(昭和 43 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

水線および肋骨線形状と造波抵抗 (その2)

正員 乾 崇 夫*
正員 梶 谷 尚*

Influence of Designed Waterline and Frameline Forms on Wave-Making
Characteristics of Ships (The Second Report)

By Takao Inui, *Member*
Hisashi Kajitani, *Member*

Summary

This paper is the second report on the subject that the authors studied and reported at the Society in 1966. The previous paper deals with the tank experiments of three symmetrical models, UU-, VU- and VV-types, all of which are derived from a certain prescribed sectional area curve with block coefficient $C_B=0.55$. The present paper deals with the further symmetrical models, newly envisaged, UU- and $\wedge$ U-types, under the same configuration with block coefficient $C_B=0.52$.

The main object of this second report is to appraise the validity and usefulness of the slender ship theory which is to be applied to the preliminary stage of the hull form design procedure, i.e., the determination of the sectional area curve. The effectiveness of the so-called "Pienoid" method is also verified concerning the final stage of the determination of the detailed hull form characteristics such as the waterline- and frameline-forms.

In this connection, the authors prepared some mathematical tables to be applied to the slender ship theory¹⁾ calculation of the wave-making resistance.

著者らは2年前同じ表題のもとに細長船理論と流線追跡法とをつなぎ合わせるアプローチについて報告した²⁾。その後、同報告の趣旨に沿って、当時できなかった型の模型試験を実施したので、今回その結果を発表する。

細長船理論によると造波抵抗は端部の水線入角と横切面積曲線のみで決まる。それゆえ、この理論がそのまま通常の初期船型計画に適用できれば主要目の他、横切面積曲線の決定が容易になる。船型計画の手順は、このような第1段階に続いて、水線および肋骨線形状を選ぶ第2段階に進んでいくが、これには等価特異点分布をなかだちとした流線追跡法による決定が応用できる[†]。著者らは前報において、まず横切面積曲線を一定にしたのち、水線および肋骨線の形状をいろいろ変化させたシリーズのうち若干について抵抗性能の比較検討を行なった。今回は当時できなかった $\wedge$ U 型^{††} を採り上げることとし、その後ライナーやコンテナ船計画が変わりつつあることも考慮し、UU 型の基本型をも改めて検討することとした。なお今回、これに付随して細長船理論による造波抵抗計算用数表を作成したので付録に示した。

1 吹き出し分布と供試模型

横切面積曲線一定の条件下で肋骨線形状を船首から中央へ、種々変化させるとしても、各断面の形状は、その前後と密接な関連をもっている。すなわち前後方向に、なめらかな変化をもつ水線でなくてはならない。したが

* 東京大学工学部

† 等価特異点分布を介在させた流線追跡法は第1段階の計画にも応用できることはもちろんである。

†† 記号 $\wedge$ U は最初の記号が前半部船体の前部すなわち船首部の肋骨線形状を表わし、次の記号が船体中央部よりの肋骨線形状を表わしている。以下同じである。

Fig. 1 Typical Patterns of Source Distribution $m(\xi, \zeta)$

つて今回も前回と同様、等価吹き出し分布をまず考慮し、これから流線追跡法によって前後のつながりが自動的に満たされる船型を求め、横切面積曲線が一定となるようにした。

さて吹き出し分布の与え方であるが前報に示したごとく、いろいろのパターンが考えられる(図1)。図中、 K は keel line 付近の、 L は L.W.L. 付近の吹き出し分布を示し、船体前半部のみを図示してある。前回は、①の UU 型を標準として③と⑤、すなわち VV と VU の型について具体的に模型実験を行なった。今回は再び①を標準とし、これと④の ΛU 型との両船型間の比較を行なうことを主目的とした。前報で取った①、③、⑤は平底化の段階で、船体中央部での修正量がやや過大であつたので今回のシリーズと C_B 、 C_P の値が一致しないが⑤の VU-121 も再掲して抵抗性能の比較をも併せて行なうこととした。

最近のライナーやコンテナ船は幅が広く、 C_B もかなり小さめになりつつあるので、計画速力は $F_n=0.289$ とし、 C_B は 0.52 程度とした。船型は前後対称とし、なるべく実用船型に近い形状が得られるよう、吹き出し分布面および底面の鉛直 2 重吹き出し分布を考慮した。すなわち、船体にふくらみを与える side source の分布面 $\eta(\xi, \zeta)$ は

$$\eta(\xi, \zeta) = \pm 0.12(1-\xi^2)^2, \quad (1)$$

$$\begin{cases} -1 \leq \xi \leq 1 \\ 0 \leq \zeta \leq 0.07 \end{cases}$$

とし、船型を平底にする vertical doublet の分布面 $\eta_B(\xi, \zeta)$ は

$$\eta_B(\xi, \zeta) = 0.10 - 0.3125\xi^2 + 0.24414\xi^4, \quad (2)$$

$$\begin{cases} -0.8 \leq \xi \leq 0.8 \\ \zeta = 0.07 \end{cases}$$

とし、Weinblum の呼称によるいわゆる Pienoid を考える。

つぎに吹き出し密度であるが①の基本型については、前回のものと同様各 η 面上に、Lamb の吹き出し記号で

$$m(\xi, \zeta) = \frac{1.398240\xi - 0.710861\xi^2 - 2.49415\xi^3 + 2.042789\xi^4}{\sqrt{1+\eta_\xi^2+\eta_\zeta^2}}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} -1 \leq \xi \leq 1 \\ 0 \leq \zeta \leq 0.07 \end{cases}$$

また平底のための 2 重吹き出し密度はやや煩雑ではあるが

$$B(\xi, \eta) = \eta \times (54.77763\xi - 870.3013\xi^2 + 4491.1193\xi^3 - 8659.158\xi^4 + 5611.327\xi^5) \\ + \eta^2 \times (-1286.416\xi + 18725.68\xi^2 - 81313.19\xi^3 + 108085.6\xi^4 - 37559.58\xi^5) \\ + \eta^3 \times (8796.832\xi - 124492.9\xi^2 + 539356.37\xi^3 - 845014.3\xi^4 + 826957.9\xi^5), \quad (4)$$

$$\begin{cases} -0.8 \leq \xi \leq 0.8 \\ |\eta| \leq \eta_B \end{cases}$$

をおいた。(3)式から各横切面での吹き出し総量 $M(\xi)$ を求めると、

$$M(\xi) = 2 \int_0^t m(\xi) d\zeta = 2t \cdot m(\xi) = 0.14 m(\xi), \quad (5)$$

となる。また復原性検定のため、近似水線面積に相当する次の量 L (水線面における吹き出しの midship に対する 1 次モーメント) を求めると、

$$L=2\int_0^1 m(\xi, \zeta) \xi d\xi = 2 \times 0.13 = 0.26 \quad (6)$$

となる。このようにして標準型の吹き出し分布を決定し、これによる船型を M-2 と呼ぶこととした。

つぎに④のパターンに対応する吹き出し分布を決定する。これまでの数多くの流線追跡結果から各断面における吹き出し総量が同じであれば、得られる船型の横切面積曲線も、ほとんど差を生じないことがわかつており、したがって各断面における吹き出し総量を同じに保つて肋骨線を変えることとした。まず非分離型の吹き出し分布関数

$$m(\xi, \zeta) = \sum_{i=1}^n a_i \xi^i + \zeta \sum_{i=1}^n b_i \xi^i + \zeta^2 \sum_{i=1}^n C_i \xi^i + \dots, \quad (7)$$

において、最初の2項のみをとることとし

$$m(\xi, \zeta) = \sum_{i=1}^4 a_i \xi^i + \zeta \sum_{i=1}^4 b_i \xi^i, \quad (8)$$

と書き改める。これに標準船型 M-2 の吹き出し総量の条件 (5) 式をあてはめると

$$M(\xi) = 2t \sum_{i=1}^4 a_i \xi^i + t^2 \sum_{i=1}^4 b_i \xi^i = 2t \cdot m(\xi)$$

これを整理すると

$$m(\xi) = \sum_{i=1}^4 a_i \xi^i + \frac{t}{2} \sum_{i=1}^4 b_i \xi^i \quad (9)$$

となる。これは④に対応する新しい吹き出しの $\zeta=t/2$ における値が M-2 の $m(\xi)$ に等しいことを意味している。さて (9) 式両辺の ξ の同次数の項を比較すると a_i, b_i 計8コの未知量に対し4コの関係式が成立つ。そこで今回は (6) 式の副条件も含め、まず AU 型の水線面における吹き出し分布すなわち a_1, a_2, a_3, a_4 を合理的な形状に選ぶこととした。その結果残りの b_i は (9) 式より決めうることが判明する。水線面の形状とくに船首部付近は重要な意味をもつと思われるので慎重に過去の資料、経験をもとに以下に示す4点での吹き出し強さを決め、これから a_i を続いて b_i を決定した、その結果④に対応する吹き出し密度関数は (10) 式のように決定した。(ただし分布面傾斜の項を省略する。)

$$m(\xi, \zeta) = 2.696221 \xi - 5.416116 \xi^2 + 3.923025 \xi^3 - 1.195898 \xi^4 \\ + \zeta (-37.085167 \xi + 134.435849 \xi^2 - 183.3478 \xi^3)$$

ξ	$m(\xi, 0)$
1.0	0.007
0.8	0.210
0.6	0.360
0.4	0.430

Fig. 2 Curves of Source Distribution, L.W.L. and Sectional Area (M-5, M-2, VU-121)

Fig. 3 Stream Line of 3 Models

$$+92.533914 \xi^4),$$

(10)

なお平底のための2重吹き出しは標準船型と同じ密度関数を使っている。この船型を M-5 と呼ぶことにする。

図 2a は両船型および VU-121 に関する side source, また図 3 は流線追跡結果をそのまま長さ2の無次元量で示したものである。図中○印その他が Runge-Kutta 法で数値解を求めた実際の点でこれらを長さ方向に結ぶと流線がえられる。このように M-2 を標準とし船首における肋骨線形状が吹き出しのパターンに応じて特徴づけられているのと、底面の vertical doublet によって、ほぼ平底の船型がえられているのが注目される。しかし、これらをそのまま模型船とするには問題があるので、供試船型の喫水比 $= T/l = 2 T/L$ を 0.105 と定め、それより下にはみ出ている各断面の微小面積をベースラインより上のビルジ部に移し、図 4 に示す供試模型用の正面

Fig. 4 Body Plan of 3 Models

Fig. 5 C_T Curves and Mean Sinkage (M-5, M-2, VU-121)

これに対応する理論値としては、細長船理論および流線追跡法の両方から算出することができる。とくに細長船理論では付録の数表を用いて3船型に関する C_W の計算を行なった。また従来からの等価特異点分布による計算結果も図 6 に示し、実験値と対比させてみた。詳細検討は別として大要次のことがいえる。

(1) 細長船理論および流線追跡法を用いた理論値のいずれにおいても大小関係は $F_n=0.30$ 以下で実験結

果を求めた。ただ VU-121 のみは旧シリーズのもので、これのみは $T/l=0.100$ となっており、やや浅喫水となつている。表 1 はこれら3船型の主要目、また図 2b, 2c は L.W.L. および横切面積曲線を比較したものである。

2 実験および解析

上記 M-2, M-5 について 2.5m 模型による抵抗試験、船側波形、波紋観測を行なった。抵抗試験は sinkage のみを許しトリムを許さない水平ガイドを用いて行ない、また乱流促進用の stud を s. s. no. 9 $\frac{1}{2}$ に 10mm 間隔で植え、高さは田古里の方法で推定し約 1.5mm とした。このようにして得た抵抗試験結果を係数の形で、また平均沈下量とともに図 5 に示す。同図には VU-121 の結果も比較のためのせておいた。粘性抵抗の成分をきめるには形状因子の決定が重要な問題となる。前回の報告をもあわせ参照すると、横切面積曲線が一定でも肋骨線の傾向がちがうと形状因子は予想外に大きく変わるらしいことが改めて認められた。よつて表 1 に示す形状因子 K を用いて解析し、図 6 の造波抵抗係数曲線を求めた。

Fig. 6 Comparison between Measured and Calculated Wave-Making Resistance (M-5, M-2, VU-121)

果と同じ順序である。

(2) ただし $F_n=0.30$ 以上の高速になると実測値の大小関係は低速域と逆転するのに対し、流線跡追法による結果はフルード数のズレはあるにせよ、同じ傾向に出てくる。一方細長船理論では横切面積曲線が共通であるため、造波抵抗の大小関係は端部の影響のみとなり、全速度領域にわたって大小関係が変わらない。

(3) 細長船理論を今回のごとき複雑船型に適用すると常用の速力範囲で負の造波抵抗を与える場合がある。この点について著者らは当初、計算結果に誤りがあるのではないかと疑ってみた。そして造波抵抗を成分に還元して詳細に検討した結果図7に示す結果が得られた。造波抵抗の値が負になる原因として、細長船理論が振幅関数の2乗の積分という原型から出発しながら、その途中の段階で2乗形式の成分各項について第1近似解がそれぞれ別々に求められているが、このような結論が得られても決しておかしくはないと考えられる。物理的には $-C_{W4+5}$ (定義については付録参照) が過大な評価となつてゐる。なお単純船型的高速域においても負の C_W の問題が生ずることが、鄭工学修士によつて検討されている³⁾。

(4) 結論的にいえば $F_n=0.30$ 以下において M-2 の標準型を中心に AU 型のバルブ的船型がもつとも良好で、VU 型が C_B の差はあるにせよ、標準船型よりも劣ると考えられる。

つぎにこれら抵抗試験による結論が波形の比較からいえるかどうかを調べてみた。図8は船側波形、図9は波紋の比較である。両図より M-5 が $F_n \leq 0.32$ において最も少ない造

Fig. 8 Comparison of Wave Profiles (M-5, M-2, VU-121)

Table. 1 Particulars of Tested Models ($L=2.5$ m)

Model	M-5	M-2	VU-121
L_{pp} m	2.5	2.5	2.5
B m	0.4018	0.3988	0.4016
T m	0.1313	0.1313	0.1250
∇ m ³	0.06705	0.06799	0.06880
S m ²	1.0705	1.0536	1.0710
L/B	6.23	6.28	6.22
L/T	19.05	19.05	20.00
B/T	3.06	3.03	3.214
C_B	0.510	0.519	0.550
C_P	0.549	0.550	0.581
C_M	0.931	0.947	0.950
$\nabla/(L/10)^3$	4.291	4.351	4.403
$S/(L/10)^2$	17.12	16.75	17.14
$A_W/(L/10)^2$	8.82	9.28	9.66
$I_W/(L/10)^4$	4.444	4.524	5.12
K (Hughes)	0.24	0.30	0.34

Fig. 7 C_W Component by Slender Ship Theory

波抵抗を与えることが明瞭である。かくして M-5 が実用船型の前半部としてかなり有効であることが予想されるので、現在同類の commercial ship との比較を行なっている。

以上続報を発表するに当つて、当時学生であつた坪井東一郎、卓種継の両工学士には実験の解析について、また付録の計算数表については山口真裕工学修士の尽力によるところ大である。ここに付記して感謝の意を表する。なお計算には東京大学大型計算機センターを利用させていただいた。関係各位にお礼申し上げる。

Fig. 9a Wave Patterns at $F_n=0.267$ (M-5, M-2, VU-121)

Fig. 9b Wave Patterns at $F_n=0.316$ (M-5, M-2, VU-121)

引用文献

- 1) 丸尾 孟：造船学会論文集 112 号 (1962)
- 2) 乾崇夫他：造船学会論文集 120 号 (1966)
- 3) 鄭 正桓：細長船理論の検討，横浜国立大学修士論文 (1968)

付 録

細長船理論による造波抵抗計算用表について

A 公 式

$$\begin{aligned}
 C_W &= \frac{R_W}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} \\
 &= -\frac{1}{4\pi} \int_{C(1)} m(1, \eta', \zeta') ds' \int_{C(1)} m(1, \eta, \zeta) \ln \left[\frac{r}{4} r_0 (\zeta' + \zeta^2 + \eta' - \eta^2)^{1/2} \right] ds \\
 &\quad - \frac{1}{4\pi} \int_{C(-1)} m(-1, \eta', \zeta') ds' \int_{C(-1)} m(-1, \eta, \zeta) \ln \left[\frac{r}{4} r_0 (\zeta' + \zeta^2 + \eta' - \eta^2)^{1/2} \right] ds \\
 &\quad + \frac{M(1)M(-1)}{2} Y_0(2r_0) + \frac{M(1)}{2} \int_{-1}^1 M'(\xi) Y_0(r_0(1-\xi)) d\xi \\
 &\quad - \frac{M(-1)}{2} \int_{-1}^1 M'(\xi) Y_0(r_0(1+\xi)) d\xi - \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 M'(\xi') M'(\xi) Y_0(r_0\xi' - \xi) d\xi \\
 &= C_{W1+2} + C_{W3} + C_{W4+5} + C_{W6}
 \end{aligned}$$

ここに $m(\xi, \eta, \zeta)/(1+\eta^2 p_\xi^2 + \eta^2 p_\eta^2)^{1/2}$ は Lamb の定義による吹き出し密度

$$\eta_p \left(\eta_{p\xi} = \frac{\partial \eta_p}{\partial \xi}, \quad \eta_{p\zeta} = \frac{\partial \eta_p}{\partial \zeta} \right) \quad \text{同上の分布面}$$

$$M(\xi) = \int_{C(\xi)} m(\xi, \eta, \zeta) ds \quad \xi \text{ 断面の吹き出し総量}$$

$$r_0 = K_0 L / 2 = 1 / (2 F_n^2)$$

$$I_n r = 0.57721 \dots$$

B 計 算 範 囲

端部の吹き出し $m(\pm 1, \eta, \zeta)$ ，および途中の吹き出し総量 $M(\xi)$ が下記の多項式で表わされる前後対称の船型について計算できる表とし，計算の速度点は $F_n = 0.20 \sim 0.41$ 間 $K_0 L = 6, 7, 8 \cdots 25$ とする。

$$\begin{aligned}
 m(\pm 1, \eta, \zeta) &= \pm (b_0 + b_1 \zeta + b_2 \zeta^2) \quad \begin{cases} 0 \leq \zeta \leq t_0 \\ t_0 = 2 T/L \\ -1 \leq \xi \leq 1 \end{cases} \\
 M(\xi) &= a_1 \xi + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^3 + a_4 \xi^4 \quad \begin{cases} 0 \leq \zeta \leq t_0 \\ t_0 = 2 T/L \\ -1 \leq \xi \leq 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

C 造船抵抗成分 C_{W1+2} , C_{W3} , $\dots$ の計算

$$(1) \quad C_{W1+2} = -\frac{1}{4\pi} (L_1 + L_2)$$

$$L_1 = L_2 = 4 \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \alpha_{ij} \times b_i \cdot b_j$$

$$\alpha_{00} = t_0^2 / 2 \cdot$$

$$\left\{ 2 \ln t_0 + 2 \ln \frac{r r_0}{4} + 4 \ln 2 - 3 \right\}$$

$$\alpha_{11} = t_0^4 / 16 \cdot \left\{ 4 \ln t_0 + 4 \ln \frac{r r_0}{4} + 1 \right\}$$

$$\alpha_{22} = t_0^6 / 9 \cdot \left\{ \ln \frac{r r_0}{4} + \ln 2 - 1 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{01} = \alpha_{10} &= \frac{t_0^3}{12} \left\{ 6 \ln t_0 + 6 \ln \frac{r r_0}{4} \right. \\
 &\quad \left. + 8 \ln 2 - 5 \right\}
 \end{aligned}$$

App. T1 Table of Y_0

$\frac{K_0 L}{(F_n)}$	$Y_0(K_0 L)$	$\frac{K_0 L}{(F_n)}$	$Y_0(K_0 L)$
6.0 (.4083)	-.2881 9468 40	16.0 (.2500)	.0958 1099 71
7.0 (.3780)	-.0259 4974 40	17.0 (.2425)	-.0926 3719 84
8.0 (.3536)	.2235 2148 94	18.0 (.2357)	-.1875 5215 96
9.0 (.3333)	.2499 3669 83	19.0 (.2294)	-.1095 1969 14
10.0 (.3162)	.0556 7116 73	20.0 (.2236)	.0626 4059 69
11.0 (.3015)	-.1688 4732 39	21.0 (.2182)	.1702 0175 86
12.0 (.2887)	-.2252 3731 26	22.0 (.2132)	.1198 8759 76
13.0 (.2774)	-.0782 0786 45	23.0 (.2085)	-.0359 8179 21
14.0 (.2673)	.1271 9256 86	24.0 (.2041)	-.1528 3403 42
15.0 (.2582)	.2054 6429 60	25.0 (.2000)	-.1272 4943 38

$$\alpha_{02} = \alpha_{20} = -\frac{t_0^4}{6} \left\{ 2 \ln t_0 + 2 \ln \frac{\gamma r_0}{4} + 4 \ln 2 - \frac{29}{12} \right\}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = -\frac{t_0^5}{60} \left\{ 10 \ln t_0 + 10 \ln \frac{\gamma r_0}{4} + 8 \ln 2 - \frac{7}{3} \right\}$$

$$(2) \quad C_{W3} = M(1) \cdot M(-1)/2 \cdot Y_0(2\gamma_0)$$

$$Y_0(2\gamma_0) = Y_0(K_0 L) \quad \text{は App. T1 参照}$$

$$(3) \quad C_{W4+5} = (M(1)L_4 - M(-1) \cdot L_5)/2$$

$$L_4 = \int_{-1}^1 M'(\xi) Y_0(\gamma_0 |1 - \xi|) d\xi = \sum_{i=1}^4 a_i I_i$$

$$L_5 = \int_{-1}^1 M'(\xi) Y_0(\gamma_0 |1 + \xi|) d\xi = \sum_{i=1}^4 a_i \cdot I_i$$

I_i は App. T2 参照

App. T2 Table of I_i

$K_0 L$	I_1	I_2	I_3	I_4
6	-4.19835×10^{-2}	-46.02060×10^{-2}	-72.84991×10^{-2}	-92.11948×10^{-2}
7	-8.39356	-36.11481	-55.57749	-70.46825
8	-4.56744	-16.05452	-28.33710	-39.64601
9	1.69462	2.06058	-6.62447	-17.11010
10	4.82581	9.32516	-0.04444	-12.29057
11	3.22627	5.45436	-6.61736	-21.07586
12	-0.63853	-2.79568	-16.22667	-30.92234
13	-3.12276	-7.80626	-19.29795	-31.36327
14	-2.49693	-6.61900	-13.57579	-21.37956
15	0.09944	-1.91943	-4.30599	-8.54852
16	2.14226	1.39295	1.25628	-1.77366
17	2.02398	0.63057	-0.06821	-4.07727
18	0.20509	-2.86658	-5.49731	-11.04795
19	-1.50987	-5.51223	-9.43990	-15.39392
20	-1.68216	-4.83839	-8.43989	-13.17585
21	-0.38589	-1.45887	-3.68550	-6.50786
22	1.07035	1.79412	0.62221	-0.99186
23	1.41673	2.47991	1.16656	-0.62382
24	0.49421	0.52230	-1.81707	-4.65306
25	-0.74886	-2.01922	-5.16547	-8.76063

$$(4) \quad C_{W6} = -\frac{1}{4} L_6$$

$$L_6 = \int_{-1}^1 M'(\xi') d\xi' \int_{-1}^1 M'(\xi) Y_0(\gamma_0 |\xi' - \xi|) d\xi$$

$$= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 a_i a_j I_{ij}$$

I_{ij} は App. T3 参照

App. T3 Table of I_{ij}

$K_0 L$	$-I_{11}$	$-I_{12}$	$-I_{13}$	$-I_{14}$	$-I_{22}$	$-I_{23}$	$-I_{24}$	$-I_{33}$	$-I_{34}$	$-I_{44}$
	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$
6	7.60581	19.53340	24.37585	26.38659	76.79383	101.76550	113.91920	138.76871	158.45707	183.60514
7	9.37748	26.23657	33.10757	36.02891	80.05268	101.86882	111.44220	132.88964	148.24188	168.03424
8	10.42145	26.32152	32.17427	34.22665	68.25589	83.12831	88.23318	104.41874	113.79516	126.89633
9	8.78152	20.16885	23.72228	24.45608	46.98286	54.69960	55.99769	67.11089	72.05241	80.66558
10	5.71097	12.11748	13.94354	14.10517	26.05222	29.43301	29.40648	37.25693	41.23755	49.44186
11	3.20984	6.33307	7.90429	8.61639	12.71736	15.49914	16.74191	23.52354	29.64807	40.69238
12	2.28429	4.30466	6.77876	8.66953	8.30019	12.93411	16.64325	23.71511	32.92808	47.32561
13	2.57655	4.83035	8.35847	11.20141	9.25405	15.92576	21.49876	28.88796	39.77154	55.35405
14	3.06359	5.69820	9.55828	12.55556	10.81222	18.02337	23.83125	30.61878	40.69485	54.36752
15	2.98972	5.47532	8.74759	11.14296	10.26499	16.28032	20.91570	26.09827	33.57391	43.40734
16	2.31916	4.20286	6.41718	7.96284	7.89386	11.94998	15.05570	18.25762	23.01083	29.25105
17	1.53481	2.85056	4.18137	5.17110	5.61644	8.17471	10.39446	12.02155	15.31418	19.81231
18	1.11401	2.26710	3.25129	4.18447	4.91077	7.02238	9.29007	10.15830	13.50305	18.20883
19	1.15299	2.52038	3.60537	4.79026	5.68271	8.11642	10.91256	11.71631	15.82651	21.52811
20	1.38141	3.01352	4.29141	5.67858	6.65672	9.45663	12.56128	13.56679	18.09429	24.22016
21	1.45883	3.09768	4.36815	5.68304	6.62187	9.30826	12.12463	13.23017	17.31396	22.72828
22	1.25834	2.59505	3.62913	4.64273	5.38039	7.49426	9.59019	10.60654	13.67224	17.70112
23	0.91909	1.84381	2.60084	3.30717	3.70281	5.22333	6.64418	7.52959	9.70258	12.59800
24	0.67603	1.32753	1.96678	2.55084	2.62654	3.87545	5.03509	5.91913	7.81722	10.42087
25	0.64777	1.26284	1.98310	2.64415	2.48213	3.88763	5.19765	6.22963	8.40955	11.41817