(昭和 40 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

船体振動の減衰力の研究

正員 山 本 善 之*

正員 在 田 正 義**

Damping Forces in Ship Vibration

By Yoshiyuki Yamamoto, *Member*

Masayoshi Arita, *Member*

Summary

Damping for ship vibration is large as compared with that calculated from material damping by the theory of flexural vibration of beams; in most cases the former is ten times as large as the latter. Hitherto the internal friction of materials is considered to play the most important role for damping in the ship vibration. However, the friction of surrounding water and the energy dissipation due to cargoes may have a marked effect on damping. In this paper, the damping forces of these kinds are investigated theoretically and experimentally, it is concluded that the discrepancy between experimental and calculated values of damping in ship vibration is due to frictional forces of water and cargo.

序 論

構造物、特に船体の振動における減衰力について考える。減衰力の大きさを表わすのに従来対数減衰率が考えられてきた。この対数減衰率を実船実験で求めたものと、船体をはりと考えて実験で得られた素材の減衰力から計算して求めたものを比較すると、前者の方が後者よりその数値が一桁近く大きいという結果がでている。本文においては、この原因について考えてみる。

船体が振動する場合の減衰力としては、材料の内部摩擦によるもの、水の粘性による摩擦抵抗、表面波による造波抵抗、圧力抵抗、音波によるエネルギーの散逸などが考えられる。この中で材料の内部摩擦によるものが、最も大きな減衰力と考えられてきたが、前述のように、このようにしたのでは、実船と模型との減衰率に大きな開きが生ずる。そこで著者等は、減衰力の大きな原因として、材料の内部摩擦のほかに、水の摩擦抵抗と、積荷によるエネルギー散逸に注目し、それらの性質を研究した。材料の内部摩擦、水の摩擦抵抗については、I型はり、空気中と水中で振動実験を行ない、理論と比較した。積荷については、単純な場合について基礎的考察と実験を行なった。積荷として水を用いた場合に、極めて予想外の結果が得られた。それは、水面にかなりの波高をもつ美しい波紋が現われ、このために、かなりのエネルギーの散逸があることが明らかになった。これに関連し、上下振動を受ける水槽水の興味ある挙動の基礎的考察と実験を附録に示した。

1 実 験

長い一様なはりを用いて次の実験を行なった。

- ①長さを変えて振動数と内部摩擦による振動減衰の関係を調べること。
- ②水の中で振動させ、流体摩擦による振動減衰を調べること。
- ③積荷をのせて、積荷による振動減衰を調べること。

一般に、両端自由二節振動の節点位置を支持したとき、支持点からのエネルギー散逸が最も少ないことがわか

原稿受付 昭和 40 年 7 月 10 日

* 東大 工学部

** 船舶技術研究所

つたので、前記3つの実験とも、大体そのようにして行なつた。

1-1 試 験 体

試験体Ⅰ 125×75のI型材を用い、長さを500cmから185cmの間で7通りに変えた。(記号Ⅰ-1～Ⅰ-7)

試験体Ⅱ 試験体Ⅰと同一断面寸法のI型材で、長さを、460cmから385cmの間で8通りに変えた。(記号Ⅱ-1～Ⅱ-8)

試験体Ⅲ 試験体Ⅰと同一断面寸法のI型材で、長さは、400.9cmで、中央部に縦32.0cm、横10.0cm、高さ10.0cmのブリキ製の枠をつけた。(記号Ⅲ)

1-2 実 験 方 法

試験体Ⅰについては、それぞれの両端自由二節振動の節点位置で支持し、慣性モーメントの小さい方向に自由減衰振動させ、試験体上にとりつけた加速度変換器により、加速度の変化を検出し、オシログラフで記録した。

試験体Ⅱについては、支持点間距離を一定219cmとして対称に支持し、空気中と水中で自由減衰振動させて、やはりその加速度の変化を記録した。支持点間距離219cmは、Ⅱ-7に対応する両端自由はりの節点間距離に等しい。

試験体Ⅲについては、はりのみの両端自由二節振動の節点位置で支持し、枠の中に、砂、砂利、鉄粒、水を交互に入れて自由減衰振動させて、加速度の変化を記録した。

1-3 実 験 結 果

表1 試験体Ⅰの空気中振動

記 号	長 さ (cm)	振動数 (cps)		対数減衰率	等価粘性係数
		計算値	実験値	$\delta(\times 10^{-3})$	$\xi(\text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}^{-2})$
Ⅰ-1	500	12.3	12.1	1.57	13.86
Ⅰ-2	352	25.0	24.5	1.11	4.81
Ⅰ-3	286	38.0	37.0	0.81	2.32
Ⅰ-4	247	51.0	49.6	0.77	1.67
Ⅰ-5	220	64.0	62.6	0.83	1.41
Ⅰ-6	201	77.0	75.0	1.14	1.62
Ⅰ-7	185	90.0	89.0	1.22	1.47

表2 試験体Ⅱの空気中および水中振動 (支持点間距離 2.19m)

記 号	長 さ (cm)	空 気 中				水 中				附加重量比	
		N(cps)		$\delta(\times 10^{-3})$	$\xi(\text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}^{-2})$	N(cps)		$\delta(\times 10^{-3})$	$\xi(\text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}^{-2})$	計 算	実 験
		計算*	実験			計算*	実験				
Ⅱ-1	460	14.6	13.9	3.32	25.41	9.5	9.1	11.0	128.6	1.36	1.33
Ⅱ-2	450	15.3	14.7	2.95	21.35	10.0	10.6	11.3	113.4	〃	0.89
Ⅱ-3	410	18.4	16.3	3.73	24.35	12.0	11.8	12.3	110.4	〃	0.91
Ⅱ-4	405	18.9	18.2	4.07	23.79	12.3	12.1	10.2	89.68	〃	1.26
Ⅱ-5	403	19.1	18.7	2.82	16.04	12.4	12.2	9.3	81.10	〃	1.35
Ⅱ-6	400	19.3	18.9	2.58	14.52	12.6	12.4	9.8	84.08	〃	1.35
Ⅱ-7	397	19.6	19.6	2.32	12.59	12.8	12.8	9.1	75.63	〃	1.35
Ⅱ-8	385	20.9	20.5	5.69	29.53	13.6	13.4	9.4	74.63	〃	1.36

* 振動数の理論値は、減衰のない両端自由ばりとした場合の値であるのでⅡ-1,2に対しても高目の結果を与える。

表3 試験体Ⅲの積荷実験 対数減衰率 $\delta(\times 10^{-3})$

積込み重量 (kg)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
はりに対する重量比 (%)	0	1.6	3.1	4.7	6.2	7.8	9.3	10.8	12.4
振 動 数 (cps)	19.0	18.7	18.4	18.3	18.1	17.9	17.7	17.5	17.3
積荷の種類	鉄 粒	2.04	2.04	2.13	2.62	3.22	3.66	3.90	4.41
	砂		2.12	2.27	2.28	3.29	3.86	4.17	—
	砂利(中)		2.22	2.37	2.89	3.40	3.88	4.29	—
	砂利(小)		2.36	2.68	3.11	3.71	3.76	3.85	—
	水		2.70	2.94	17.70	—	—	—	—

Fig.1 試験体 I. 振動数-対数減衰率 δ , 振動数-等価粘性係数 ξ

Fig.2 試験体 III. 積荷の影響

Fig. 3 試験体Ⅲ、水を積んだ場合の減衰の様子

自由減衰振動中、加速度と振幅は比例関係にあるとして、対数減衰率 δ を計算し、さらに、試験体Ⅰ、Ⅱの空气中振動については、減衰がすべて材料の内部摩擦によるものとして等価粘性係数 ξ を求めた。結果を表1, 2, 3に示す。また、水中振動の場合には、固有振動数から水の附加重量とはりの重量の比も求めた。Fig. 1に表1をFig. 2に表3を図示する。また、Fig. 3には、試験体Ⅲで、水を積荷とした場合の、振動減衰の様子を示す。

2 水中で振動するはりに働く減衰力

2-1 一様はりの振動¹⁾

材質および断面が一樣な、長さ l のはりのたわみ振動の運動方程式は、座標をFig. 4のようにとると、

$$\frac{\rho A}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

となる。ただし、 ρ ははりの単位体積当りの重さ、 A ははりの断面積、 EI ははりの曲げ剛性である。(1)を両端($x=0, l$)で自由の条件で解くと、

$$y = c \{ \delta(m_k l) \alpha(m_k x) - \gamma(m_k l) \beta(m_k x) \} \cos(n_k t + \varphi) \quad (2)$$

となる。ただし、

$$\alpha(x) \Big\} = (\cosh x \pm \cos x)/2$$

$$\beta(x) \Big\} = (\sinh x \pm \sin x)/2$$

$m_k l$ は $1 - \cosh m l \cos m l = 0$ の k 番目の根、 $n_k = \left(\frac{m_k l}{l} \right) \sqrt{\frac{gEI}{\rho A}}$ 、 c, φ は積分定数である。このとき、運動エネルギーの最大値は、

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\rho A}{g} [n_k c \{ \delta(m_k l) \alpha(m_k x) - \gamma(m_k l) \beta(m_k x) \}]^2 dx$$

となる。

2-2 内部摩擦によるエネルギー散逸

はりの減衰力として、内部摩擦による線形減衰によるものだけを考えると、はりの内部摩擦に基づく減衰力によつて、次式で与えられる付加モーメントが生ずる。

$$M_1 = -\xi I \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t}$$

ここに、 ξ は粘性係数である。したがつてはり全体で振動の一週期 $\tau = \frac{2\pi}{n_k}$ の間に失なわれるエネルギーは、

$$W_s = \int_0^l \int_{t_0}^{t_0+\tau} M_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx dt$$

で与えられる。 y として(2)を用い、特に2節振動の場合は、 $m_2 l = 4.73$ として

$$W_s = 1.14 \pi c^2 \xi I \{r(m_2 l)\}^2 \left(\frac{m_2 l}{l}\right)^6 \sqrt{\frac{gEI}{\rho A}}$$

が求まり、対応する対数減衰率は、

$$\delta_s = \frac{W_s}{2T} = \frac{\pi \xi}{E} \left(\frac{m_2 l}{l}\right) \quad (3)$$

となる。

2-3 水の摩擦抵抗によるエネルギー散逸

Fig. 4にて、 x 方向にのびているはりの断面を矩形とし、深さを h とする。(Fig. 5) 水の中で運動しているはりの流体摩擦による減衰を分割法によって計算する。はりを長さ方向に細かく分割し、この分割された各部分の水の運動は、2次元的に制限されているとする。分割されたある1つの部分について考える。この部分の側面の流れについては、Fig. 6に示すような xy 面におかれた平板が、 y 方向に振動している場合と同じとする。このとき明らかに x, z 方向の流体の速度は0であり、 y 方向の流体の速度 v は、 z と時間 t のみの関数となる。この条件を Navier-Stokes の式に入れると、

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3)$$

Fig. 5 断面

Fig. 6 振動する板

となる。ただし ν は水の動粘性係数である。境界条件

$z=0$ で $v=v_0 \sin(nt+\varphi)$ 、 $z \rightarrow \infty$ で $v=0$ に対する(4)の解は、

$$v = v_0 e^{-\sqrt{\frac{n}{2\nu}} z} \left(\sin \sqrt{\frac{n}{2\nu}} z \sin nt + \cos \sqrt{\frac{n}{2\nu}} z \cos nt \right)$$

となる。このとき板に働く粘性による力は、単位面積当たり、

$$F_1 = \mu' \left[\frac{\partial v}{\partial z} \right]_{z=0} = \mu' v_0 \sqrt{\frac{n}{2\nu}} (\sin nt - \cos nt) \quad (5)$$

となる。ここに μ' は水の粘性係数である。このようなことが、はりの分割された各部分について成立するとし、 k 次の自由振動が生じている場合について考える。(2)の y を用いて、

$$v_0 = -cn_k \{ \delta(m_k l) \alpha(m_k x) - \gamma(m_k l) \beta(m_k x) \} \quad (6)$$

とすると、分割された各部分の両側面に働く水の摩擦抵抗によって、振動の一週期の間に失われるエネルギーの総和は、

$$W_f = 2h \int_0^l \int_{t_0}^{t_0+\tau} F_1 \frac{\partial y}{\partial t} dx dt \quad (7)$$

(7)を2節振動の場合について計算すると、

$$W_f = 1.14 \pi c^2 h l \mu' \{r(m_2 l)\}^2 \sqrt{\frac{1}{2\nu}} \left(\frac{m_2 l}{l}\right)^3 \left(\frac{gEI}{\rho A}\right)^{3/4}$$

これによる対数減衰率は、

$$\delta_{f1} = \frac{g \mu' h}{\rho c} \sqrt{\frac{\pi}{\nu} \tau}$$

となる。これを導くに当つては、流れが y 方向に一様であると仮定したが、実際にははりの y 方向の寸法が有限であり、摩擦がないとしたときのはりの側部における平均流速は、はりの速度の η 倍となる。したがって、(5)の v_0 のかわりに、むしろ ηv_0 を代入した方がもっともらしい。そこで水の摩擦抵抗による対数減衰率として

$$\delta_{f2} = \frac{\eta g \mu' h}{\rho c} \sqrt{\frac{\pi}{\nu} \tau}$$

をうる。

〔註〕 W_f を求めるのに、定常流における Blasius の境界層理論などを用いると、 W_f を過小評価することになる。一例として2節振動しているはりの振動数が12.8cps、深さ7.5cmで、はりの中央の振幅が0.1mmと

すると、このはりの中央の部分に関しても、エネルギーの散逸量は、前の方法で求めたものの 1/3 以下である。振幅の小さい場合は、それ以上に過小評価することになる。

2-4 圧力抵抗によるエネルギー散逸

Fig. 5 と同じ断面について考える。Fig. 7 のような幅 b の板に、速度 v_0 の流れがあたつていとき、板の受ける抵抗 D_P は単位長さ当り、

Fig. 7 流れに垂直におかれた板の受ける抵抗

$$D_P = \frac{\rho'}{2g} v_0^2 \frac{2\pi}{4+\pi}$$

となる。ただし ρ' は水の単位体積当りの重量である。このように D_P は、速度の自乗に比例するので、振動のように速度 v_0 の小さいときは、圧力抵抗による一週期の間のエネルギー散逸は、 W_s , W_f に比して無視できる。

2-5 実験と理論の比較—試験体 II—

試験体 II について実験と理論を比較した。(表 4) 表 2 の空気中における実験値からわかるように、支持点が両端自由の節点からはずれると δ の値が増大するのは、支持点からのエネルギーの散逸が少なくないことを示すものである。ここでは、支持点から失なわれるエネルギーも固体粘性と同様な性質の減

表 4 実験と理論の比較—試験体 II

記号	$\delta_s (\times 10^{-3})$	$\delta_{f1} (\times 10^{-3})$	$(\delta_s + \delta_{f1}) (\times 10^{-3})$	$\delta_{f2} (\times 10^{-3})$	$(\delta_{f2} + \delta_s) (\times 10^{-3})$	実験値 $\delta_e (\times 10^{-3})$
II-1	3.32	2.78	6.10	5.39	8.71	11.0
II-2	2.95	2.56	5.51	4.96	7.91	11.3
II-3	3.73	2.43	6.16	4.71	8.44	10.3
II-4	4.07	2.40	6.47	4.65	8.72	10.2
II-5	2.82	2.39	5.21	4.63	7.45	9.3
II-6	2.58	2.37	4.95	4.60	7.18	9.8
II-7	2.32	2.32	4.64	4.50	6.82	9.1
II-8	5.69	2.28	7.97	4.42	10.11	9.4

衰を与えると仮定する。さらに水中では固有振動数が減じ、一定の ξ に対しては固体粘性による δ_s は減少する。また一方、表 1 からわかるように、 ξ は振動数の減少と共に増加する。そこで近似的に、水中においても空気中と全く同じ δ_s をもつとする。一方水の粘性は、実験時の水温 20 °C のものを用いて、対応する δ_f を求めると、 $\delta_s + \delta_{f1}$ あるいは、 $\delta_s + \delta_{f2}$ が対数減衰率の推定値となる。 $\delta_s + \delta_{f2}$ は実験値 δ_e に比して 80% 前後程度の値を与え、水の粘性の無視できぬことが明らかになった。なお δ_{f2} を求めるときに用いた η としては、Fig. 8 に示すような $b=12.5\text{cm}$, $h=7.5\text{cm}$ の矩形断面に対する値 $\eta=1.939$ を用いた。

Fig. 8 I 型はりの附加重量

2-6 水の附加重量

Fig. 8 のような I 型はりが水中振動している場合は、幅 b 、深さ h の箱型の附加重量と、箱型断面と I 型断面の間 (Fig. 8 の斜線の部分) の流体の重量との和が、附加重量として働くことになる。はりの長さが十分長いときは、Moullin の理論結果²⁾を用いることができる。実際に用いた I 型はりでは、 $b=12.5\text{cm}$, $h=7.5\text{cm}$, 断面積 20.45cm^2 , 水の単位体積当り重量 $\rho'=1\text{g/cm}^3$ として、附加重量 $= \left[\frac{1}{2} c_0 \rho' \pi \left(\frac{b}{2} \right)^2 + (bh - A) \rho' \right] \cdot l$ にて $c_0 = 1.19$ として、1m 当り 21.9kg となる。この I 型はりは、1m 当り 16.1kg だから、附加重量比は、1.36 となる。附加重量がはりの長さ方向に様に分布しているとする、空気中と水中におけるはりの固有振動数の比は、 $\sqrt{1 + \text{附加重量比}}$: 1 となる。このことから、水中のはりの固有振動数が推定できるし、また逆に、実験的に附加重量比を定めることもできる。表 2 に示した試験体 II についての結果から、理論値と実験値が、よく一致していることがわかる。

2-7 考 察

試験体 I による実験結果から、従来対数減衰率は振動数に比例するといわれてきたが、必ずしもそうではなく、また ξ も一定値とならないことがわかる。しかし、実験上で様々の問題、特に試験体 II の空気中での実験からわかるように、支持点から散逸するエネルギーが重要な問題であるが、その正確な評価は非常に困難である。

試験体 II の実験の目的は、水中で振動するはりに働く減衰力を求めること、附加重量の分布状態を知ること

ある。水中振動でも、II-7で対数減衰率が最小になっていることから、附加重量の分布は、ほぼはりの全長にわたって一様であることがわかる。附加重量の計算値は、実験値とほぼ一致する。表1の δ と振動数の関係と、表2の δ と振動数の関係を比較して、表2では、振動数の変化が少いにもかかわらず δ は著しく変化している。しかもII-7で最小になっている。これは、支持位置が、本来の節点位置であるとき、支持点からのエネルギー散逸が最小であり、またこの位置からずれると、支持点からの散逸エネルギーも増加することがわかる。

試験体IIに対する、理論値と実験値のひらきは、はりの上に置いた水の波紋のような、ここで考えなかつたものによるエネルギー散逸も考えられる。

3 積荷の運動

3-1 垂直振動する振動台上の剛体の運動

定常的に垂直振動する振動台上の剛体は、台の振動加速度が重力の加速度 g を越すと台上で跳躍する。台と剛体の衝突は完全非弾性的であるとすると、衝突前後の運動エネルギーの変化が衝突によつて失なわれるエネルギーとなり、剛体の運動がわかれば容易に対数減衰率を求めることができる。台の最大加速度が g より少し大きい場合は、台の一週期と、台と剛体を含めたものの一週期とが一致する。この場合には、かりに完全非弾性的衝突

Fig. 9 垂直振動する振動台上の物体

でなくても、衝突の際の台と剛体の相対速度が小さいので、数回小さい反発と衝突を繰返すうちに、剛体は台と一緒に運動を行うようになるので、衝突が完全に非弾性的と考えても、振動の減衰に及ぼす効果としては同じことになる。台の振動数 20 cps, 最大加速度 1.10 g の場合の台と剛体の関係を Fig. 9 に示す。振動数 20 cps で、最大加速度が 1.20 g, 1.10 g, 1.05 g の各場合についての減衰に対する効果を計算すると、台の重量と剛体の重量の比が 1/10 なら、各場合の対数減衰率は、 2.78×10^{-2} , 6.06×10^{-3} , 1.69×10^{-3} となる。当然、台の最大加速度が g 以下のときは、このような減衰は生じないことになる。実験的にこれを実証するために、直径 39.5 mm の鋼製半球（試験片 I）と、55×35×26 mm の潰れた楕円体（試験片 II）の上に小加速度変換器をのせ、これらを振動台において台を振動させた。試験片 I は、台と比較的弾性的に衝突し、逆に試験片 II は比較的非弾性的な衝突をするものであ

Fig. 10-1 試験片 I, II

る。定常的に跳躍する場合として実現できたのは、試験片 I, II とも、台の最大加速度が g より少しだけ大きい場合だけであつた。試験片 I, II および理論と実験の比較を、Fig. 10-1, 2 に示す。試験片 I, II に対する実験の状況と理論は、試験片が台に衝突した直後を除いてほぼ一致する。このことは、剛体が振動の減衰におよぼす効果だけを考えるなら、かりに弾性的衝突であつても（ただし、衝突の際の両者の相対速度が小さいときに限る）、完全非弾性衝突と考えてもよいことを示す。

3-2 水平振動する振動台上の物体の運動

振動台 M が水平振動して、その上に物体 m がのついているとする。 M と m の間の静摩擦係数を μ_0 、動摩擦係数を μ とする。 M と m が相対運動する条件は、 M の最大加速度が $\mu_0 g$ を越すことである。一旦相対運動を起すと m は M 上を一定加速度 $\pm \mu g$ で運動し、相対速度が 0 になると M と m は一体となつて運動する。一例として、 $\mu_0 = 0.5$, $\mu = 0.4$, M の振動数 20 cps, 最大加速度 0.58 g のとき M と m の位置と速度の関係を Fig. 11 に示す。

Fig. 10-2 理論と実験の比較

Fig. 11 水平振動する振動台上の物体の運動

向へどんどん移動する。減衰に対する効果は、 θ が小さな場合だけ考えるなら、無視してよい。

実験的には、試験片 I の鋼製半球に加速度変換器を取付け振動台上にのせて、台を水平振動させると理論から予想されたと全く同じ傾向の運動が観察された。Fig. 12 にその様子を示す。実験と理論のちがいは、

M と m が相対運動を始めるときの m の加速度の絶対値は、相対運動を始める直前の m の加速度の絶対値より急に小さくなるはずだが、実験では、 m の加速度の変化はスムーズである。これは加速度検出の誤差によるものと思われる。相対運動するときの m の一定加速度から μ が実験的に計算できる。また、 μ_0 を実験的に求めるには、 M の最大加速度を次第に増加させ、 m と M が相対運動を始めるとき、即ち M の最大加速度が $\mu_0 g$ となるときの μ を求めればよい。本実験結果から求めた鋼と鋼の μ_0 、 μ は $\mu_0 = 0.283$ 、 $\mu = 0.148$ となつた。

3-2 振動するはり上の水の運動

試験体Ⅲの積荷実験で、積荷として水を用いた場合に、きれいな波紋ができ、はりの振動は急速に減衰した。(Fig. 3 参照) これについて考えてみる。波の起こる機構自体については、ここでは触れない。水を完全流体として、自由動揺の流れの場を決定し、波紋を実験で観察されたものに近く仮定して速度を求める。粘性が存在するときも、この速度は変化しないとして、粘性によるエネルギー散逸を計算する。(以上述べたことの、実際に用いた式については、附録を参照されたい。) エネルギーの散逸量は、波高の自乗に比例する。エネルギーの散逸量を実験結果から求めて、波高を逆算すると、波高は約 2mm となる。これは実験結果とほぼ一致する。

3-3 考察

試験体Ⅲによる実験結果より、積荷は少量でも、かなりの影響を減衰に対して与えることがわかる。上述の理論からも予想されるように、その影響は振動加速度の増加と共に急激に増大する。積荷の種類によつてどちらがうかは、振幅、振動数を同じにしないと意味がない。その意味で、この実験では振幅が多少異なる範囲について比較してあるので、砂、砂利、鉄粒の間にどんな相異があるかまでは、はつきりはわからないが、積荷の重量の増加とともに、ほぼ同程度に対数減衰率が増加しているようである。とくに、水は、他よりかなり大きい働きをすることがわかる。Fig. 3 からわかるように、水積込みの場合の (振動数) - (log (振幅)) の関係は、大きくうねっている。これは、はりと水の間で、かなりのエネルギーの交換が行なわれていることを示す。

4 結 論

以上の実験および理論、考察から、船体のように水に浮び、多くの荷物を積込んでいる場合には、材料の内部摩擦以上に、水の粘性や積荷によるエネルギー散逸が多く、積荷が船の重量の程度になれば、材料の内部摩擦によるものの 10 倍程度になりうることを示している。とくに、振動が激しく、物体が跳躍したり移動したりするときは、この影響はさらに著しくなることは、3-1、3-2 から容易に推察される。

M と m が相対運動している間に、摩擦によりエネルギーが散逸し、振動減衰の原因となる。Fig. 11 に示した場合について、 m と M の重量比 m/M が 1/10、1/100 の各場合に対し、対数減衰率は、それぞれ 6.24×10^{-2} 、 6.24×10^{-3} となる。この場合も、台の最大加速度が $\mu_0 g$ 以下だと対数減衰率は 0 となる。

台が微小角 θ だけ傾斜しているときは、 M と m が相対運動する条件は、 M の最大加速度が $(\mu_0 - \theta)g$ 以上になることである。 M と m が相対運動するとき、相対運動の方向により加速度が異なり、その差は $2\theta g$ である。そのため m は傾斜した方

Fig. 12 水平振動する振動台上の物体の運動 実験結果

参考文献

- 1) 山本善之「振動学」共立出版 1957
- 2) F. H. TODD: "Ship Hull Vibration" 1961 p. 76

附 録

「上下振動を受ける水の波紋とそれによる減衰」

試験片Ⅲに取付けた水槽の水について考える。座標を Fig. 13 のようにとる。 φ を速度ポテンシャルとする。 φ は非圧縮性流体に対する連続の方程式を満たすとし、静止状態で水は $l_1 \times l_2 \times h$ の体積を占め、底、四辺は固定壁、上面は自由表面とする。

$$\varphi = f(y) \cos m_1 x \cos m_2 z \sin nt$$

とし、また波の表面の形を

$$\eta = a \cos m_1 x \cos m_2 z \cos nt$$

として、境界条件を代入すると、

$$\varphi = \frac{-an \cosh m(y+h)}{m \sinh mh} \cos m_1 x \cos m_2 z \sin nt$$

ただし、 $m^2 = m_1^2 + m_2^2$ 、 a は波の振幅である。

この φ を用いて x, y, z 方向の速度 u, v, w が求まる。

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

粘性流体でも、粘性の影響の少いときは、前記の速度が成立つとして、粘性力により水槽全体で一週期 $2\pi/n$ の間に失なわれるエネルギーを求めると、

$$W_{fw} = \frac{\mu' \pi^2 a^2 n l_1 l_2 \sinh 2mh}{\sinh^2 mh} \sqrt{\frac{k_1^2}{l_1^2} + \frac{k_2^2}{l_2^2}}$$

となる。ただし、 μ' は水の粘性係数、 k_1, k_2 は x, z 方向の波数の 2 倍である。これによる対数減衰率は

$$\delta_{fw} = \frac{W_{fw}}{2T}$$

となる。

つぎに、振動試験機による実験を次のように行なった。28.5×20.6 cm の透明な矩形の水槽に、水を 5 cm の深さまで入れ、水面にアルミニウム粉をまき、振動台にしっかりと固定する。1つの振動数に対して、ある範囲の振幅を与えると、徐々に定常波が起こる。振幅が小さ過ぎると波は起こらず、また大き過ぎると、波紋の振幅が時間とともに増大して定常状態とはならない。1例として、振動台の振動数が 19 cps では、振幅 0.55 mm (最大加速度 0.80 g) で定常状態となり、定常波の波高は、約 2 mm となる。このときの波紋の写真を下に示す。

上下振動する水の波紋

Fig. 13 矩形桶の座標