 ϕ_p = Plate の振れ角または Plate と Web の結合部での Plate の横方向の傾斜角
 θ = Web の変形により生ずる Flange と Plate の相対傾斜角
 y_b = Web の変形により生ずる Flange と Plate の y 方向の相対変位
 E = 弾性係数
 G = 剪断弾性係数
 ν = ポアソン比

3 基礎方程式

本節では、無限幅の板に等しい寸法の不等辺山形鋼が一般に角 α で等間隔に取付けられている場合の、曲げの基礎方程式を導く。

不等辺山形鋼の間隔 B がすべて等しいものとすれば、各型鋼はまったく同じ変形をするから、そのうち 1 本だけを取出して解析することができる。Flange および Web に関する取扱い上の仮定および使用される記号等は特にことわらないかぎり第 1 報のものと同一とする。

第 1 図に示されるように、不等辺山形鋼が板に斜めに取付けられた場合を考える。取付け角すなわち Web と Plate に垂直な方向とのなす角を α とする。板付き型鋼 1 本の図心より Flange および Web に平行に取った座

標軸を y, z とし、その方向の Flange および Web の撓みを同記号で表わす。また Plate に平行および垂直に取った座標軸を Y, Z とし、各 Element のそれぞれの方向の撓みを同記号で表わす。なお、分布荷重 w は Plate と Web の結合部において Plate に垂直に作用するものと仮定する。

Flange に作用する力の平衡条件および力と変形との関係は第 1 報と同様に次のように表わすことができる。

$$EI_f \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{b}{2} \frac{d^2 N_f}{dx^2} - q \quad (1)$$

ただし

$$I_f = \frac{A_f b^2}{12}$$

$$GJ_f \frac{d^2 \phi_f}{dx^2} = -m \quad (2)$$

第 1 図 記号および座標

Flange と Web の結合部の縦歪 ϵ_f は

$$\epsilon_f = -\frac{N_f}{EA_f} + \frac{b}{2} \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3)$$

第 2 図を参照して、Web に作用する力の平衡条件と、力と変形との関係は次のようになる。

第 2 図 Web に作用する力

$$\begin{aligned} q &= q_p \cos \alpha + w \sin \alpha, & \frac{dQ_w}{dx} &= q_p \sin \alpha - w \cos \alpha \\ \frac{dN_w}{dx} &= r - s, & \frac{dT_w}{dx} &= m + n - qh \\ \frac{dM_w}{dx} &= Q_w - \frac{h}{2} (r + s) \\ \therefore EI_w \frac{d^4 z}{dx^4} &= -\frac{h}{2} \left(\frac{d^2 N_w}{dx^2} + 2 \frac{d^2 N_f}{dx^2} \right) - q \tan \alpha + w \sec \alpha \quad (4) \end{aligned}$$

$$GJ_w \frac{d^2 \phi_w}{dx^2} = m + n - qh \quad (5)$$

ただし q_p は Web と Plate の結合部に作用する単位長さ当りの水平方向の剪断力である。

Web の変形による上下端の相対傾斜角 θ および y 方向の相対変位 y_b 、ならびに Flange と Web, Plate と Web の結合部での縦歪 ϵ_{wf} , ϵ_{wp} は第 1 報とまったく同じである。すなわち、

$$\theta = -\frac{h}{D_w} m + \frac{h^2}{2 D_w} q \quad (6)$$

$$y_b = -\frac{h^2}{2 D_w} m + \frac{h^3}{3 D_w} q \quad (7)$$

ただし

$$D_w = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\epsilon_{wf} = \frac{N_w}{EA_w} + \frac{h}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} \quad (8)$$

$$\epsilon_{wp} = \frac{N_w}{EA_w} - \frac{h}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} \quad (9)$$

Plate は引張りのほかに、本報では曲げを考慮する。厳密には 2 次元問題として取扱わなければならないが、便宜上ここでは縦方向の曲げ変形を無視し、Web と同様横方向の曲げ変形のみを考える。各型鋼が同じ変形をするから、Plate の変形は第 3 図 (b) のようになる。したがって型鋼の丁度中央線は変曲点となり、モーメントは作用せず板面に垂直な剪断力 r_p のみが作用することになる。

第 3 図を参照して、Plate の微小長さ dx に作用する力の平衡条件は

$$\frac{dN_p}{dx} = s, \quad \frac{dT_p}{dx} = -n + r_p B$$

Web と Plate の結合部での傾斜角を ϕ_p とすれば、傾斜角 ϕ_p が生じたときの単位長さ当りの剪断力 r_p は次のようになる。

(a)

(b)

第3図 Plate に作用する力および Plate の変形

$$r_p = \frac{12D_p}{B^2} \phi_p$$

$$\text{ただし } D_p = \frac{Et_p^3}{12(1-\nu^2)}$$

以上の式から r_p を消去し、振りモーメント T_p と変形角 ϕ_p との関係代入すれば

$$GJ_p \frac{d^2 \phi_p}{dx^2} = -n + \frac{12D_p}{B} \phi_p \quad (10)$$

Plate に生ずる平均引張り歪 ϵ_p は平面応力状態を考えれば

$$\epsilon_p = \frac{N_p}{EA_p}, \quad A_p = \frac{Bt_p}{1-\nu^2} \quad (11)$$

各 Element に作用する引張力は、各 Element の結合部における歪の連続条件および全体の軸力の総和が零であると云う条件から決定され次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_f &= -\frac{EA_f(A_w + A_p)b}{2A} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{EA_f(A_w + 2A_p)h}{2A} \frac{d^2 z}{dx^2} \\ N_w &= \frac{EA_w A_f b}{2A} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{EA_w(A_p - A_f)h}{2A} \frac{d^2 z}{dx^2} \\ N_p &= \frac{EA_f A_p b}{2A} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{EA_p(A_w + 2A_f)h}{2A} \frac{d^2 z}{dx^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

回転角の連続条件は

$$\phi_p = \phi_w = \phi_f - \theta = \phi \quad (13)$$

各型鋼は断面の剪断中心まわりに回転し、Web と Plate との結合部は横方向 (Y 方向) には移動しないものと仮定する。第1図に示されるように、剪断中心より Web 到下した垂線の足の長さを e_w 、足より Plate と Web の結合部までの距離を e_p とする。また変形後の剪断中心の y および z 方向の変位を Δy , Δz とする。さらに Web と Plate の結合部の Y および Z 方向の変位をそれぞれ ΔY , ΔZ とすれば、これらの間には次の関係がある。

第4図

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y &= (\Delta y - e_p \phi) \cos \alpha + (\Delta z + e_w \phi) \sin \alpha \\ \Delta Z &= -(\Delta y - e_p \phi) \sin \alpha + (\Delta z + e_w \phi) \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Flange および Web の変位はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \Delta y + (h - e_p) \phi + y_b \\ z &= \Delta z + e_w \phi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(14) 式 (15) 式より Δy , Δz を消去し、Plate の Y 方向の変位 $\Delta Y = 0$ とし、また ΔZ は梁全体の Z 方向の変位を表わすからこれを改めて Z と書くと次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} y &= y_b + h \phi - z \tan \alpha \\ Z &= z \sec \alpha \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(1) 式と (4) 式より q を消去し、(12) 式の N_f , N_w の値を代入すれば次の結果が得られる。

$$E[\bar{I}_y - \bar{I}_{yz} \tan \alpha] \frac{d^4 z}{dx^4} - E[-\bar{I}_{yz} + \bar{I}_z \tan \alpha] \frac{d^4 y}{dx^4} = w \sec \alpha \quad (17)$$

ただし

$$\bar{I}_y = \frac{h^2}{12A} (A_w^2 + 4A_f A_w + 4A_w A_p + 12A_f A_p)$$

$$\bar{I}_z = \frac{b^2}{12A} A_f (A_f + 4A_w + 4A_p)$$

$$\bar{I}_{yz} = -\frac{bh}{4A} A_f (A_w + 2A_p)$$

(17) 式を (16) 式に代入すれば

$$\frac{d^4 Z}{dx^4} = \frac{e}{h} \frac{d^4}{dx^4} (y_b + h\phi) + \frac{w}{EI} \quad (18)$$

ただし e は Web と plate の結合部より板付き不等辺山形鋼 1 本の剪断中心までの距離であり、 I は板付き山形鋼 1 本の断面の図心を通る水平軸まわりの断面 2 次モーメントである。すなわち

$$e = h \frac{-\bar{I}_{yz} \cos \alpha + \bar{I}_z \sin \alpha}{I}$$

$$I = \bar{I}_y \cos^2 \alpha - 2 \bar{I}_{yz} \sin \alpha \sec \alpha + \bar{I}_z \sin^2 \alpha$$

(2), (5), (10), (13) および (6), (7) 式より次式が導かれる。

$$G \left[J \frac{d^2 \phi}{dx^2} + J_f \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{6 J_p}{B^2 (1-\nu)} \phi \right] = -qh \quad (19)$$

$$\theta = -\frac{h^2 (1-\nu)}{J_w} \left[(J - 2J_f) \frac{d^2 \phi}{dx^2} - J_f \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{6 J_p}{B^2 (1-\nu)} \phi \right] \quad (20)$$

$$y_b = -\frac{h^3 (1-\nu)}{3 J_w} \left[(2J - 3J_f) \frac{d^2 \phi}{dx^2} - J_f \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{12 J_p}{B^2 (1-\nu)} \phi \right] \quad (21)$$

一方 (1) 式に N_f を代入し、(16), (18) 式より Z を消去すれば次式となる。

$$E \Gamma \frac{d^4}{dx^4} (y_b + h\phi) = -qh^2 + hew \quad (22)$$

ただし Γ は板付き不等辺山形鋼 1 本の Warping Constant であり

$$\Gamma = \frac{h^2}{I} (\bar{I}_y \bar{I}_z - \bar{I}_{yz}^2) \cos^2 \alpha$$

あるいは、(19) 式より q を消去して

$$E \Gamma \frac{d^4}{dx^4} (y_b + h\phi) - G h \left[J \frac{d^2 \phi}{dx^2} + J_f \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{6 J_p}{B^2 (1-\nu)} \phi \right] = hew \quad (23)$$

以上、(20), (21) および (23) 式から ϕ および θ に関する次の連立微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{h^2 (1-\nu)}{3} \frac{2J - 3J_f}{J_w} \Gamma \frac{d^6 \phi}{dx^6} + \left(1 + \frac{4h^2 J_p}{B^2 J_w} \right) \Gamma \frac{d^4 \phi}{dx^4} - \frac{J}{2(1+\nu)} \frac{d^2 \phi}{dx^2} \\ & + \frac{3J_p}{B^2 (1-\nu^2)} \phi + \frac{h^2 (1-\nu)}{3} \frac{J_f}{J_w} \Gamma \frac{d^6 \theta}{dx^6} - \frac{J_f}{2(1+\nu)} \frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{we}{E} \\ & -h^2 (1-\nu) \frac{J - 2J_f}{J_w} \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{6h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w} \phi + h^2 (1-\nu) \frac{J_f}{J_w} \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

これらの基礎方程式中、型鋼の取付け角 α によつて変わるものは、Warping Constant Γ と剪断中心の位置だけである。

(24) 式を所定の境界条件の下で解き、 ϕ および θ が求まれば、これらを用いて (16) 式 (18) 式および (23) 式より y および z が求まり、したがつて N_f , N_w , N_p より各 Element の歪分布が得られる。

(24) 式の特性方程式は、解を β とすれば

$$\begin{aligned} & -\frac{h^4 (1-\nu)^2}{3} \frac{I - J_f}{J_w} \frac{J_f}{J_w} \Gamma \beta^8 + \left[\frac{J}{J_w} + 3 \frac{h^2}{B^2} \frac{J_f}{J_w} \frac{J_p}{J_w} \right] \frac{2h^2 (1-\nu)}{3} \Gamma \beta^6 \\ & - \left[\left(1 + \frac{4h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w} \right) \Gamma + h^2 (1-\nu) \frac{J - J_f}{J_w} \frac{J_f}{1+\nu} \right] \beta^4 \\ & + \left[\frac{J}{2(1+\nu)} + \frac{6h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w} \frac{J_f}{1+\nu} \right] \beta^2 - \frac{3J_p}{B^2 (1-\nu^2)} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

なお、Flange および Web に作用する剪断力は

$$\left. \begin{aligned} Q_f &= -E \bar{I}_z \frac{d^3 y}{dx^3} - E \bar{I}_{yz} \frac{d^3 z}{dx^3} \\ Q_w &= -E \bar{I}_{yz} \frac{d^3 y}{dx^3} - E \bar{I}_y \frac{d^3 z}{dx^3} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

4 模型実験および計算値との比較検討

前節に導かれた曲げ理論の妥当性を検討するために、以下に示す2種類の模型を製作し曲げ試験を行なった。これらの模型はいずれも板に5本の等しい寸法の不等辺山形鋼を等間隔に且つ板と直角に取付けたもので、このようにすれば、中央の1本は両側の影響が少なく、不等辺山形鋼が無限に並んだものと近似的に等しいと見なすことができる。

4.1 実験模型および実験方法

実験模型は第5図に示されるように、全長 2M, 200, 幅 1M, 500, 板厚 9mm の鋼板に、高さ 150mm の不等辺山形鋼を等間隔に5本溶接で取付けたものである。模型の両端より 100mm の位置には Bracket を挿入し、断面の変形、Flange の変位を拘束すると共にそれを支持点に転用した。

不等辺山形鋼の寸法は、同図に示されるように、Web は高さ 150mm, 板厚 6mm, Flange は板厚 9mm で幅は 90mm と 150mm の2種類とし、溶接で Built up されたものである。これらの寸法比は、第1報で述べられた大型船用不等辺山形鋼の平均寸法比より、Flange の幅と板厚の比 b/t_f を2倍および3倍にし、Flange の曲げ歪が大きく出るようにしたものである。

第5図 実験模型

第6図 荷重治具および荷重状態

荷重は両端支持中央集中荷重とし、模型の荷重点には Bracket は挿入せず、板面より荷重を加え、Flange, Web および Plate の変形は自由とした。

荷重治具は、第6図に示すように、長さ 1M 500 のI型鋼の底部 Flange に長さ 40mm 直径 45mm の丸鋼をI型鋼に直角すなわち模型の長さ方向に向けて取付けたもので、Web に直接荷重を作用させると共に Plate の変形が拘束されるのを防止した。

曲げ試験は、200 TON Amsler 型構造物試験機で行ない、荷重治具I型鋼の上 Flange は試験機の Head に直接接触させ、荷重が各 Web に等しく一様に作用するようにした。また荷重を加えるに当たっては、両側の山形鋼の Flange の歪の増加率が同程度になり、しかも直線的となるように、荷重治具と模型との間にライナーをかまして調節した。歪は中央断面に貼付された電気抵抗線歪計により、また撓みは両側の Web に set された dial gauge により計測された。

4.2 実験結果と計算値との比較

以上のようにして得られた断面の歪分布および Web の撓みを、先に述べられた理論を用いて計算を行なった結果と比較して以下に示す。なお、計算に用いられた式は付録(1)に示す。

第7図は、No.1 模型および No.2 模型の中央断面における歪分布の実験値と計算値を比較したものである。

第7図 中央断面の歪分布

○印は実験値、実線は計算値である。参考のために単純梁理論の結果を点線で示した。計算に際しては、Web間のPlateの有効巾は100%とし、Webの高さおよびFlangeの巾は、各Flementの結合部の板厚中心線までの寸法を取った。中央の3本の不等辺山形鋼の歪分布は、実験値と計算値とがかなりよく一致しており、単純梁理論との相違は大きい。

第8図 No.1 模型の中央におけるWebの撓み

第9図 No.2 模型の中央におけるWebの撓み

第8図、第9図はそれぞれNo.1模型、No.2模型の中央のWebの撓みである。○印は実験値、実線は計算値である。またWebの剪断撓みを考慮して修正をほどこしたものを一点鎖線で示した。また単純梁理論の結果を点線で示した。以上、実験値と計算値とは比較的よく一致し、この程度の寸法比では本理論はほぼ妥当であろうと思われる。

5. 両端固定梁に等分布荷重が作用する場合のFlangeの有効幅,

有効断面2次モーメント等

前節までに理論の妥当性がほぼ確認できたので、本節では、その理論を用い、山形鋼の取付け角が直角で、両端固定の梁に等分布荷重が作用する場合について数値計算を行ない、Flangeの有効幅比および有効断面2次モーメント比、Flangeの最大歪と単純梁理論によるFlangeの歪との比等を求め第10図以下に示した。

Flangeの有効幅は、FlangeとWebの結合部に生ずる応力に等しいような応力が作用する幅と定義すれば次式で与えられる。

$$\frac{b_E}{b} = \frac{\int_0^b \epsilon dy}{b \epsilon_f} = \frac{N_f}{EA_f} \left/ \left[\frac{N_f}{EA_f} + \frac{b}{2} y'' \right] \right. \quad (27)$$

ただし ϵ はFlangeの歪、 ϵ_f はFlangeとWebの結合部に生ずる歪で、型鋼の取付け角 $\alpha=0$ すなわち板に直角に取付けられている場合には一般にFlangeの最大歪である。Flangeの最大歪を(27)式のように定義で

きるのは、型鋼が板に直角に取付けられている場合のみであり、直角でないときには、単純梁理論でも、Flangeの幅方向に応力が変化するので、(27)式は意味を持たなくなる。

第1表 型鋼寸法比

	$h \times b \times t_w \times t_f$	b/h	t_f/t_w	h/t_w	b/t_f
L1	90 × 54 × 6 × 9	0.600	1.5	15	6
L2	150 × 54 × 6 × 9	0.360	•	25	6
L3	210 × 54 × 6 × 9	0.257	•	35	6
L4	270 × 54 × 6 × 9	0.200	•	45	6
L8	150 × 90 × 6 × 9	0.600	•	25	10
L10	150 × 135 × 6 × 9	0.900	•	25	15
L12	150 × 180 × 6 × 9	1.200	•	25	20

有効断面2次モーメント比は、単純梁理論によるよの撓みと本理論によるよの撓みとの比で定義する。なわち

$$\frac{I_E}{I} = \frac{z_b}{z} = 1 / \left[1 + \frac{e}{h} \frac{y}{z_b} \right] \quad (28)$$

ここで z_b は単純梁理論による撓みである。なおこれらの式は付録(2)に示されている。

計算に用いられた型鋼の寸法比は第1表に示す通りで、大型船用型鋼の寸法比をほとんど網羅しているものと考えられる。

第10図、第11図は Web の高さとその板厚の比および Flange の幅とその板厚の比を種々に変えた場合の Flange の有効幅比と span との関係を示したものである。第10図は横軸に l/b (梁の半長と Flange の巾との比) を取り、 h/t_w (Web の高さと板厚の比) を parameter として有効幅比を示したもので、実線は中央断面点線は固定端の有効幅比である。第11図は横軸に l/h (梁の半長と Web の高さとの比) を取り b/t_f (Flange の幅と板厚の比) を parameter として、有効幅比を示したもので、両者とも同じ傾向を示している。一般に l/b あるいは l/h が増大するにしたがつて有効幅比は増加し1に近づく。また同じ l/b あるいは l/h の値に対しては h/t_w あるいは b/t_f の小さい方が有効幅比は大である。また固定端の有効幅比は中央より常に小さく、その増加率も小である。

第12図、第13図は有効断面2次モーメント比を示したもので、第12図によれば l/b が25 越えると I_E/I は80% 以上となつている。

第10図 Flange の有効幅比と l/b (梁の半長と Flange の幅との比) の関係 第11図 Flange の有効幅比と l/h (梁の半長と Web の高さとの比) の関係

第 12 図 有効断面 2 次モーメント比と l/b の関係

第 13 図 有効断面 2 次モーメント l/h 比との関係

第 14 図 Flange の最大歪比 e_f/e_b と l/b の関係

第 15 図 Flange の最大歪比 e_f/e_b と l/h の関係

第14図、第15図は Flange の最大歪 ε_f と単純梁理論による Flange の歪 ε_b との比 $\varepsilon_f/\varepsilon_b$ を表わしたものである。

なお、以上の曲線は両端固定等分荷重の場合であつたが、両端単純支持梁の場合の中央における値は、図の実線を用い、 l を $\sqrt{3}l$ とすることにより求められる。

9 結 言

以上本報では無限幅の板に等しい寸法の不等辺山形鋼が等間隔に取付けられた場合の曲げの基礎方程式を求め模型実験結果と比較して理論の妥当性をほぼ確認した。また両端固定梁に等分布荷重が作用する場合の中央断面と固定端における Flange の有効幅、中央の有効断面2次モーメント等を求めた。その結果次の事柄が判明した。すなわち、Flange の有効幅、有効断面2次モーメントは共に l/b および l/h が増大するにしたがつて増加して行き、100% に収斂する。これは梁の長さが長くなると変形は増大するが、Flange の曲率はむしろ減少するためであると考えられる。有効幅比は中央断面より固定端の方が約 10%~15% 程小さい。また当然のことではあるが、 h/t_w および b/t_f の大きいもの程、有効幅、有効断面2次モーメントは小である。たとえば、造船用型鋼の平均寸法比と考えられる $h/t_w=25$, $b/t_f=6$ のものでは、有効幅比が 90% を越えるのは中央断面で $l/b > 25$, $l/h > 8.3$ であり、固定端では $l/b > 40$, $l/h > 14$ である。また有効断面2次モーメントが 90% 以上となるのは $l/b > 23$, $l/h > 8.3$ である。

最後に、本実験は八幡製鉄(株)の造船用鋼材研究会の研究の一部として行われたもので、種々御討議をいただいた委員各位に謝意を表する次第である。また数値計算に協力された阪大工学部造船学科大学院学生松本互平君、および実験に協力された助手福岡広行君に深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 著者：板付き不等辺山形鋼の曲げ（第1報），造船論文集，110号 昭和36年12月

付 録

1. 両端単純支持梁が中央集中荷重をうける場合の解

(24) 式の根を一般に $\pm\beta_i (i=1, 2, 3, 4)$ とすれば、取付け角 $\alpha=0$ の場合の一般解は次のようになる。

$$\theta = \sum_{i=1}^4 (B_i \operatorname{ch} \beta_i x + C_i \operatorname{sh} \beta_i x) + \frac{2h^2(1-\nu^2)}{J_w} \frac{we}{E} \quad (\text{A-1})$$

$$\phi = \sum_{i=1}^4 \zeta_i (B_i \operatorname{ch} \beta_i x + C_i \operatorname{sh} \beta_i x) + \frac{B^2(1-\nu^2)}{3J_p} \frac{we}{E} \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{y}{h} = \sum_{i=1}^4 r_i (B_i \operatorname{ch} \beta_i x + C_i \operatorname{sh} \beta_i x) + \left(1 + \frac{4h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w}\right) \frac{B^2(1-\nu^2)}{3J_p} \frac{we}{E} \quad (\text{A-3})$$

$$z = \frac{e}{h} y + \frac{wx^4}{24EI} + \sum_{i=1}^4 D_i x^{i-1} \quad (\text{A-4})$$

ここに B_i , C_i , D_i は積分常数であり、 ζ_i , r_i は β_i の函数で

$$\left. \begin{aligned} \zeta_i &= \left\{ h^2(1-\nu) \frac{J_f}{J_w} \beta_i^2 - 1 \right\} / \left\{ h^2(1-\nu) \frac{J-2J_f}{J_w} \beta_i^2 - \frac{6h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w} \right\} \\ r_i &= -\frac{h^2(1-\nu)}{3} \frac{2J-3J_f}{J_w} \beta_i^2 \zeta_i + \left(1 + \frac{4h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w}\right) \zeta_i + \frac{h^2(1-\nu)}{3} \frac{J_f}{J_w} \beta_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-5})$$

両端単純支持梁が中央で P なる集中荷重をうける場合を考える。この梁は支持端には Bracket が挿入され、Flange, Web および Plate の変形は拘束されているが、荷重点では Bracket は挿入されておらず、変形は自由である。いま荷重点を座標の原点に取り、全長を $2l$ とすれば境界条件は次のようになる。

$x=0$ において

$$y' = z' = \theta' = \phi' = 0$$

$$Q_w = \frac{P}{2}$$

振りモーメントの平衡条件は、中央では $T_f = T_w = T_p = 0$ であることから

$$Q_f = 0$$

$x=l$ において

$$y=z=\theta=\phi=0$$

$$y''=z''=0$$

以上の 12 ケの境界条件より積分常数が決定され、解は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{h} &= -\frac{Pe}{2EI} \sum_{i=1}^4 r_i \frac{\Delta_i}{\beta_i} \operatorname{sech} u_i \cdot \operatorname{sh} \beta_i(l-x) / \sum_{i=1}^4 r_i \beta_i^2 \Delta_i \\ z &= \frac{e}{h} y + \frac{P}{12EI} (2l^3 - 3lx^2 + x^3) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-6})$$

ただし Δ_i は次で定義される量である。

$$\Delta_i = (-1)^i \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \zeta_j & \zeta_k & \zeta_l \\ \beta_j^2 & \beta_k^2 & \beta_l^2 \end{vmatrix} \quad i, j, k, l \text{ は } 1, 2, 3, 4 \text{ を円循環を行なう。}$$

$$u_i = \beta_i l$$

(A-6) 式より y'' , z'' が求まれば、各 Element の歪分布は簡単に求められる。なお (A-6) 式の z の右辺第 2 項は単純梁理論による撓みを表わす。

2. 両端固定梁が等分布荷重をうける場合の解

前と同様に梁の中央に原点を取り、全長を $2l$ とすれば、(A-1) から (A-4) の一般解は偶函数のみで表わすことができる。境界条件は

$x=l$ で

$$y=z=\theta=\phi=0, \quad y'=z'=0$$

これらの条件より解は

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{h} &= -\frac{2h^2(1-\nu^2)}{J_w} \frac{we}{E} \sum_{i=1}^4 r_i \Delta_i \frac{\operatorname{ch} \beta_i x}{\operatorname{ch} u_i} / \sum_{i=1}^4 \Delta_i + \left(1 + \frac{4h^2}{B^2} \frac{J_p}{J_w} \right) \frac{B^2(1-\nu^2)}{3J_p} \frac{we}{E} \\ z &= \frac{e}{h} y + \frac{w}{24EI} (l^4 - 2l^2 x^2 + x^4) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-7})$$

ここに

$$\Delta_i = (-1)^i \begin{vmatrix} \bar{\zeta}_j & \bar{\zeta}_k & \bar{\zeta}_l \\ \beta_j^2 & \beta_k^2 & \beta_l^2 \\ \beta_j r_j \operatorname{th} u_j & \beta_k r_k \operatorname{th} u_k & \beta_l r_l \operatorname{th} u_l \end{vmatrix} \quad i, j, k, l \text{ は } 1, 2, 3, 4 \text{ を円循環を行なう}$$

$$\bar{\zeta}_i = \frac{3J_p}{B^2(1-\nu^2)} \zeta_i - \frac{J_w}{2h^2(1-\nu^2)}, \quad u_i = \beta_i l$$

(A-7) 式より Flange の有効幅比、有効断面 2 次モーメント比および Flange の最大歪比等が簡単に求められる。