(昭和 37 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

船体上下振動付加質量の三次元修正値について

——第 1 報 楕円筒の振動における J ——

正員 熊 井 豊 二*

On the Three-dimensional Correction Factor for the Virtual Inertia Coefficient
in the Vertical Vibration of Ships I (J -value of elliptical cylinder)

By Toyoji Kumai, *Member*

Summary

The well-established three dimensional correction factor, J -value, of an ellipsoid revolution in the vertical vibration of a ship which defined and deduced by F. M. Lewis and J. L. Taylor has been availablely used for a fine ship. The empirical formula of J -value for the cylindrical form obtained by the author in the previous study may be appropriately used for full ship as practical use. However, there has been no theoretical investigation into J -value for the cylinder. In the present paper, an attempt is therefore made for a theoretical investigation into the three-dimensional virtual inertia coefficient of a circular and an elliptical cylinders of finite length which vertically vibrating in water with half immersed draught.

As a result of the study, the J -values in the higher mode of the vibration was obtained. In addition, the effect of sectional form upon the J -value of the cylinder and the hydrodynamical pressure distribution along the keel of the cylinder were obtained. The present results of three-dimensional coefficient agreed fairly well with the experimental results. It is to be noted that there is noticeable discrepancy between the J -values in the vibration of the infinite long cylinder and finite one. The cause of the discrepancy was made distinct that it is the satisfaction or nonsatisfaction of the end condition of the cylinder in the potential function by the present study. Since the J -values of the ellipsoid and the elliptical cylinder are two extreme cases in the form under water line of a ship, the further investigation into the J -value for moderate ship forms between the ellipsoid and cylinder is to be required.

緒 言

無限長円筒の水中における撓み振動の付加質量に対する三次元修正値 J は最初に J. L. Taylor が求めている [1]。最近これと全く同じ計算を O. Grim [2] および Leibowitz-Kennard [3] が行なっている。また無限長の長方形断面の筒の J の値を Joosen-Sparenberg [9] が計算している。これらの計算は有限長さの筒の J の実験値とは全く異なった値であつて、これらの値をそのまま船の振動に適用するわけにはゆかない事は筆者が以前に示した通りである [4]。その後筆者は、長さ方向に無限にならんだ有限長さの楕円筒について水平ならびに撓れ振動における J の近似値を計算した。(いずれも造船協会論文集 108 号)。本論はこれと同様な計算法によりこのような筒の上下振動について断面形状および高次振動における J の値、ならびに振動による水圧分布を調べ船体の振動における三次元修正値の基礎的考察を行なつたものである。なお最近 Burrill-Robson-Townsin [5] によつても筒状体の模型による振動実験が行なわれ J -value の実験値が得られている。また Kruppa [6] は三軸楕円

原稿受付 昭和 37 年 6 月 18 日

* 九大応用力学研究所

体の J を理論計算によつて求めている。この結果は従来の廻転楕円体の J よりも船体への応用をさらにひろめたものと言える。しかし、full な船型には楕円筒の J の値も参考になると思われるので本論でその結果を報告する。(計算はすべて付録に記載してある)

1 船体振動付加質量の三次元修正値

船体振動の付加質量は船型と振動モードとが判れば strip 法によつて二次元値が得られる。実際は、船体の周囲の水は船体と共に三次元運動を行なう。このために便宜上三次元付加質量の計算の可能な廻転楕円体や三軸楕円体 [6] の振動における修正値 J を用いて三次元修正を行なうことは周知の通りである。無限に長い円筒又は角筒の振動における J の値も計算されている [1] [2] [3] [9]。しかし、この結果は有限長さの筒状体の模型実験結果の J とは大きな開きがある [4] [5] ので計算結果をそのまま応用するわけにはゆかない。筒状体が有限長さであることに注意しなければならない。以下に、その点に注意して計算した結果について述べる。本論では特に高次振動における J の値についても考慮してある。

2 有限長さの円筒の上下振動における J

長さ L 、断面半径 a ($B=2a$)、比重 0.5 の等質円筒が水中で上下振動をするときの水の三次元付加質量を計算し、その二次元値との比を求めて三次元修正値 J を求めた (付録 1)。

この計算において特に注意した点は筒の両端においては筒の周りに垂直な水の圧力が零になることである。

Fig. 1 J-values of 2-node vertical vibration of infinite and finite long cylinders and of ellipsoid of revolution

Fig. 1 に一例として 2 節振動における J の計算結果および模型実験の結果 [4] [5] を示してある。また比較のため Lewis および Taylor [1] の求めた廻転楕円体の J をも記載してある。この図から判るように一般に有限長さの円筒の J は廻転楕円体のそれよりも小さいことが認められるであろう。この理由は筒においてはその両端における動水圧の減少が廻転楕円体のそれと比較し著しいことが考えられる (後述)。つぎに高次の振動について言えば、円筒の振動においては廻転楕円体の場合と同様に振動が高次になるに従つて J の値は低下する。すなわち三次元修正値は小さくなる。Fig. 2 (b) にその計算結果を示してある。特に注意すべきことは 0-節振動、すなわち、剛体振動の場合においても三次元修正値が計算される点である。この値は無限長の円筒では $J=1$ に相当し修正値は求められない。

3 楕円筒の上下振動における J

円筒の振動における J の計算と同様の考えによつて楕円筒の上下振動における J を計算し模型実験によつてその結果を確かめた。Fig. 2 (a), (c), (d) および Fig. 3, Fig. 4 にその結果を示してある。この計算結果興味ある点は、楕円断面が扁平になり板に近い形状になるに従つて高次振動の J の値は、円断面の場合とは逆に、低次振動のそれよりも L/B の値が約 10 以上で大きくなること

である。この結果は筆者の以前の模型実験に現れている [4]。このような現象は断面が扁平になり L/B が大きい場合の高次振動においては圧力変動を生ずる水の振動エネルギーの分布が断面の形状により局所に限られ三次元影響が小さくなり J の値が高くなるものと考えられる。Fig. 3, Fig. 4 により楕円断面の形状および高次振動の節数が J の値に及ぼす影響がうかがわれるであろう。

Fig.2 J-value versus L/B for $B/2d=1/3, 1, 3$ and ∞ , number of nodes, 0, 2, 4 and 6 as parameter

Fig.3 Experimental verification on J-value versus n , in cylinders of various sections

Fig.4 J-value versus $B/2d$ with number of nodes as parameter in $L/B=10$

4 振動最大圧力の長さ方向の分布

円筒その他の筒状体および船型模型の振動時の水の圧力分布は将来実験的にも求める計画があるので本論には

Fig.5 Distributions of hydrodynamical pressure at the bottom centre line of the circular cylinder

一例として円筒の keel における最大動水圧分布を 0-, 2-節振動について求めた結果を示す。Fig.5 は筒の長さを横軸にとり、三次元圧力と二次元のそれとの比を縦軸にとつて L/B の三つの値に対して示してある。

図に見るよう三次元圧力比は筒の両端において著しく低下し、且つ L/B が小さくなればその低下は筒の中央部にも現われることが判る。

結 論

円筒および楕円筒の水中振動における三次元付加質量の修正係数の計算および実験の結果、次の事項が得られた。

- (1) J の値は廻転楕円体のそれよりも小さい値を示す。
- (2) 低次の振動においては円筒の J は扁平楕円筒のそれよりも僅かに小さい。
- (3) 高次の振動では、円筒の場合は L/B に関係なく J の値が低下するにもかかわらず、扁平楕円筒においては $L/B \approx 10$ 以上になれば J の値は低次のものより逆に大きくなる傾向が見られる。
- (4) 筒の振動による水の圧力分布は両端において著

しく低下し、 L/B の短い筒では、中央部の圧力も二次元値より小さくなる。

船体模型による振動実験の結果によれば 3 節ないし 4 節振動の付加質量は 2 節のそれに比べて、full な船型では上昇し fine な船では低下する傾向がある [4]。その原因は他にも種々あると思われるのであるが、bottom の flatness が高次振動における J の値に関係するという本論の結論 (3) はこの現象の説明の一つの資料になると思われる。船型に対する J の値についてはなお今後の研究が必要である。

本研究について御討議ならびに御教示を賜わった渡辺恵弘先生に対し深甚なる謝意を表する次第である。本研究の実験費は文部省科学研究費によるものであることを付記する。

文 献

- [1] Taylor, J. Lockwood : Some Hydrodynamical Inertia Coefficients. Phil. Mag. Vol. 9, 1930.
- [2] Grim, Otto : Elastische Querschwingungen des Schiffskörpers. Schiffstechnik, 1960.
- [3] Leibowitz, R. C. and Kennard, E. H. : Theory of Freely Vibrating Non-uniform Beams, Including Method of Solution and Application to Ships. T. M. B Report 1317, 1961.
- [4] Kumai, T. : On the Virtual Inertia Coefficients for the Vertical Vibration of Ships. J. S. N. A., Japan, Vol. 108, 1959. European Shipbuilding Vol. 8, 1959, Rep. Res. Inst. Applied Mech. Vol. VII, No. 28, 1959.
- [5] Burrill, L. C., Robson, W. and Townsin, R. L. : Ship Vibration : Entrained Water Experiments. R. I. N. A. Paper No. 4, 1962.
- [6] Kruppa, C. : Beitrag zum Problem der Hydrodynamischen Trägheitsgrößen bei elastischen Schiffsschwingungen. Schiffstechnik, 1962.
- [7] McLachlan, N. W. : Theory and Application of Mathieu Functions. Oxford, 1951.
- [8] Shibagaki, W. : 0.01% Tables of Modified Bessel Functions. Baifukan, Tokyo, Japan, 1955.
- [9] Joosen, W. P. A. and Sparenberg, J. A. : On the Longitudinal Reduction Factor for the Added Mass of Vibrating Ships with Rectangular Cross-section. Netherland's Research Centre T. N. O., Report No. 40 S, 1961.

付 録

1. 円筒の水中振動における J の計算

長さ L , 半径 a , 比重 0.5 の等質円筒が水中で上下振動をしていると考える。筒の振動速度の Z 方向の分布を次のように仮定する。

$$v = U \cos \frac{n\pi}{L} Z e^{i\omega t}, \quad (3)$$

ここに, U は単位速度, n は振動節数を表わす。左端を長さの原点とする。(3) 式は次のように展開される。

$$v = \frac{4U}{\pi} \sum_m \left(\frac{m}{m^2 - n^2} \right) \sin k_m Z e^{i\omega t}, \quad (4)$$

ここに, $k_m = m\pi/L$, $n = 0, 2, 4, \dots$ に対して $m = 1, 3, 5, \dots$, $n = 1, 3, 5, \dots$ に対して $m = 2, 4, 6, \dots$, とする。一方, 円筒座標に関する速度ポテンシャル ϕ は $\phi(Z) = \sin k_m Z$ とおけば,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} - k_m^2 \phi = 0 \quad (5)$$

自由表面 $\theta = 0, \pi$ において $\phi = 0$, 水域の無限遠点において, $\phi = 0$ および, 有限長さの条件として, $Z = 0, L$; $r \geq a$ においては $\phi = 0$ になるように ϕ を選べば ϕ は次のごとく示される。

$$\phi = \sum_m A_m K_1(k_m r) \sin k_m Z \cdot \sin \theta \cdot e^{i\omega t}, \quad (6)$$

ここに, A_m は未知係数, $K_1(k_m r)$ は変形ベッセル函数である。筒の浸水面の垂直分速度とこれに接する水の速度は等しい。すなわち,

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=a} = v \sin \theta, \quad (7)$$

上の条件から (6) 式の A_m は次のように決定される。

$$A_m = \frac{4mU}{\pi(m^2 - n^2)K_1'(k_m a)}, \quad (8)$$

ここに dash は r についての K_1 の微分を示す。

(8) 式を (6) に代入すれば所要の ϕ が得られる, すなわち

$$\phi = \frac{4U}{\pi} \sum_m \frac{mK_1(k_m r)}{(m^2 - n^2)K_1'(k_m a)} \sin k_m Z \cdot \sin \theta \cdot e^{i\omega t} \quad (9)$$

筒の振動による水の三次元エネルギーは (9) 式を用いて次のごとく計算される。

$$\begin{aligned} 2T &= -\rho \int_0^L \int_0^\pi \left(\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=a} \cdot a \cdot d\theta \cdot dZ \\ &= -\frac{\rho U^2 \pi a^2}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{16}{\pi^2} \sum_m \frac{m^2}{(m^2 - n^2)^2} \cdot \frac{K_1(k_m a)}{a K_1'(k_m a)}. \end{aligned} \quad (10)$$

同一の筒の二次元エネルギーは

$$2T_{II} = \frac{\rho U^2 \pi a^2}{2} \cdot \frac{L}{2} \quad (11)$$

(10) と (11) との比をとれば J を求める事ができる。すなわち

$$J = \frac{T}{T_{II}} = \frac{16}{\pi^2} \sum_m \frac{\left(\frac{m}{m^2 - n^2} \right)^2}{1 + k_m a \frac{K_0(k_m a)}{K_1(k_m a)}}, \quad (12)$$

ここに,

$$k_m a = \frac{m\pi}{2} \cdot \frac{B}{L}, \quad (B = 2a).$$

(12) 式により J は L/B を変数とし, n をパラメータとして計算される。 K_0 , K_1 等の函数は表 [8] によつて求められる。

2. 楕円筒の上下振動における J の計算

直角座標における Laplace 方程式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (13)$$

Z を筒の長さ方向にとり $\phi = \phi' \sin k_m z$ とおけば

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} - k_m^2 \phi' = 0 \quad (14)$$

筒の断面を次の楕円座標で表わす。

$$x = h \cdot \cosh \xi \cdot \cos \eta,$$

$$y = h \cdot \sinh \xi \cdot \sin \eta.$$

ただし, $2h$ は楕円の焦点距離

(14) 式の ϕ' を, $\phi' = \phi_1(\xi) \cdot \phi_2(\eta)$ とおけば (14) 式は一組の Mathieu 方程式で示される。[7] すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \phi_1}{d\xi^2} - (a - 2q \cosh 2\xi) \phi_1 &= 0, \\ \frac{d^2 \phi_2}{d\eta^2} + (a + 2q \cos 2\eta) \phi_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに, a は separation constant, $q = \kappa^2$, $\kappa = k \cdot h/2$ である。

(15) の解は次のごとくなる。[7]

$$\phi = \sum_m \left\{ C_m \text{Gek}_1(\xi, -q_m) \text{se}_1(\eta - q_m) + D_m \text{Fek}_1(\xi, -q_m) \text{ce}_1(\eta, -q_m) \right\} \sin k_m z e^{i\omega t} \quad (16)$$

積分常数は自由表面の条件により次のごとくなる。

$$0 \leq \eta \leq \pi \quad \text{のとき} \quad D_m = 0,$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \eta \leq \frac{3\pi}{2} \quad \text{のとき} \quad C_m = 0,$$

また (16) 式において q_m が 1 より小さい値のときは近似的に,

$$\text{se}_1(\eta, -q_m) \doteq \sin \eta,$$

$$\text{ce}_1(\eta, -q_m) \doteq \cos \eta,$$

となる。これらが楕円筒の振動における η 方向の垂直分速度の分布函数に等しいことから, 円筒における計算と全く同様な方法により $\xi = \xi_0$ の断面を有する楕円筒の振動における J を求むることができる。その結果は次のごとくなる。

$$J = \frac{16}{\pi^2} \sum_m \left(\frac{m}{m^2 - n^2} \right)^2 \frac{\text{Gek}_1(\xi_0, -q_m)}{-\text{Gek}_1'(\xi_0, -q_m)}, \quad 0 \leq \eta \leq \pi, \quad (18)$$

$$J = \frac{16}{\pi^2} \sum_m \left(\frac{m}{m^2 - n^2} \right)^2 \frac{\text{Fek}_1(\xi_0, -q_m)}{-\text{Fek}_1'(\xi_0, -q_m)}, \quad \frac{\pi}{2} \leq \eta \leq \frac{3\pi}{2}, \quad (18)'$$

ここに, dash はそれぞれの函数 ξ に関する微分を示す。(18) 式は扁平楕円, (18)' は縦長楕円の断面に用いられよう。上式の modified Mathieu 函数は次に示すような変型ベッセル函数の積の形で示される。[7]

$$\frac{\text{Gek}_1(\xi_0, -q_m)}{-\text{Gek}_1'(\xi_0, -q_m)} = \frac{1 + \frac{I_1(u_m) \cdot K_0(v_m)}{I_0(u_m) \cdot K_1(v_m)}}{1 - \frac{I_1(u_m) K_0(v_m)}{I_0(u_m) K_1(v_m)} + (u_m + v_m) \left\{ \frac{I_1(u_m)}{I_0(u_m)} + \frac{K_0(v_m)}{K_1(v_m)} \right\}}, \quad (19)$$

$$\frac{\text{Fek}_1(\xi_0, -q_m)}{-\text{Fek}_1'(\xi_0, -q_m)} = \frac{1 - \frac{I_1(u_m) \cdot K_0(v_m)}{I_0(u_m) \cdot K_1(v_m)}}{1 + \frac{I_1(u_m) K_0(v_m)}{I_0(u_m) K_1(v_m)} - (u_m - v_m) \left\{ \frac{I_1(u_m)}{I_0(u_m)} - \frac{K_0(v_m)}{K_1(v_m)} \right\}}, \quad (19)'$$

ここに, $u_m = \kappa_m \cdot e^{-\xi_0}$, $v_m = \kappa_m \cdot e^{\xi_0}$, $\kappa_m = k_m \cdot h/2 = \frac{m\pi}{4} \cdot \frac{1}{\cosh \xi_0} \cdot \frac{B}{L}$ 。上式において $\xi_0 \rightarrow \infty$ のとき断面は円形となり J の値は (12) 式と一致する。また $\xi_0 = 0$ のとき断面は板となり $u_m = v_m$ となつて (19), (19)' 式はやや簡単な式となる。上式によつて, 与えられた ξ_0 , L/B および n に対する J の値が求められる。

以上の計算においては, 長さ L なる無限数の筒が z 方向にならび隣りの筒とは互に反対の位相で振動しているときの筒の周りの流体の ϕ を仮想したものであつて一本の筒が孤立している状態ではない。従つて $z \rightarrow \pm \infty$ において $\phi = 0$, および $z = 0, L$ における筒の底面における境界条件は成立しない。このような近似的な考察のもとに行なつた計算にもかかわらず実験結果を説明するのに一応の妥当性があるのは, 従来無限長の筒では考慮されていなかった筒端における $\phi = 0$ の条件をこの計算では満たしていることが主なる原因と思われる。この点について特に渡辺恵弘博士から有益な御討論ならびに御教示を賜つたことを付記する。