(昭和 39 年 5 月造船協会春季講演会において講演)

クラックアレスターに関する基礎的研究

(第 1 報)

正員 金 沢 武*
 正員 町 田 進**
 正員 的 場 正 明**

Some Basic Considerations on Brittle Crack Arrester

For Welded Steel Structure. (The 1st Report)

By Takeshi Kanazawa, *Member*
 Susumu Machida, *Member*
 Masaaki Matoba, *Member*

Summary

In order to arrest the propagation of brittle crack in welded steel structure, various means (for example, rivet seam, insertion of very notch tough strip, etc.) have been devised and adopted. Up to this time, however, only a few analytical or experimental researches are available concerning those crack arresters. It may be no exaggeration to say that these are no data which can be usable for practical crack arrest design, for example, to determine most suitable diameter and/or pitch of rivet under given design data (service stress, lowest service temperature, plate thickness etc.).

The present authors have been engaged in the researches on brittle fracture of structural steels from the standpoint of "Fracture Mechanics". In this report the authors tried to apply "Fracture Mechanics" to analyze the role of two simple and fundamental crack arrester models (1. Single or double circular holes located near the presumed crack propagation line. 2. Rivet seam) and carried out some experiments using "Double Tension Test" specimen.

As a result of analysis on experimented data, it has been made clear that brittle crack is to be arrested when strain energy release rate or K-value (Irwin's stress intensity factor) of a crack running through the stress field with arrester model falls down below the Kc-value at that temperature obtained from Double Tension Test. In other words crack arrester can display its effective role when it can make a minimum in K-curve and the minimum value is smaller than that obtained from Double Tension Test at that temperature.

It can hardly be possible to draw any definite conclusions, because of insufficiency of specimens tested to verify or compare to the results from analytical calculation of K-value.

1 緒 言

船舶等の鋼構造物においては、実船の経験からもわかるように、クラック発生危険性を根絶することは非常に困難であるので、たとえクラックが発生しても、それが全面的破壊にならなければ良いという立場をとっているようである。特に航空機などはこの考え方を積極的にとり入れた、いわゆる Fail Safe Design の思想が盛んにとり入れられているようである。このような思想は Design Philosophy として誠に進歩的なものであつて、造船界においてもより積極的にとり入れられるべきだと考える。そこで著者らは脆性破壊を考慮した構造設計に

原稿受付 昭和 38 年 12 月 20 日

* 東京大学工学部

** 東京大学大学院

対するこの方面の基礎的な研究を開始したが、ある程度の結果がえられたのでここに報告し諸賢のご批判を仰ぐ次第である。

いまクラックが脆性破壊に発展した場合、もしそれが一様温度、一様引張応力場の中にあれば、Griffith-Irwin 理論によつても知られているようにクラックが長くなればなるほど歪エネルギー解放率が大きくなり大事故になることが予想される。そこで従来からもクラックアレスターとして、クラックが生じた場合リベットによつて変位を拘束する方法、応力集中を軽減するために開孔をもうけたり、あるいは良質の鋼材を帯状にはさむ方法等考えられているが、これらの効果についてはいずれも定性的にのみ考えられており、定量的にどの程度アレスターとしての役目をはたしているかは明確には検討されていないようである。

一方最近残留応力場、あるいは機械的に引張圧縮の応力場を作つた場合について、クラック伝播に伴う歪エネルギー解放率を計算し実験的にもそれがあつた材料定数で、ある一定値より低くなれば停止あるいはわん曲停止することが確かめられている⁽¹⁾。

そこで本論文ではアレスターの基礎的模型として、一様引張を受ける有孔板（単円孔、二円孔）、およびリベット継手を対象とし、有限板にリベット力が働く場合についてクラック伝播に伴う弾性歪エネルギー解放率を計算し、また実験を行なつてそれらがアレスターとしてどのように働くか破壊力学的に検討した。

2 任意応力分布下での歪エネルギー解放率

Irwin は⁽²⁾弾性亀裂先端近傍において応力場パラメータ K を定義し、これと弾性歪エネルギー解放率とが簡単関係にあることを見出した。

任意の応力分布 $p(x)$ をクラックに内圧としてかけた場合の K の値は無限板の場合 (1) 式で表わされる。

$$K = \int_{-c}^c \frac{p(x)}{\pi \sqrt{c}} \sqrt{\frac{c+x}{c-x}} dx \quad (1)$$

有限板の場合 (2) 式で表わされる。

$$K = \int_{-c}^c p(x) \left[\frac{2 \sin \frac{\pi(c+x)}{2B}}{\pi 2B \sin \frac{\pi c}{2B} \cdot \sin \frac{\pi(c-x)}{2B}} \right]^{1/2} dx \quad (2)$$

ただし、 $2B$ = 板幅

c = クラック長さ

3 一様引張を受ける有孔板（単円孔）中をクラックが伝播する場合の K の計算

Fig.1 に示すアレスター模型を考え以下の手順で計算を行なつた。

Fig.1 単円孔による arrester model

(1) 有孔板中にクラックの伝播線を仮想しその線上の応力を求める。

(2) クラックの境界条件を満足させるため (1) によつて求めた応力をクラックに内圧としてかけ (1) 式によつて K の値を計算しこれを K_1 とする。しかし (1) 式のもととなる応力関数は無限板を対象としたものなのでクラックに内圧をかけたことにより円孔の境界上に σ_r , $\tau_{r\theta}$ の応力を誘起し、円孔の境界条件を満たさなくなる。そこで円孔の境界条件を満足するように以下のような補正を行なつた。

(3) K_1 を求めるもととなつた応力関数から、円孔の自由境界上の応力を求める。

(4) 自由境界上では半径方向の垂直応力 $\sigma_r = 0$ 、および剪断応力 $\tau_{r\theta} = 0$ でなければならないので (3) で求めた円孔境界での応力を打消すように円孔に内圧かけねばならない。その場合における亀裂伝播線上の応力分布を求め (1) 式に代入し K を求め K_2 とする。

(5) ただし (3) (4) の補正は無限回行わねばならないが、 $K_2 \ll K_1$ であつたので以後の補正分は微小となると考え無視した。

また K は加算的であるので K_1+K_2 として近似解をうることができる。

3-1 K_1 の 計 算

Fig. 1 中の仮想伝播線 x 軸上の応力の内 σ_y および τ_{xy} は b, d および x を a で無次元化した量 $\bar{b}, d$, および $\bar{x}$ を用いれば (3) 式が与えられる。これを Fig. 2 に示す。

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{2} \left\{ 2 + \frac{1}{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2} + \frac{3+10\bar{b}^2}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^2} - \frac{24\bar{b}^2+16\bar{b}^4}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^3} - \frac{24\bar{b}^4}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^4} \right\}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma}{2} \left\{ \frac{2\bar{b}(\bar{x}-\bar{d})}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^2} - \frac{(\bar{x}-\bar{d})(12\bar{b}+8\bar{b}^3)}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^3} - \frac{24\bar{b}^3(\bar{x}-\bar{d})}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^4} \right\} \quad (3)$$

Fig. 2 亀裂伝播線上の応力 (単円孔)

Fig. 3 任意の内圧 $\sigma(x)$ に対する近似法

一般に亀裂伝播過程には x 方向の応力値はほとんど影響がないので, K の mode としては σ_y によるものと τ_{xy} によるもののみを考えればよい。

(3) 式を (1) 式に代入すれば K_1 が得られるが, 非常に煩雑になるので, 応力分布を Fig. 3 に示すように等間隔の階段状の分布に近似を行なった場合の K を求めれば, Westergaard の応力函数⁽²⁾を用いて (4) 式のように得られる。これより K_1 を求める。

$$K_{I(c=c_N)} = \sigma_1 \frac{2\sqrt{c_N}}{\pi} \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n}{c_N} \left(\sin^{-1} \frac{x_{b,n}}{c_N} - \sin^{-1} \frac{x_{b,n-1}}{c_N} \right) \quad (4)$$

ただし N はそれまでに含む x_b の数

3-2 クラックに内圧をかけた事による円孔境界上に誘起される応力

実際にはクラックに内圧をかけた場合の円周上の点に相当する各点の応力の増加を求め境界条件を満足させるために $\sigma_r, \tau_{r\theta}$ に相当する内圧をかけねばならない。しかしこれを解くことは非常に複雑な問題なのでこの場合円孔の中心点に相当する点の σ_y で代表させて考えることとする。

その際クラックへの内圧としては計算上 Fig. 4 のようにたくさんの集中力がかかったものとして行なえば Westergaard の応力函数より計算した結果, クラック長さ c_N の関数としての σ_y すなわち Fig. 4 中・点の σ_y が (5) 式によつて得られる。

$$\sigma_y(c_N) = \sum_{n=1}^N \frac{p_n}{\pi} [c_N^2 - x_{b,n}^2]^{1/2} \left[\frac{(d-x_{b,n})X - bY}{\{(d-x_{b,n})X - bY\}^2 + \{(d-x_{b,n})Y + bX\}^2} \right. \\ \left. + \frac{2b[b\{(d-x_{b,n})\xi - b\eta\} - d\{(d-x_{b,n})\eta + b\eta\}]}{\{(d-x_{b,n})\xi - b\eta\}^2 + \{(d-x_{b,n})\eta + b\eta\}^2} + \frac{b(AY + BX)}{(A \cdot X - BY)^2 + (AY + BX)^2} \right]$$

ただし,

$$X = \sqrt{\frac{d^2 - b^2 - c^2 + \sqrt{(d^2 - b^2 - c^2)^2 + 4d^2b^2}}{2}}$$

$$Y = \frac{d \cdot b}{X}$$

$$A = (d - x_{b,n})^2 - b^2$$

$$B = 2b(d - x_{b,n})$$

$$\xi = X^3 - 3XY^2$$

$$\eta = 3X^2Y - Y^3$$

(5)

Fig. 4 任意の分布応力に対する近似法 (円孔を有する場合)

3-3 円孔に加える内圧と K_2 , および K の合計量

円孔の境界上の応力が y 方向の応力 σ_y のみが働き、それが (5) 式により求めた円孔中心点応力 $\sigma_{y(cn)}$ と等しいものと考え σ_y を内圧としてかける。一応引張応力 σ_y を受ける円孔のある応力場と、円孔へ σ_y を内圧としてかけたことによる応力場との合計として与えられるので伝播線上の応力は (3) 式の σ_y から σ を引いたものとして (6) 式のように与えられる。この場合伝播線上の応力は σ_y のみを考え、 τ_{xy} については非常に微小になるので考えないこととする。

Fig. 5 K , の値(単円孔)

が最大になるところで増加、小なところで減少していることがわかる b/a が大になると K の円孔のない場合と比べての増加、減少の量は小さい。また単円直の場合では一般に円孔真下での K の減少はちいさく実用的なクラックアレスターとしてはさらに十分の検討が必要と考えられる。

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{y(cn)}}{2} \left\{ \frac{1}{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2} + \frac{3+10\bar{b}^2}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^2} - \frac{24\bar{b}^2 + 16\bar{b}^4}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^3} - \frac{24\bar{b}^4}{\{(\bar{x}-\bar{d})^2 + \bar{b}^2\}^4} \right\} \quad (6)$$

(6) 式を階段状応力分布におきかえ (4) 式に代入することにより K_2 が得られる。

以上より K の合計量として $K_1(\sigma_y) + K_1(\tau_{xy}) + K_2$ を得る。 K_2 の値は最大のときでも K_1 の約 1/10 程度であり以後の補正は無視しうものと考えられる。また $b/a = 2, 3$ の場合について、 K の合計量の数値計算結果を Fig. 5 に示す。それを円孔のない場合と比較すれば、円孔に近づいたとき K は増加するが極大値をとって減少しはじめ円孔直下で極小値をとる。これは円孔周りの応力場 (Fig. 2) と対応してみると引張応力の大きなところで増加、小なところで減少していることがわかる b/a

4 二円孔を有する無限板をクラックが伝播する場合

前節の方法にならって全く同じ方法により Fig. 6 に示すアレスター模型について K の値を求める。

4-1 亀裂伝播線上の応力

Fig. 6 に示すような二円孔を有する板が y 方向に一樣引張応力を受ける場合の $y=0$ 線上の σ_y を求める。 τ_{xy} については応力場が $y=0$ に関して対称であるので考えないでよいわけである。

σ_y を Jeffery の双極座標による解法に従って求めれば (7) 式が得られる。

$$\sigma_y = K(\sin^2 \beta + \cos \beta - 1) + \frac{\cos \beta}{\cos \beta - 1} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + B_n) \cos n\beta + \sin \beta \sum_{n=1}^{\infty} n(A_n + B_n) \sin n\beta + (\cos \beta - 1) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (A_n + B_n) \cos n\beta \quad (7)$$

ただし、

$$\frac{\sin \beta}{1 - \cos \beta} = x$$

$$K = \frac{\sigma}{G(\alpha_1)} - \sigma 2 \sin h^2 \alpha_1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} L_n / G(\alpha_1)$$

$$G(\alpha_1) = \frac{1}{2} + \sin h^3 \alpha_1 / \cos h \alpha_1 - 4 \sum_{n=2}^{\infty} 1/n^{2-1} \cdot M_n$$

$$M_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{(n^2 \sin h^2 \alpha_1 - \sin h^2 n \alpha_1)}{(n \sin h 2 \alpha_1 + \sin h 2 n \alpha_1)} \right)$$

$$b/a = \cos \alpha_1$$

$$L_n = \frac{2}{(n \sin h 2 \alpha_1 + \sin h 2 n \alpha_1)}$$

$$A_1 + B_1 = \frac{K}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha_1}}{\cos \alpha_1} + \frac{K}{2} \cdot \cos h 2 \alpha_1 \cdot \tan \alpha_1 + \sin h^2 \alpha_1 / \sin h^2 2 \alpha_1 + \sin h 2 \alpha_1$$

$$A_n + B_n = K \cdot \frac{2e^{-n\alpha_1}(ne^{(n-1)\alpha_1} \cdot \sin h \alpha_1 + \sin h n \alpha_1)}{n(n+1)(n \sin h 2 \alpha_1 + \sin h 2 n \alpha_1)} - K \frac{2e^{-n\alpha_1}(ne^{(n+1)\alpha_1} \sin h \alpha_1 + \sin h n \alpha_1)}{n(n-1)(n \sin h 2 \alpha_1 + \sin h 2 n \alpha_1)} + \frac{n \sin h^2 \alpha_1}{n \sin h 2 \alpha_1 + \sin h 2 n \alpha_1}$$

Fig. 6 二円孔によるアレスター模型

Fig. 7 二円孔の場合の亀裂伝播線上の応力

(7) 式より伝播線上の応力を $b/a=1.5, 2.0, 3.0, 4.0$ の場合について計算すると Fig. 7 のようになる。

4-2 K の計算

Fig. 6 で $d=10a$ の場合について、 b/a が 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 の各場合の K を求める。 K を求める方法は単円孔の場合にならう。すなわち (4) 式に (7) 式の数値計算結果を代入し K_1 を求め (5) 式により円孔がないと仮想したときの円孔中心点に相当する点に生ずべき応力を求め、境界条件を満足させるため円孔に内圧をかけ、その結果生ずる伝播線上の応力 (6) 式により K_2 を求める。 K_1 と K_2 を加算すれば求める K の値が得られる。結果を Fig. 8 に示す。

これを単円孔の場合と同じ b/a について比較すれば、 K の円孔に近づいたときの増加また円孔真下での減少量は大きい。これは応力場 Fig. 7 と Fig. 2 を比較しても容易に想像できる。

また $b/a=1.5, 2.0$ 程度では K の円孔真下での減少はかなりの量でありアレスターとして十分考えるものと思えるが $b/a=3.0, 4.0$ 以上では K の減少は小さい。

Fig. 8 二円孔を有するときの K の値

5 リベット力の働く有限板でのクラック伝播に伴う K の値の変化

リベットがある場合についての K value は無限板にリベットでとりつけられたアレストスチフナがある場合について J. P. Romualdi⁽³⁾ によつて求め

られている。しかしこの場合 K を算出するのに一様引張応力と板のリベットのある点についてクラックのあると板とスチフナとの変位がつり合うようなリベット力による応力のみを考えている。もちろんこのリベット力による応力は K に影響を与える最大の要因であるが 3, 4 を参照すれば円孔による応力の乱れの K の値への影響もかなり大きい。一方、一般にリベット継手では応力がかかれば鉋孔の変形が起こり、リベットと板との完全な密着はなくなる⁽⁴⁾。このことは上記の K を算出するとき開孔としての効果をも加味すべきであることを示している。

開孔として考える場合本論文で扱う模型が Fig. 9 に示すような有限板なので有限板での二円孔問題を考えねばならないが、複雑なので近似的に二つの集中力を考えてそれによる応力場を求め、それより中心線上で y 方向に釣り合うような応力場を求め K を算出する。

以下 5-1 で開孔部としてのリベットの効果を考え 5-2 として

Fig. 9 リベット継手によるアレスター模型

変位の釣り合いからのリベット力による効果を考える。

5-1 開孔部としてのリベットの効果

以下の手順で計算を行なう。

1) Fig. 9 の模型で A および A' 点にリベットが無いと考えた場合のクラック伝播に伴う K の値を求めこれを K_1 とする。

2) 1) の場合について A および A' 点の応力をクラック長さの変数として求め、その応力に反するような集中力の分布を考え A および A' 点に加えそれによる x 軸上の応力が y 方向に釣り合うように (14) 式に示す操作を行なう。

3) 2) によって求めた応力をクラックに内圧として加え K_2 を求める。

4) 以下再び K_2 を求めたと同じような操作でクラック 2) による応力を内圧としてクラックに加えた場合の応力を求め以下 2), 3) と同じ方法で K_3 を求める。

実際にはこの操作を無限回繰り返す必要があるが以下の補正は微小な値になるので無視した。最終的に開孔の効果のみを考えた K として $K_1 + K_2 + K_3$ を得る。

5-1-1 rivet のない有限板における K この場合については良く知られているように Westergaard の与えた Carothers & Nadai 型の応力関数は (8) を近似的に用いることができ K_1 は (9) 式で与えられる。

$$Z(z) = \sigma \left\{ 1 - \left(\frac{\sin \pi c / 2B}{\sin \pi z / 2B} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (8)$$

$$K_1 = \sigma \sqrt{c} \left\{ \frac{2B}{\pi} \tan \frac{\pi c}{2B} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

5-1-2 亀裂伝播線上の応力 A および A' 点における応力を (8) 式をもとにして求めれば (10) 式を得る。

$$\frac{\sigma_y}{\sigma} = \frac{x_z \cdot x_s + y_z \cdot y_s}{x_z^2 + y_z^2} - \frac{\pi}{B} \cdot y' \cdot \left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2 \times \frac{x_c(X \cdot Y_s + Y \cdot X_s) + y_c(X \cdot X_s - Y \cdot Y_s)}{(X \cdot X_s - Y \cdot Y_s)^2 + (X \cdot Y_s + Y \cdot X_s)^2} \quad (10)$$

ただし、

y' = 伝播線と A 点との距離

$$x_s + i y_s = \sin \frac{\pi z}{2B}$$

$$x_z + i y_z = \left\{ \left(\sin \frac{\pi z}{2B} \right)^2 - \left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

$$z = x + i y$$

$$X + i Y = (x_z + i y_z)^3$$

$$x_c - i y_c = \cos \frac{\pi z}{2B}$$

$$X_s - i Y_s = (x_s + i y_s)^3$$

また A および A' 点に P が加わるときの Fig. 9 において $y=0$ 上の y 方向の応力は、近似的に板を半無限板と考えれば (11) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{y(y=0)} = & \frac{-2P}{2\pi(K+1)} \left\{ \frac{3y'(K+1)}{y'^2 + (x+x')^2} + \frac{y'(K+1)}{y'^2 + (x'-x)^2} + \frac{2y'\{x+x'+K(x-x')\}}{\{y'^2 + (x+x')^2\}^2} \right. \\ & \left. - \frac{8xx'\{x'^3 - 2(x-x') - y'(x-x')^2\}}{\{y'^2 + (x+x')^2\}^3} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、

$$K = \frac{3-\nu}{1+\nu}$$

また一般に y 方向に一樣引張応力 σ をうけ、 x 軸に对称に二円孔のある応力場では x 軸上の σ_y は (12) 式で定義される一樣内圧 σ をクラック部に内圧として加えることで近似し、また前述の 3-3 あるいは 4-2 でのべたような内圧を二円孔にかけた場合は (13) 式を満足する。

$$\int_{-B}^B \sigma_y(x) dx = \int_{-B}^B \sigma dx = \sigma 2B \quad (12)$$

$$\int_{-B}^B \sigma_y(x) dx = 0 \quad (13)$$

したがって求める応力場を (13) 式を満足するように (11) 式の応力にある一様応力を加えたものとする。すなわち (14) 式で与えられる。

$$\sigma_y(x) = \sigma_{y(y=0)} - \frac{\int_0^B \sigma_{y(y=0)} dx}{B} \quad (14)$$

5-1-3 K_2 の計算 有限板で任意の応力場中の K の値は近似的に応力を階段状に考えると (15) 式で与えられる⁽¹⁾。

$$K = \sigma_1 \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{X} \cdot f_3^i \quad (15)$$

ただし,

$$X = c/B$$

$$f_3^i = \sqrt{\frac{\tan \pi X/2}{\pi X/2}} \left[\sum_{n=1}^{i-1} \left\{ \frac{2}{\pi} \bar{\sigma}_n \cot^{-1} \left(\frac{2s_n \cos \pi X/2}{1-s_n} \right) \right\} + \frac{\sigma_n}{\sigma_1} \right]$$

$\sigma_1 = x$ 軸上の応力の値

$$s_n = \sqrt{\frac{\sin \frac{\pi}{2} (X + x_{bn}/B)}{\sin \frac{\pi}{2} (X - x_{bn}/B)}}$$

$x_{bn} = 3$ 節に準ず。

(10) 式によるそれぞれのクラック長さに対するリベット中心点の応力を求め、それに開孔直径 a をかけたものを集中心力として A および A' 点に加え (14) 式により伝播線上の応力を求め (15) 式により K_2 を求める。

5-1-4 K_3 の計算 (14) 式による応力をクラック部に内圧としてかけた場合の A および A' 点の応力を求める。この際方法としては 3 節において K_2 を求めたと同様に応力を数個の集中心力に置きかえ、有限板に wedge force が働く時の Westergaard の応力函数をもちいる。即ち (16) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_y = \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{P_n}{2B} \frac{x_z \cdot x_{sn} - y_z \cdot y_{sn}}{(x_z \cdot x_{sn} - y_z \cdot y_{sn})^2 + (x_{sn} \cdot y_z + y_{sn} \cdot x_z)^2} \cdot \sin \frac{\pi c}{2B} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \frac{\pi x_{bn}}{2B}}{\sin \frac{\pi c}{2B}} \right)^2} \right\} \\ + y' \frac{\pi}{2B} \sum_{n=1}^N \frac{P_n}{2B} \left\{ 1 - \left(\frac{\sin \frac{\pi x_{bn}}{2B}}{\sin \frac{\pi c}{2B}} \right)^2 \right\} \\ \times \left\{ \frac{y_z \cdot x'_{sn} + x_z \cdot y'_{sn}}{(x_z \cdot x'_{sn} - y_z \cdot y'_{sn})^2 + (y_z \cdot x'_{sn} + y'_{sn} \cdot x_z)^2} + \frac{Y \cdot x'_{sn} + X \cdot y'_{sn}}{(X \cdot x'_{sn} + Y \cdot y'_{sn})^2 + (Y \cdot x'_{sn} + X \cdot y'_{sn})^2} \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

ただし,

N, x_{bn}, P_n は Fig. 4 に準ずる。

$$x_z + i y_z = \left\{ \left(\sin \frac{\pi z}{2B} \right)^2 - \left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

$$X + i Y = (x_z + i y_z)^3$$

$$x_{sn} + i y_{sn} = \sin \pi (z - x_{bn}) / 2B$$

$$x'_{sn} + i y'_{sn} = \frac{\cos \pi (z - x_{bn}) / 2B}{\{\sin \pi (z - x_{bn}) / 2B\}^2}$$

$$x''_{sn} + i y''_{sn} = \frac{\sin \pi z / 2B \cdot \cos \pi z / 2B}{\sin \pi (z - x_{bn}) / 2B}$$

$$z = x + i y$$

(16) 式によつて求めた σ_y に対し K_2 を求めたと同じ操作を行なえば K_3 が得られる。リベットの効果を開孔⁽²⁾ としてのみ考えれば K の値は $K_1 + K_2 + K_3$ として得られ、これを Fig. 10 に $a = B/10, \bar{y}' = 10 y'/B = 2, 3, 4$ および $a = 0.75 B/10, \bar{y}' = 2$ の場合について図示する。 K の変化の様子は 4 節の場合と同様な考察が行なえる。

5-2 変位拘束としてのリベットの効果

リベットのある点での y 方向の変位の釣合を考えれば (17) 式を得る。

$$V_0 + V_1 - V_2 + V_3 = V_4 + V_0 \quad (17)$$

ただし、

V_0 ; 一様引張をうける板でクラックもリベットもない場合の rivet 点の変位

V_1 ; 一様引張中にクラックがあることによつて増加するリベット点の変位 (リベット力を考えないとき)

V_2 ; リベット力によるリベット点の変位

V_3 ; V_1 に対する補正 (リベット力によるクラック線上に生ずる応力を考慮した分)

V_4 ; 補強板でのリベット力による変位

V_0 は一様引張応力を σ とすれば $V = y'\sigma/E$ となるが両辺に出てくるので考えないでよいことになる。

以下次のような手順で計算を行なう。

- 1) $V_1 - V_2 = V_4$ よりリベット力 P_1 を求めその P_1 による K を K_2' とする。
- 2) つぎに P_1 による伝播線上の応力から V_3 を求め $V_3 - V_2' = V_4'$ よりリベット力 P_2 を求めそれによる伝播線上の応力から求めた K を K_3' とする。
- 3) 以下これをくり返していけばよいがそれによる補正項は小さいので近似としてこれを無視し変位拘束のみを考えたときの K として $K_1 + K_2' + K_3'$ を得る。

5-2-1 V_1 の計算 有限板にクラックがある場合の応力函数は (8) 式で表わされるが、それより y 方向の変位を求めれば (18) 式のように得られる。

$$V_1 = \frac{\sigma}{E} \left\{ \frac{160}{9\pi} I_m \sin^{-1} \left\{ \frac{2 \left(\sin \frac{\pi z}{2B} \right)^2 \left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2 - 1}{\left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2 - 1} \right\} - \frac{4y'}{3} \operatorname{Re} \left\{ 1 - \frac{\left(\sin \frac{\pi c}{2B} \right)^2}{\left(\sin \frac{\pi z}{2B} \right)^2} \right\} - y' \right\} \quad (18)$$

ただし、 I_m は虚数部 Re をは実数部を表わす。

ポアソン比 ν は $1/3$ とした。

5-2-2 V_2 の計算 リベット力を集中力に置きかえることとする。集中力が働く場合弾性解はその点で特異点となり、変位は求められない。そこで集中力を直径 a の分布応力とすれば変位は求められる。そこで Love の解⁽⁶⁾を利用すれば (19) 式が得られる。

$$V_2 = \frac{P}{\pi E} \left\{ \frac{8}{9} \left(\ln \frac{\bar{a}}{2\bar{y}'} - 1 \right) + \frac{4}{9} \left(2 - \frac{49}{49 + \bar{y}'^2} \right) + \frac{8}{9} \ln \frac{7}{\sqrt{49 + \bar{y}'^2}} + \ln \frac{6}{\sqrt{36 + \bar{y}'^2}} - \frac{4}{3} \right\} \quad (19)$$

ただし、

$$\bar{a} = \frac{10a}{B}, \quad \bar{y}' = \frac{10y'}{B}$$

ポアソン比 ν は $1/3$ とした。

5-2-3 K_2' および K_3' の計算 V_4 は V_2 と全く同一に表わされ P が V_2 の場合と絶対値が同じで向きが逆である。 $V_1 = V_2 + V_4$ と置き P_1 を求め、(11), (15) 式より K_2' を求める。

(11) 式の応力をクラックに内圧としてかけた場合の A, A' 点の変位を求めるのは煩雑なので応力場を次のように置きかえる。すなわちクラックの存在する部分の応力の平均値を考え、それが一様応力としてクラックに内圧としてかかると考えて (18) 式より V_3 を求め K_2' と同じ方法で K_3' を得る。この結果リベットが変位拘束としてのみ働くと考えた場合の K として $K_1 + K_2' + K_3'$ を得る。これを Fig. 11 に示す。この場合の K は開孔のみとして働く場合に比べ影響量は大きい。すなわちクラックアレスターとしての効きが大きく、またその特徴はここで行なつた数値計算の範囲ではその極小を取る点がリベット点の直下より前方に來ている。これはクラ

Fig. 10 リベットを開孔とのみ考えた場合の K の値

Fig. 11 rivet を変位拘束とのみ考えた場合の K value

ックによるリベット点の変位がクラックがリベットの真下の点にくる以前に極大になるからである。またリベットの直径の影響はその開孔の場合の量にくらべて少ない。

5-3 5節に関する考察

実際の ベットについて考えて見ると Fig. 12 を参照して

1) リベットにすべりが無い場合にはリベットは変位拘束として働き有孔としては働かないので K としては $K_1 + K_2 + K_3'$ と考えれば良い。

2) すべりがありしかもリベット孔が大きく変形してリベットがゆるんで変位拘束として働きえない場合には有孔として考えられるので、 K としては $K_1 + K_2 + K_3$ と考えればよい。

3) 変位拘束と同時に開孔効果としての作用があると考えれば $K_1 + K_2 + K_3 + K_2' + K_3'$ となる。

以上 1), 2), 3) はそれぞれリベットの状態としては極端な場合であり実際には Fig. 12 中の縦線で示したような範囲にあるものと考えられ K は (20) 式で与えられる。

$$K = K_1 + \alpha(K_2' + K_3') + \beta(K_2 + K_3) \quad 0 \leq \alpha, \beta \leq 1 \quad (20)$$

のパラメータ α, β の決定は現段階では実験によるしかない。

Fig. 12 K の値の比較図. ($a = B/10$, $\bar{y} = 10y'/B = 2$ の場合)

6 実験と検討

3.4.5 で行なつた計算結果を確かめるためできるだけ前記のクラックアレスター模型と同じ条件を二重引張試

Table 1 供試材の化学成分および機械的性質

	C %	Si %	Mn %	Ni %	Cr %	TL AL %	HT AL %	σ_y kg/mm ²	ϵ % (at 50)
HT 1	.09	.21	.31	2.43	1.01	/	/	65	21
HT 2	.08	.29	.71	2.38	1.10	/	/	65	21
AK	.07	.33	1.00	.15	.03	.02	.013	35	34 (at 200)

第 13 図

二重引張試験による供試材量の K_C 値

Fig. 14 試験片寸法

Table 2 実験条件および実験結果

Specimen code	Dimensions and/or geometry of arrester	Test condition		Crack length (mm)	Kc-value at test temp. (from Double Tension Test) (Kg/mm ² ·√mm)	Calculated Kc-value	
		Temperature (°C)	Stress (Kg/mm ²)			Kc-value at arrest point (Kg/mm ² ·√mm)	Minimum Kc-value (Kg/mm ² ·√mm)
HT-1-1	single hole b/a=3	- 85	32	Go	205	—	365
HT-1-2	" " 2	- 80	32	Go	205	—	340
HT-2-1	double hole " 4	- 85	31	Go	285	—	375
HT-2-2	" " 3	- 85	30	Go	285	—	370
HT-2-3	" " 1.5	- 85	31	250	285	295	290
AK -1	" " 2	- 45	15	249	180	190	180
AK -2	rivet a=B/10 Y'=2	- 50	20	Go	95	—	100
AK -3	" a=B/10 Y'=1.5	- 50	20	98	95	95	—

2 a=diameter of circular hole or rivet hole

b =distance between center of circular hole or rivet hole and presumed crack propagation line

Y' =b/a for rivet arrest

B =width of brittle crack propagating part of test specimen

実験片に開孔をもうけまたリベット継手を作ることにより再現し平坦温度型で実験を行ない脆性クラックが停止 (arrest) したかあるいは貫通して破断 (go) したかを確かめ、またその際の試験条件での供試材の停止 K_c 値と計算値を比較し計算の適否を検討した。

6-1 実験および結果

本実験に使用した鋼材は板厚 20mm の高張力二種 (HT 1, 2 とする) および板厚 13mm のアルミキルド鋼一種 (AK とする) でその化学成分および機械的性質を Table 1 に示す。また二重引張試験によつて求められた供試材料の K_c 値を Fig.13 に示す。

実験は材料試験としての平坦温度型二重引張試験で go になさる温度、応力で平坦温度型試験を行ない同一材料についてはそれぞれ同じ程度の条件で開孔位置またはリベット位置をかえることによりその影響を調べた。試験片の形状は Fig.14 に示すものを用いた。なお Fig.14 中 b , a , y' の個々の試験片についての値は試験片符号、実験結果とともに Table 2 に要約した。

実験結果は crack が go したか arrest したかによつて区別し、arrest したもののについてはクラックの伝播部入口からのクラック長さを計測した。

6-2 検 討

Table 2 の 6 番目のコラムには前述した試験温度での停止 K_c 値を別に行なつた二重引張試験の結果から求めたものを示し、また第 7 番目のコラムにその試験片形状での K を 3, 4, 5 を節より求めたものを示し比較を行なつた。また第 7 番目のコラム値は go したもののについては K の極少になる場合のクラック長さに対するものであり、arrest したもののについてはその場合のクラック長さに対するものであり、参考のために K の極少になる場合の値を括弧中に示した。この結果計算上の極少の K より停止の K_c が低い場合には実験では go になり、高い場合には arrest したことがわかり、またリベット継手については変位拘束としての効果のみを考え開孔の効果を考えない場合の値が一番実験値に近いようである。これは試験片として応力履歴がないのですべりを起こしていないためと考えられる。また K_c 値をいわゆる表面塑性仕事に換算すれば 3~10 kg mm/mm² となり Orowan の示した値よりやや高いがこれは K_c として純粋の表面塑性仕事ではなく、板の表面近くの shear lip 等による仕事を含んだものになつているからと思われる。

7 結 言

クラックアレスターを破壊力学的に理解するために、基礎的なアレスター模型についてクラック長さに対する K の変化を計算し実験的に確かめた。計算としてはかなり単純化あるいは仮定をもうけたため近似的な値しか出し得なかつたが、実験結果をかなり良く証明し得た。もちろん実験数は十分な量ではないが、少なくとも破壊力学を適用することの可能性を十分にたしかめられたと考える。また前記 3, 4, 5 節の計算結果もある程度信頼しうるものと考えられる。

さらに数多くの場合のアレスター模型についての K の計算と実験によりアレスターの定量的取扱いとその実

用化が期待できるものと思われる。

最後に本論文をまとめるに当たり、数々の有益なご討論をいただいた造船協会電気溶接研究委員会第6分科会の委員各位、および実験に当つてご援助をいただいた東大船舶強弱実験室の方々、また実験、数値計算に当つてご協力をいただいた周永述君に厚く謝意を表するものである

また本研究は財団法人松永科学振興財団よりうけた研究助成による研究の一部であることを付記して同財団に厚く感謝する次第である

参 考 文 献

- (1) 金沢, 大庭, 町田 “溶接残留応力が脆性破壊におよぼす影響について” 造船協会論文集第109号 1960.
 - (2) 例えば G. R. Irwin et al. “Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate” J. A. Mech, Sept. 1957.
 - (3) J. P. Romualdi “Fracture arrest design” proceedings of the crack propagation Symposium Cranfield Sept. 1961 vol. 2.
 - (4) 古川, 正木 “鋸接手におけるスリップの研究” 昭和 27 年度東大船舶工学科卒業論文
 - (5) Love “The Mathematical Theory of Elasticity” 3rd Edition, Cambridge Univ. Press.
-