マトリックス法による船体構造解析 に関する研究 (Ⅲ)

正員 吉 識 雅 夫*

正員 川 井 忠 彦**

正員 吉 村 信 敏**

Matrix Method of Analysis of Ship Structures (III)

By Masao Yoshiki, *Member*

Tadahiko Kawai, *Member*

Nobutoshi Yoshimura, *Member*

Summary

As continuation of the studies on the finite element method in analysis of two dimensional stress field, two different types of advanced problems are considered in this paper. The first problem is concerned with the two dimensional stress analysis on the basis of large displacement, and the latter is the research on the computational technique to be applied to the complicated stress analysis.

1 ま え が き

第 1 報⁽¹⁾および第 2 報⁽²⁾において、静的外力や熱荷重を受ける弾性平板の面内変形、すなわち平面応力問題を例にとり、応力型・変位型、さらに混合境界値問題の有限要素解析法を研究し、いくつかの例題をといてその実用性を確認した。一方これらの研究とともに平板の面内固有振動の研究をおこない、他の研究者によつてなされた振動実験の結果とよく一致することを確認したが⁽³⁾、著者の 1 人吉村はさらに東京大学山田嘉昭教授の指導により、弾塑性平面応力場の解析に関する計算プログラムを完成し工学的に十分信頼しうる解析結果をもとめることに成功した⁽⁴⁾。この研究により従来決定的な方法の確立されていなかった非線型特性を有する連続体の応力解析が現実の問題としてとりあげられるようになったわけであるが、本論文では有限変位にもとづく連続体の非線型問題のくり返し法による解析法、および多くの同一形状を有する有限要素が集合して形作られている複雑な構造体の解析に関する計算技術について研究したのでその結果の概要を報告する。

2 有限変形を考慮した構造解析

構造物の変形が大きくなると、線型理論では無視していた歪成分の非線型項の影響が大きくなり、いわゆる有限変位理論を用いねばならなくなる。有限変位を考慮したマトリックス構造解析法は従来骨組構造を中心としておこなわれており、わが国でも藤野・大坂によるツリ橋の研究⁽⁵⁾、坪井・大山によるテンション構造の研究⁽⁶⁾等が発表されている。

筆者等は平面応力問題を例にとつて有限変位を受ける連続体の非線型問題の解析法について研究した。すなわち平面応力場における 3 角形平板要素の変位関数は (1) 式のようにあらわされる⁽¹⁾。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \quad v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad (1)$$

(ここに u, v はおのおの x および y 方向の変位, $\alpha_1 \sim \alpha_6$ は未定係数)

(1) 式の x, y に各節点の座標値を代入すれば、節点変位は未定係数の列ベクトル $\{\alpha\}$ によつて (2) 式のようにならわされる。

* 東京大学工学部

** 東京大学生産技術研究所

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1, & x_1, & y_1, & & & \\ & 1, & x_2, & y_2, & \mathbf{0} & \\ & 1, & x_3, & y_3, & & \\ & & & & 1, & x_1, & y_1 \\ & \mathbf{0} & & & 1, & x_2, & y_2 \\ & & & & 1, & x_3, & y_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \text{ or } \mathbf{d} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \quad (2)$$

さて歪成分は線型理論では高次の項は省略して

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

のようにあらわされるが、有限変位理論では高次の項も考慮してつぎのように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} = \alpha_2 + \frac{1}{2} (\alpha_2^2 + \alpha_5^2) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} = \alpha_6 + \frac{1}{2} (\alpha_3^2 + \alpha_6^2) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} = \alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_5 \alpha_6 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ところで歪エネルギー U はつぎのように定義されている。(E : ヤング率, ν : ポアソン比, h : 板厚)

$$U = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \iint_A \left\{ \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_y + \frac{1}{2}(1-\nu)\gamma_{xy}^2 \right\} dx dy \quad (4)$$

したがって (4) 式の被積分関数に (3) 式の関係を代入すると、被積分関数は

$$\begin{aligned} & \left\{ \alpha_2 + \frac{1}{2} (\alpha_2^2 + \alpha_5^2) \right\}^2 + \left\{ \alpha_6 + \frac{1}{2} (\alpha_3^2 + \alpha_6^2) \right\}^2 \\ & + 2\nu \left\{ \alpha_2 + \frac{1}{2} (\alpha_2^2 + \alpha_5^2) \right\} \left\{ \alpha_6 + \frac{1}{2} (\alpha_3^2 + \alpha_6^2) \right\} \\ & + \frac{1-\nu}{2} \{ \alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_5 \alpha_6 \}^2 \end{aligned}$$

となり、ゆえに A を 3 角形要素の面積とすると一般化座標 α_i ($i=2, 3, 5, 6$) に対する一般化された節点力 (Generalized nodal force) はたとえば

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \alpha_2} &= \frac{EAh}{2(1-\nu^2)} \{ 2\alpha_2 + 2\nu\alpha_6 + 3\alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_5^2 + \nu\alpha_6^2 \\ & + (1-\nu)\alpha_3\alpha_5 + 2\nu\alpha_2\alpha_6 + \alpha_2^3 + \alpha_2\alpha_3^2 + \alpha_2\alpha_5^2 + \nu\alpha_2\alpha_6^2 + (1-\nu)\alpha_3\alpha_5\alpha_6 \} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。 $\partial U / \partial \alpha_3$, $\partial U / \partial \alpha_5$, $\partial U / \partial \alpha_6$ についても同様に計算できる。

したがって 3 角形平板要素の節点力は Castigliano の定理により、つぎのようにあらわされる。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial \alpha_2 / \partial u_1, & \partial \alpha_3 / \partial u_1, & \partial \alpha_5 / \partial u_1, & \partial \alpha_6 / \partial u_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial \alpha_2 / \partial v_3, & \partial \alpha_3 / \partial v_3, & \partial \alpha_5 / \partial v_3, & \partial \alpha_6 / \partial v_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial U / \partial \alpha_2 \\ \partial U / \partial \alpha_3 \\ \partial U / \partial \alpha_5 \\ \partial U / \partial \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

(P) (F) (G)

または

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}\mathbf{G} \quad (6)$$

マトリックス $\mathbf{F}$ は (2) 式を逆変換した結果から容易につぎのようにもとめられる。

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} y_2 - y_3, & x_3 - x_2, & 0, & 0 \\ y_3 - y_1, & x_1 - x_3, & 0, & 0 \\ y_1 - y_2, & x_2 - x_1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & y_2 - y_3, & x_3 - x_2 \\ 0, & 0, & y_3 - y_1, & x_1 - x_3 \\ 0, & 0, & y_1 - y_2, & x_2 - x_1 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

さて $\mathbf{G}$ は (5) 式からもあきらかなように $\partial U / \partial \alpha_i$ ($i=2, 3, 5, 6$) は α_i の 1 乗・2 乗・3 乗の項があるので、これによつて $\mathbf{G}$ をつぎのように 3 つにわけろ。

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_3 \quad (8)$$

ここに $\mathbf{G}_1$ は

$$\mathbf{G}_1 = \frac{EAh}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 2, & 0, & 0, & 2\nu \\ 0, & 1-\nu, & 1-\nu, & 0 \\ 0, & 1-\nu, & 1-\nu, & 0 \\ -2\nu, & 0, & 0, & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}_2 = \frac{EAh}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 3, & 1, & 1, & \nu, & 0, & 0, & 2\nu, & 1-\nu, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 2, & 1-\nu, & 0, & 0, & 2, & 1-\nu \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 1-\nu, & 2, & 0, & 0, & 1-\nu, & 2 \\ \nu, & 1, & 1, & 3, & 0, & 0, & 2\nu, & 1-\nu, & 0, & 0 \end{bmatrix} \cdot \{\alpha_2^2, \alpha_3^2, \alpha_5^2, \alpha_6^2, \alpha_2\alpha_3, \alpha_2\alpha_5, \alpha_2\alpha_6, \alpha_3\alpha_5, \alpha_3\alpha_6, \alpha_5\alpha_6\}^T \quad (10)$$

ここに添字 T は転置行列をあらわす。

$$\mathbf{G}_3 = \frac{EAh}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1, & \nu, & 1-\nu, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 1, & 1, & \nu, & 1-\nu, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 1, & 1, & \nu, & 1-\nu, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 1, & 1, & \nu, & 1-\nu \end{bmatrix} \cdot \{\alpha_2^3, \alpha_2\alpha_3^2, \alpha_2\alpha_5^2, \alpha_2\alpha_6^2, \alpha_3\alpha_5\alpha_6, \alpha_2^2\alpha_3, \alpha_3^3, \alpha_3\alpha_6^2, \alpha_3\alpha_5^2, \alpha_2\alpha_5\alpha_6, \alpha_2^2\alpha_5, \alpha_5^3, \alpha_5\alpha_6^2, \alpha_3^2\alpha_5, \alpha_2\alpha_3\alpha_6, \alpha_6^3, \alpha_3^2\alpha_6, \alpha_5^2\alpha_6, \alpha_2^2\alpha_6, \alpha_2\alpha_3\alpha_5\}^T \quad (11)$$

また $\alpha_2 \sim \alpha_6$ はつぎのように節点変位であらわされる。

$$\begin{Bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_2 - y_3, & y_3 - y_1, & y_1 - y_2, & 0 \\ x_3 - x_2, & x_1 - x_3, & x_2 - x_1, & 0 \\ 0 & y_2 - y_3, & y_3 - y_1, & y_1 - y_2 \\ 0 & x_3 - x_2, & x_1 - x_3, & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{F}^T \mathbf{d} \quad (12)$$

さて (6) 式に (8) 式を代入すると

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}(\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_3) = \mathbf{F}\mathbf{G}_1 + \mathbf{F}(\mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_3) \quad (13)$$

右辺第 1 項の $\mathbf{F}\mathbf{G}_1$ は (12) 式を参照すればあきらかなように線型理論で求めた剛性マトリックス $\mathbf{K}$ と節点変位の列ベクトル $\mathbf{d}$ の積に等しい。また第 2 項は有限変形を考慮したために生ずる非線型項であり、一種の附加節点力と考えることができる。この附加力は (10)~(12) 式からあきらかなように節点変位 $\mathbf{d}$ の関数であるので $\mathbf{P}^*(\mathbf{d})$ であらわす。すなわち各有限要素の節点力と節点変位の関係はつぎようになる。

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}\mathbf{d} + \mathbf{P}^*(\mathbf{d}), \quad \mathbf{P}^*(\mathbf{d}) = \mathbf{F}(\mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_3) \quad (14)$$

このようにしてもとまつた 3 角形平板要素についての修正された剛性方程式 (14) 式を、境界条件を考慮しつつ整理・合成して構造全体についての節点力と節点変位の関係式をもとめるとつぎようになる。

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{K}_v \mathbf{d} + \mathbf{P}_v^*(\mathbf{d}) \quad (15)$$

ここに添字 v は構造全体をあらわすものとする。

(15) 式は節点変位 $\{\mathbf{d}\}$ に関する連立非線型代数方程式であり、一般に陽にとくことはできないが、つぎのべるように“くり返し法”(Iteration Method)により近似的にとくことができる。

i) まず附加節点力の項 $\mathbf{P}_v^*(\mathbf{d})$ を無視して線型連立一次方程式

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{K}_v \mathbf{d}_0 \quad (16-1)$$

をとき、

$$\{\mathbf{d}_0\} = \mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{P}_v$$

より節点変位 $\{\mathbf{d}_0\}$ をもとめる (第 0 近似)。

ii) もとまつた第 0 近似解 $\{\mathbf{d}_0\}$ を (12) 式に代入して $\alpha_2 \sim \alpha_6$ の値を計算し、これを (10), (11) 式に代入して $\mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ を計算して附加節点力 $\mathbf{P}^*(\mathbf{d}_0)$ をもとめる。この操作をすべての要素についておこない、整理して (15) 式の右辺第 2 項に代入すれば

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{K}_v \mathbf{d}_1 + \mathbf{P}_v^*(\mathbf{d}_0)$$

となるので

$$d_1 = K_v^{-1}(P_v - P_v^*(d_0)) \quad (16-2)$$

より変位の第1近似解 $\{d_1\}$ が決定される。

iii) つぎに $\{d_1\}$ を使って附加節点力 $P_v^*(d_1)$ をもとめ、

$$P_v - P_v^*(d_1) = K_v d_2$$

をとりて第2近似解 $\{d_2\}$ をもとめる。

iv) 以上の方法をくり返して

$$d_n = K_v^{-1}(P_v - P_v^*(d_{n-1})) \quad (16-3)$$

より第 n 近似解 $\{d_n\}$ がもとめられるが、この計算を $d_n \doteq d_{n-1}$ になるまでくりかえす。

v) このようにして n 回のくり返し計算により、所要の精度を有する解 $\{d_n\}$ がもとまったならば、(12) 式から $\alpha_2 \sim \alpha_6$ を定め、(3) 式に代入して歪および応力が決定される。

有限変位を考慮するもう一つの手法として荷重漸増法 (Incremental Loading Method) をもちいて節点の座標をすこしずつ修正していくという手法も考えられるが、荷重増分の選び方によつて解が変つてくるおそれがあるから計算には十分な注意が必要である。しかしこの方法は材料の非線型性と有限変位を同時に考慮する必要のある問題の解析には有用であろう。

例として第1図に示すような引張を受ける有孔正方形板の有限変形問題の解析をおこなった。(ただし対称性から全体の1/4の領域のみを考慮、要素数142、節点数92) 代表的な点における変位を有限変位を考慮した場合とそうでない場合について第1表に示す。表からあき

第1図 有孔正方形板の引張り ($E=2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$)

第1表 有限変形を考慮した場合と考慮しない場合の変位の比較 (第1図の例の場合)

	有限変位を考慮	有限変位を考慮せず
u_a	0.07670(cm)	0.07682(cm)
u_b	0.04479	0.04480
v_b	-0.00573	-0.00568
v_c	-0.03394	-0.03401
v_d	-0.02345	-0.02352
u_e	0.05549	0.05560

らかなように両者の差は非常に小さい。これは平面応力場においては、変位量が平板の寸法にくらべて非常に小さく、非線型項の効果がほとんどあらわれないためと考えられる。したがって剛性値の高い材料の2次元弾性解析においては有限変位の影響は無視してよいといえそうであるが、板の曲げ問題では大撓みの影響を考慮に入れることが望ましい場合がかなりあり、その際上記の手法がそのまま使えるものと考えられる。この問題については収束に要した計算のくり返し回数は、変位の相対誤差0.1%で4回であつた。ツリ橋の計算の場合に藤野・大坂⁽⁶⁾は、くり返し計算の途中で変位を仮定する場合、一番新しい近似解のみならずその一つ前の近似解も使つて2つの近似解に適當な“重み”をつけるという方法をおこなつており、筆者等もこの方法を試みてみたが、実際には高次の項の影響が非常に小さく収束が速いのでこのような配慮は不必要であつた。ただし剛性の低い部材や構造については、このような配慮も必要となるであろう。

3 “構造単位”による複雑な構造物の解析

マトリックス法によつて複雑な構造を解析する場合、非常に多元の連立一次方程式をいかにとくかということが問題になる。この解決法として Gauss-Seidel 法あるいは unit 分割法等が提案されており、現在我が国で稼動しているマトリックス法のプログラムはこの内どちらかの方法を採用しているようである。船体のような複雑な構造の解析、あるいは三次元体の解析を念頭において考えると、unit 分割法はいわゆる class-3 の節点が非

常に多くなつて計算遂行上重大な障害となるであらう。また Gauss-Seidel 法は non-zero element だけを計算機内に記憶させる等してかなり記憶装置を有効に使える点、時間をかければ所要の精度の答が得られる等 unit 分割法にくらべてすぐれた点も多いが、一つの荷重条件しか与えることができないので船体構造のように多くの荷重状態についての解析を必要とする場合再び数千～数万元の方程式をとかねばならず、経済性の面からかなり問題がある。

筆者等は上記のようないわば数学的手法によつて多元の連立一次方程式をとく努力の他に、構造力学的見地から、扱わねばならない節点の数を減らして数値計算を実行し易くする方法を研究してきたのであるが、かなり有効な方法を見いだしたので報告する。なお筆者等とは別に Taig⁽⁷⁾ が同様な思想を用いて航空機構造の解析を行なっているのは興味深い。筆者等の方法は、構造全体をあらかじめいくつかのブロック（“構造単位”と名づける）に分割し、そのブロックを一つの有限要素と考へてその剛性マトリックス（“構造単位剛性マトリックス”と名づける）をもとめ、これを組合せて構造全体の変位を決定しようというもので、この方法によれば変位の計算に際して考慮しなければならない節点の数を激減させることができるのである。それを例をもつて示そう。第 2 図は船体構造のいたる所にあらわれる corner connection で、これを平面応力的に取扱うことにする。ハッチされていない部分を“構造単位”とし、その内部の応力分布をくわしく知るために図のように要素分割されているものとする。するとこの構造単位にある節点は全部で 66 個である。ところでこの構造単位を一つの有限要素として考えた場合には、外部から力が加えられる節点は図中に黒丸で示した 20 個の節点だけであるとし、これを他の節点と区別して“外節点”と名付ける。その他の

第 2 図 “構造単位” の 1 例
(corner connection)

の節点（“内節点”と名付ける）には力が加わらないことから、後でのべるように“内節点”の変位は“外節点”の変位によつて一義的に定められてしまうので、構造単位の変形は“外節点”の変位だけで一義的に決定されることになる。したがつて構造単位は外節点をその要素の節点とする有限要素の一種とみなすことができるので、その剛性マトリックスがもとめられれば、構造全体の計算にはこの剛性マトリックスを使うことにより、内接点の変位に関する項は計算から除外できるはずである。このように構造全体を構造単位の集合として考え、生じた内節点の分だけ計算を簡略化しようというのが本方法である。そこでつぎに“構造単位剛性マトリックス”の導出法をのべる。

構造単位の内を三角形・矩形平板要素、四面体要素等適当な要素で分割する。そして各要素の剛性マトリックスをもとめ整理して加えあわせれば、構造単位全体の剛性マトリックス K が得られ、節点力 f と節点変位 d によつてつぎのようにあらわされる。

$$f = Kd \quad (17-1)$$

ところで節点変位 d は内節点の変位 d_A と外節点の変位 d_B とからなり、それに対応して外力のベクトルも f_A と f_B にわけられる。このことを考慮して (17-1) 式を分割すると

$$\begin{Bmatrix} f_A \\ f_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_A & K_{AB} \\ K_{BA} & K_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} \quad (17-2)$$

ところで内節点には外力が加わらないとするから $f_A = 0$ であるので、(17-2) 式は

$$0 = K_A d_A + K_{AB} d_B \quad (18-1)$$

$$f_B = K_{BA} d_A + K_B d_B \quad (18-2)$$

(18-1) 式より

$$d_A = -K_A^{-1} K_{AB} d_B = C d_B, \quad C = -K_A^{-1} K_{AB} \quad (19)$$

(19) 式を (18-2) 式に代入して

$$f_B = (K_B - K_{BA} K_A^{-1} K_{AB}) d_B = S d_B \quad (20)$$

ここで C および S の物理的意味を考えてみると、 S の i 列の各項は外節点の変位 $d_B = \{d_B^1, d_B^2, \dots, d_B^j, \dots, d_B^n\}^T$ において

$$d_B^j = \begin{cases} 0 & (j \neq i) \\ 1 & (j = i) \end{cases} \quad (21)$$

としたときに外節点に生ずる力をあらわすから結局 S はこの構造単位の剛性マトリックス K_u である。ゆえに

$$K_u = S = K_B - K_{BA} K_A^{-1} K_{AB} \quad (22)$$

一方、 C の i 列の各項は外節点に (21) 式のような変位を与えたときの内節点の変位をあらわすから、これは内節点の変位におよぼす外節点の変位の影響をあらわすマトリックスといえる。これを“影響マトリックス”と名付ける。このように内節点の変位が外節点の変位によつて“一義的”にあらわされるのである。

構造単位の剛性マトリックス K_u を、いろいろな構造単位についてもとめておき、これをくみあわせて構造全体の問題をといて外節点の変位が計算されると、影響マトリックス C をもちいて内節点の変位が計算できるから応力・歪を計算するのは容易である。

船舶・航空機・車両・土木建築などの構造を細かに観察すると同一形状の部分がかかなりあるので、これを構造単位として K_u および C マトリックスをもとめて計算機の外部記憶装置に格納しておけば、同一の形状の部分については計算を省略できるはずである。またこの方法を採用すれば最終的にかねばならない連立一次方程式場元数を大幅に減らすことができるので、Gauss-Seidel 法をもちいて多数の荷重条件について解析をおこなうの合の経済性を改善できるものとおもわれる。

構造単位をもちいた例として第3図に示すような引張り荷重を受ける2列に並んだ12個の円孔を有する帯板内の応力分布を計算してみた。例によつて対称性から全体の1/4を計算すればよいのであるが、応力集中をしらべるためにはかなり小さな要素に分割せねばならず通常の手法では数値計算がかかなり大規模になってしまう。そこで本方法を採用することにして、全体の1/4を第4図のように12個の構造単位に、また各構造単位は第5図のように要素数130、節点数82(内節点59, 外節点23)に分割した。このような構造単位をもちいると170の節点、12の構造単位で計算できるが、同じ要素分割で通常の方法で計算すると878の節点、1,560の要素を扱わねばならず、計算時間が長くなるのはもちろんのこと、入力データーの作製にもかなりの労力を必要とする。本計算例の場合東大計算センターのHITAC 5020 E をもちいて85秒という計算時間は、従来の方法で250

第3図 等分布引張り荷重をうける2列円孔付帯板

第4図 12の構造単位の配置 (黒点は外節点をしめす)

第 5 図 構造単位の詳細

第 6 図 各断面の σ_x 分布

節点・430 要素の平面応力問題が 2 分程の計算時間を必要とするのにくらべて、いかに短いものであるかがわかる。

第 6 図はその計算結果の一部で、いろいろな断面における σ_x の分布をしめしている。

4 結 論

前報にひきつづきマトリックス法による有限変位を考慮した構造解析法について研究し、また複雑な構造物を解析するときの一手法を考案し、その実用性を確認した。

5 参 考 文 献

- (1) 吉識雅夫・川井忠彦・吉村信敏, “マトリックス法による船体構造解析に関する研究 (I)”, 造船協会論文集 120 号 (1966) p. 127~p. 134
- (2) 吉識雅夫・川井忠彦・吉村信敏, “マトリックス法による船体構造解析に関する研究 (II)”, 造船協会論文集 121 号 (1967) p. 150~p. 156
- (3) 川井忠彦・吉村信敏, “有限要素法による連続体の固有振動数の解析”, 日本機械学会創立 70 周年記念東京講演会前刷 (1967)
- (4) 山田嘉昭・桜井達美・吉村信敏, “塑性域における応力-ひずみマトリックスとその弾塑性問題への応

- 用”，第 18 回塑性加工連合講演会前刷（1967）
- （5）藤野勉・大坂憲司，“任意形式のツリ橋の静的構造解析法”，三菱重工技報，vol. 3, No. 6, p. 17～p. 23
 - （6）坪井善勝・大山宏，“MATRIX 法によるテンション構造の解析”，第 17 回応用力学連合講演会前刷（1967）
 - （7）I. C. Taig, “Automatic Stress Analysis using Substructures”, Proc. of the 1st International Congress on Matrix Methods in Structural Mechanics (1966), p. 255～p. 274
-