(昭和 43 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

波形解析による造波抵抗の算定 (続報)

正員 池 畑 光 尚*
正員 野 沢 和 男**

Determination of Wave-Making Resistance of a Ship by the Method of Wave Analysis
(2nd Report)

by Mitsuhsa Ikehata, *Member*
Kazuo Nozawa, *Member*

Summary

In the previous report¹⁾ the authors discussed a few problems involved in the Newman-Sharma's method, a method of wave analysis, and exhibited some examples of application of this method. The examples of application which are reported in the previous paper and the present paper are likely to show effectiveness of this method. The real wave-making characteristics of a ship are obtained by calculating the spectrum and the amplitude functions of free wave from the measured wave profiles. The authors study here the problem of determination of the equivalent source distribution from the amplitude function of free wave.

緒 言

船の造る波を測定して、そのデータから造波抵抗を算定する波形解析の理論は最近急速に発展し、いくつかの独特な解析法がすでに提案されている。著者等は、前報¹⁾において、これらの方法のうちから Newman-Sharma の方法^{前報^{2),3)}}をとりあげて若干の考察を行なった上、この方法を試験水槽にて実測した模型船の波に適用してその結果について報告した。この方法は船の進行方向に平行な縦調査面内の波形記録を用いるため、波高の測定は比較的容易であるばかりか、その解析法も他の方法にくらべて簡単のように思われる。さらに造波抵抗以外の造波に関する情報も得られるので応用範囲の広い方法である。

この論文では、前報に続いてその後の造波抵抗算定結果を報告して Newman-Sharma の方法の有効性を示すとともに、この方法の広い応用面を生かして、スペクトラムおよび振幅関数による解析を行ない、さらにその振幅関数を用いて波と等価次出分布との対応を解明し、船の造波特性を知るための手がかりをつかむことを試みた。

1 造波抵抗算定例

前報にて示した Newman-Sharma の方法の応用例の結果は必ずしも良好なものとはいえない。とくに、同一の船について船から調査面までの距離を変えて求めた造波抵抗の曲線がかなりの相違を示していることは注意すべきである。これは、理論上の原因もいろいろ考えられるが、波高計測の測定精度の不足が主として効いているように思われる。したがって、実験の精度を上げることが必要と思われる。これまで使用してきた電気抵抗式波高計とストレーン・アンプとを組合せる方法を踏襲したが、波高計に若干改良を試みた。波高計として要求されることは、できるだけ小型で攪乱が少ないこと、安定で感度がよく直線性がよいこと等である。そこで第 1 図に示すような形状のものを試作使用してみたところ、水面変動量が約 $\pm 40\text{mm}$ 以下では良好な感度と直線性を確保できた。図にみる

第 1 図 波 高 計

* 横浜国立大学工学部

** 川崎重工業株式会社

とおり、極棒間隔が下方ほど広がっているため、水面付近の間隔が約 6~7mm 位になるので、波長の短い成分波を落すおそれがある。しかし、船と平行に二本の棒が並ぶように配置すれば、波長の短い素成波ほど調査面へ角度をもつて入射してくるので、この波高計でも十分広い範囲の素成波成分も洩らさずに測定できるものと思う。ストレーン・アンプには横河電気製 EM-C11 を用いたが、このように小型廉価なものであつても安定であれば十分である。

前報にてすでに応用例として採りあげた WM-3 という深喫水の模型船について、再度波高記録をとり造波抵抗を算定してみた。算定法は前報に述べたところであるからここでは重複をさける。計算結果を第2図に示す。

第2図 WM-3 造波抵抗係数

図中には前回に報告した算定結果も参考のため記入してある。今回の結果では、二つの調査面における算定結果はよく一致しているが、 $F_n < 0.30$ で両者が低速ほど離れてくるのが奇異に感じられる。これは、波高が小さいために相対的に側壁における粘性の影響が大きく効いているのかと考えられるが、あまりよくわからない。一方、船から遠い方の調査面P①の結果が前報の結果とよく合っていることは、船から相当離れた位置に調査面をえらべば、いつもほぼ同じ結果が得られることを暗示しているともみることができる。

さらに、幅の広い ($B/L=0.2$) 模型船 WM-4 についてこの方法を適用してみた。調査面は前例と同じ位置にとつた。模型船の概要は第3図に示し、造波抵抗曲線は第4図に示す。フルード数が約 0.3 以下の範囲では、二つの調査面の結果はほとんど一致しているし、また波形解析の結果と抵抗試験の結果とも傾向的によく似てい

第3図 模型船 WM-4

る。前報に述べたところによると、船に近い調査面P②の結果は、約 0.35 以上のフルード数においては誤差が急増するので、精度が劣ることは明白である。しかし、遠い調査面P①の結果はほぼこのままの形で信頼してもよいと思う。この模型船は幅が広いので、船尾における剥離も見られ、造波も相当伴流の影響を蒙っていると考えられる。しかし、この場合でも第4図の結果をみると、波形解析の結果も一つの曲線を与えることができるので、粘性の影響も含んだ造波抵抗が波形解析によつて算定できると考えられるのではない

第4図 WM-4 造波抵抗係数

だろうか。

従来，造波抵抗として全抵抗から抽出されていたものは，厳密な根拠があるものとはいえない。それならば，波形解析によつて得られる値をもつて造波抵抗を定義しても何らさしつかえないばかりか，現在の理論ではもつとも合理的な定義であると考えるのは著者等のひいき目であろうか。この意味で，上記の二例について波形解析から得られた C_w を全抵抗係数 C_T から差引いて，残りを粘性抵抗係数 C_v として Hughes の方法で形状影響係数 K を求めたものが第5図である。この図によると，WM-3 については $0.2 < F_n < 0.35$ の範囲では形状影

第5図 形状影響係数

響係数がほとんど一定とみなせる。この結果から考えて，この程度の薄い船では波と粘性との相互干渉が少ないため形状影響係数はフルード数にはほぼ無関係であるといえるのではないか。なお，点線は通常の方法で決めた低速域における K 値と波形解析による値とを単に結んだだけの仮想線である。一方 WM-4 の結果はフルード数によつて相当変動している。これは粘性と波との相互干渉部分が大いことを示しているものと思う。このように幅の広い船型では形状影響係数のフルード数による変化は無視できない。

2 振幅関数とスペクトラム^{2), 3), 4)}

船の造波抵抗 R_w がつぎのように与えられることは，線型造波抵抗理論によつてよく知られている。すなわち

$$R_W = \frac{\rho K_0^2}{\pi} \int_0^{\pi/2} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (1)$$

ただし

$$P(\theta) + iQ(\theta) = \int_S m(\xi, \eta, \zeta) \exp[K_0 \sec^2 \theta \{\zeta + i(\zeta \cos \theta + \eta \sin \theta)\}] dS \quad (2)$$

各記号および座標軸のとり方は前報に同じである。

この $P(\theta) + iQ(\theta)$ は振幅関数と呼ばれることがある。すなわち、船の造つた波が十分船から後方に離れたところで

$$\zeta(x, y) \simeq \frac{K_0}{\pi V} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [P(\theta) \cos \{K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)\} + Q(\theta) \sin \{K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)\}] \sec^3 \theta d\theta \quad (3)$$

のように表わされるため、 $P(\theta)$ および $Q(\theta)$ が丁度各 θ 方向における成分波の振幅に比例していると思われるからである。一方、(1) 式の被積分関数はこの各 θ 方向における素成波の振幅の自乗に重率 $\cos^3 \theta$ を乗じたものであるが、これは丁度波によつて進行方向に伝播されるエネルギーのスペクトラムに相当している。したがつて、このスペクトラムを実際の波から算定すれば各素成波に関する造波抵抗の分布がわかるので、船の造波特性を直接把えることができ大変便利である。このような解析法を初めて実行したのは Sharma である^{2)前報³⁾}。実際に彼の算定した自由波スペクトラムは、(1) 式の被積分関数ではなく多少形は異つている。ここでは直接 (1) 式で R_W に結びついている $|P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta$ をとつて、模型船 WM-3 の測定波高から計算してみた。その結果を第6図に示す。このスペクトラムは座標原点を同一水平面内の何処にとつても不変であることは

第6図 スペクトラム

いうまでもない。なお、調査面と船との距離に対しても理論的には不変であるが、実際には相違してくる。一方このスペクトラムだけでは素成波の位相に関する情報は何ら得られないので、波高と位相の両者を含んだものとしては振幅関数そのものを調べる方がよい。そこで第6図に対する振幅関数を第7図に示す。最近の文献⁸⁾にはこのような表現も若干見られるが、実例は今のところほとんどないといえる。振幅関数は座標の採り方で変るが本論文では前報と同様に、静止水面内の ∞ に原点を置き船首方向に x 軸の正の向きをとつた。以上の計算に使用した波と振幅関数との関係式は前報に示されているが、説明の都合上ここに記す。

第7図 振 幅 関 数

$K_0 y$ が十分大きいとき, $\theta > 0$ に対して

$$P(\theta) + iQ(\theta) = V \cos \theta \sin \theta \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \quad (4)$$

である。もちろん波高 $\zeta(x, y)$ は $-\infty < x < \infty$ に亘つて得ることは不可能なので, 造波抵抗計算に関連して前報で紹介したところの Newman の打切修正法^{前報2)} (前報 (33)式) を式 (4) の計算にも適用した。その結果, (4) 式は次のように変形できる。

$$P(\theta) + iQ(\theta) = V \cos \theta \sin \theta \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \left[\int_{-M}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx + \zeta_0 e^{-i\frac{\pi}{2}} \int_{\sqrt{M}}^{\infty} e^{-iK_0(\sec \theta + 1)t^2} dt + \zeta_0 e^{i\frac{\pi}{2}} \int_{\sqrt{M}}^{\infty} e^{-iK_0(\sec \theta - 1)t^2} dt \right] \quad (5)$$

(5) 式大括弧中の第2・第3の積分は打切修正を表わすものだが, Fresnel の積分に変換できるので関数表を用いて容易に計算できる。

まず第6図のスペクトラムをみると, どの方向へ進行する素成波が優勢であるかどうかということが直ちにわかる。おおむねどの速度についても θ の低いところにある第1の山が顕著である。しかし, この山の位置は速度によつて違い, 25° から 40° 位の範囲を移動している。本論文ではスペクトラムの算定例を示すに止つたが, さらに進んでスペクトラムを応用すれば, 系統模型船の造波特性を比較したりあるいはバルバス・パウの波消し効果を直接調べたりすることが可能になる。

つぎに, 第7図の振幅関数を調べてみる。もつとも大きな特徴は $P(\theta)$ と $Q(\theta)$ とが同程度に存在することである。しかも両者は互いに絡まり合つた変化をしているため, もし素成波の位相角を計算してみると非常に激しく変動することになる。この振幅関数は (5) 式によつて求められたものであるが, 他方 (2) 式の定義をみると等価吹出分布 $m(\xi, \eta, \zeta)$ 中の ξ に関する偶関数部から $P(\theta)$ が, 奇関数部から $Q(\theta)$ が生じることがわかる

ので、第7図の示すところによると、実際の等価吹出分布はほぼ同程度の偶関数部と奇関数部とから形成されていることになる。しばしば第一近似として用いられるところの自由表面を固定壁と仮定したときの等価吹出分布は、船型が前後対称なときには奇関数だけになる。WM-3 という模型船は前後対称であるから、このような第一近似の等価吹出分布は当然奇関数だけで表わされることになり、第7図から判明した偶関数部の存在と対照してみると、このような第一近似が実際の現象から相当離れた理論であることがわかる。参考のため、第一近似としてよく用いられる Michell の理論による振幅関数ならびにスペクトラムを第6, 7図中に示しておく。この理論の振幅関数は次式で与えられる。

$$P(\theta) = 0$$

$$Q(\theta) = \frac{0.8 V}{K_0 l \sec^3 \theta} (1 - e^{-K_0 l \sec^2 \theta}) \left\{ \frac{\sin(K_0 l \sec \theta)}{K_0 l \sec \theta} - \cos(K_0 l \sec \theta) \right\} \quad (6)$$

ただし WM-3 の水線形状は $\eta = 0.1 \{1 - (\xi/l)^2\}$.

3 等価吹出分布と波との関係

線形造波理論によると、船型を表わす特異点分布があらかじめ知られているならば、造り出される波がどのようなか計算できる。逆に造り出された波がわかっているときその源となつた等価特異点の分布を知ることはできないだろうか。そのような問題について考察してみる。

3.1 振幅関数と等価吹出分布

(2) 式において左辺の $P(Q) + iQ(\theta)$ が与えられれば、この式は $m(\xi, \eta, \zeta)$ に関する積分方程式である。しかるに前節で示したように実測の波高記録から $P(\theta) + iQ(\theta)$ は決定できる。したがつてこの積分方程式が一意的に解をもつならば等価吹出分布は波から決定できることになる。しかし、この等価吹出分布関数 $m(\xi, \eta, \zeta)$ は船体表面上で与えられているので、一変数関数である振幅関数から決定することは不可能である。しかも、平面的吹出分布に関しては波なし分布の存在も知られている⁵⁾ことを考えると、さらに唯一の解を求めることはむずかしいようである。しかし吹出分布の状態について適当な仮定を設けて解の形に束縛を加えてやれば、その条件下における等価吹出分布が求まりそうである。

まず、 $m(\xi, \eta, \zeta)$ が船体中心線面内に分布する

$$m_1(\xi) m_2(\zeta) V \quad (7)$$

のような分離形吹出分布で置換できると考える。(7) を (2) に代入すれば

$$\int_{-l}^l m_1(\xi) e^{i K_0 \xi \sec \theta} d\xi = \frac{P(\theta) + iQ(\theta)}{V \int_{-T}^0 m_2(\zeta) e^{K_0 \zeta \sec^2 \theta} d\zeta} \quad (8)$$

となる。この式の右辺は $m_2(\zeta)$ があらかじめ決められていれば計算できて θ のみの関数となる。そこで右辺を $g(\theta)$ 、未知関数を $f(\xi)$ とおくと、一般形として次のような方程式を得る。

$$\int_{-l}^l f(\xi) e^{i K_0 \xi \sec \theta} d\xi = g(\theta) \quad (9)$$

たとえば $m_2(\zeta)$ として1をとるのがもつとも簡単である。これは喫水方向に一樣に分布させた場合を考えていることになる。いずれにせよ、(9) の形の積分方程式を解けばよい。

つぎに、船型が非常に細長い型をしているときは、細長船の仮定⁶⁾にしたがつて、(2) 式において $\eta \rightarrow 0, \zeta \rightarrow -f$ (平均喫水) とすると、次のような式が得られる。

$$\int_{-l}^l M(\xi) e^{i K_0 \xi \sec \theta} d\xi = \{P(\theta) + iQ(\theta)\} / l V e^{-K_0 f \sec^2 \theta} \quad (10)$$

ただし

$$M(\xi) = \int_{C(\xi)} \frac{m(\xi, \eta, \zeta)}{V} \frac{dc}{l \cos \alpha} \quad (11)$$

dc は横断面における girth に沿つた線素、 α はその点における接平面が x 軸となす角、 $\int_{C(\xi)} dc$ は girth に沿つた積分を表わす。(10) 式も結局は (9) の形の積分方程式である。

以上二つの仮定から導かれた基礎式は、各横断面内における吹出分布の形をあらかじめ仮定しておいて長さ方向だけの分布を振幅関数から決めようとする考えから導かれている。通常の船型なら、(8) あるいは (10) のど

ちらかの式が適用できるものと考えられるので、(9)の形の積分方程式の解法を見出すことができれば等価吹出分布は求まることになる。しかし、一つの振幅関数に対しても、各横断面内の分布形の仮定を変えれば得られる解は異なってくることに注意する必要がある。

3.2 積分方程式の解法

(9)式の両辺に $e^{-iK_0 x \sec \theta}$ を乗じて θ に関して 0 から $\pi/2$ まで積分し、

$$\int_0^{\pi/2} e^{iK_0 x \sec \theta} \sec \theta d\theta = \frac{\pi}{2} \{-Y_0(K_0|x|) + iJ_0(K_0x)\} \quad (12)$$

のようなベッセル関数の公式を用いると

$$\int_{-l}^l f(\xi) [-Y_0(K_0|\xi-x|) + iJ_0\{K_0(\xi-x)\}] d\xi = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{-iK_0 x \sec \theta} \sec \theta d\theta \quad (13)$$

となる。実数部・虚数部に分けると次のような2つの積分方程式を得る。

$$-\int_{-l}^l f(\xi) Y_0(K_0|\xi-x|) d\xi = \frac{2}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{-iK_0 x \sec \theta} \sec \theta d\theta \quad (14)$$

$$\int_{-l}^l f(\xi) J_0\{K_0(\xi-x)\} d\xi = \frac{2}{\pi} \operatorname{Im} \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{-iK_0 x \sec \theta} \sec \theta d\theta \quad (15)$$

(14) も (15) も Mathieu 関数を用いて解くことができる。とくに (14) の形の方程式は極小造波抵抗船型の理論に現われるので、その解法もよく知られている^{7), 8), 9)}。

$$\xi = -l \cos \varphi, \quad x = -l \cos \psi \quad (16)$$

$$f(\xi) = \sigma(\varphi) / \sin \varphi \quad (17)$$

とおくと、(14) 式は

$$-\int_0^\pi \sigma(\varphi) Y_0(K_0 l |\cos \psi - \cos \varphi|) d\varphi = \frac{2}{\pi l} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{iK_0 l \cos \psi \sec \theta} \sec \theta d\theta \quad (18)$$

となる。McLachlan の定義¹⁰⁾に従つて、Mathieu 関数 $ce_n(\varphi, q)$ を用いると、次のような展開が可能であつて各係数は以下のごとくして決定できる。

$$\sigma(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n ce_n(\varphi, q) \quad (19)$$

ただし

$$q = (K_0 l)^2 / 4$$

(18) の右辺を

$$\frac{2}{\pi l} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{iK_0 l \cos \psi \sec \theta} \sec \theta d\theta = \sum_{n=0}^{\infty} b_n ce_n(\psi, q) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\psi \quad (20)$$

のように展開すると (18) 式は Mathieu 関数の級数として

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2\mu_n a_n ce_n(\psi, q) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n ce_n(\psi, q) \quad \text{or} \quad \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\psi \quad (21)$$

のように表わされる。したがつて a_n は

$$a_n = b_n / (2\mu_n) \quad (22)$$

で与えられる。ここで b_n は (18) の右辺を $ce_n(\psi, q)$ で展開したときの各係数であつて、 $\cos n\psi$ 展開したときの係数 C_n と、Mathieu 関数の展開係数 $A_r^{(n)}$ を用いて次のように関係づけられる。

$$\left. \begin{aligned} b_{2n} &= 2C_0 A_0^{(2n)} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{2m} A_{2m}^{(2n)} \\ b_{2n+1} &= \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m+1} A_{(2m+1)}^{(2n)} \end{aligned} \right\} (n=0, 1, 2, \dots) \quad (23)$$

また、 $2\mu_n$ は固有値であつて

$$\left. \begin{aligned} \mu_{2n} &= -\frac{\pi}{2} \left[\frac{A_0^{(2n)}}{ce_{2n}(\pi/2, q)} \right]^2 \frac{Fey_{2n}(0, q)}{ce_{2n}(0, q)} \\ \mu_{2n+1} &= -\frac{\pi}{2} \left[\frac{kA_1^{(2n+1)}}{ce'_{2n+1}(\pi/2, q)} \right]^2 \frac{Fey_{2n+1}(0, q)}{ce_{2n+1}(0, q)} \end{aligned} \right\} (n=0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

のように与えられる。ただし $k = \sqrt{q}$ 。

(22) 式の関係は吹出分布 (19) および擾乱関数 (20) 式のおおのの成分が固有値を倍率として結ばれてい

ることを示している。擾乱関数是一種の自由波を表わしている〔付録Ⅰ〕から、入力である吹出分布の各成分は波という形の出力においておのおの $2\mu_n$ の増幅度で増幅されて現われることを意味している。したがって固有値の小さい成分 (μ_0, μ_1 等低次の項が著しく小) はあまり波を起さないことになる。このことから考えて、極小造波抵抗を与える特異点分布がほとんど最低次の項で占められていること^{7), 9)} が理解できる。

q が微小のとき、すなわち $K_0 l$ が小さい高速のときには、Mathieu 関数の漸近的性質を使つて近似解を求めることができる〔付録Ⅱ〕。他方 (15) の積分方程式からも解が得られるが、その解法は付録Ⅲを参照されたい。同一の $g(\theta)$ に対して、(14) と (15) の解は一致するはずだから、逆にみればこの解は両方程式を同時に満足することを要求されている。任意の $g(\theta)$ に対して常にこのようなことが可能とは思えない。当然 $g(\theta)$ がある特定の形で表わされるときにだけ可能であろう。一般には同じ $g(\theta)$ に対して (14) と (15) との解を比較してみることは理論の実証からも有意義と思われる。

以上、等価吹出分布を求めるための解法の一つを論じたが、他に幾つもの解き方があると思われる。次にこの方法の数値計算結果⁴⁾ を調べて問題点を探つてみることにする。なお、付録Ⅳに別解の一例を示す。

3.3 適用例

あらかじめ解がわかっている例について調べてみるのがまず必要と考えて、吹出分布が (7) の形であつて $m_1(\xi), m_2(\zeta)$ がおのおの

$$\left. \begin{aligned} m_1(\xi) &= \xi/l \\ m_2(\zeta) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

で与えられる場合を考えてみた。ただし、 $-l \leq \xi \leq l$, $-\infty < \zeta < 0$ の領域に分布しているものとする。これは、Michell の理論によると、水線形状が二次式で垂直玄側無限喫水の船型を表わす。この場合振幅関数は

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= 0 \\ Q(\theta) &= \frac{2V}{K_0^2 \sec^3 \theta} \left\{ \frac{\sin(K_0 l \sec \theta)}{K_0 l \sec \theta} - \cos(K_0 l \sec \theta) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となり、(9) 式の右辺に相当する $g(\theta)$ は

$$g(\theta) = 2il \left\{ \frac{\sin(K_0 l \sec \theta)}{(K_0 l \sec \theta)^2} - \frac{\cos(K_0 l \sec \theta)}{K_0 l \sec \theta} \right\} \quad (27)$$

となる。まず l に対する比を採つて、(14) 式の右辺の擾乱関数を計算してみると第8図のようになる。この関数を $F(x)$ と表わすことにする。 x に関して奇関数になることは容易にわかる。つぎに、 $F(x)$ を式 (20) のような余弦級数に展開して C_n を求め、(23) の関係から Mathieu 関数表¹¹⁾ を用いて b_n を、さらに式 (22) に代入して a_n を求めた。この時、項数は、 $K_0 l$ が小さいほど少なくすむが、 $K_0 l = 2.4$ に対しては b_9 まで、 $K_0 l = 6$ に対しては b_{15} まで採つた。もつとも C_n はつねに C_{15} まで採つた。このようにして求めた吹出分布 $m_1(\xi)$

$-F(x)/L$

第8図 擾乱関数 (適用例1)

第9図 等価吹出分布 (適用例1)

を第9図に示す。解が全て奇関数になることは明らかである。第1表には b_n と μ_n と a_n とを表にして記した。数値計算上もつとも注意すべき点は、 $K_0 l$ が増すと急激に μ_n が小さくなるので(ことに低次の μ_0, μ_1 が顕著)、(22) 式から分るように b_n の計算に要求される精度が急上昇することになる。したがって C_n の計算精度がよ

第1表

n	$K_0 l = 2$ ($q = 1$)			$K_0 l = 4$ ($q = 4$)			$K_0 l = 6$ ($q = 9$)		
	b_n	μ_n	a_n	b_n	μ_n	a_n	b_n	μ_n	a_n
0	0	⁽¹⁾ .998125	0	0	⁽²⁾ .132126	0	0	⁽⁴⁾ .189457	0
1	⁽¹⁾ .659451	.732746	.45681	⁽¹⁾ .44998	⁽¹⁾ .470898	.47730	⁽²⁾ .96357	⁽³⁾ .992818	.48779
2	0	.686380	0	0	.397181	0	0	⁽¹⁾ .234523	0
3	⁽¹⁾ -.146452	⁽¹⁾ .385909	⁽¹⁾ -.18975	⁽¹⁾ .54078	⁽¹⁾ .582640	⁽¹⁾ .46408	⁽¹⁾ -.11000	⁽¹⁾ .227603	.24165
4	0	.268533	0	0	.360255	0	0	.495383	0
5	⁽¹⁾ -.32591	⁽¹⁾ .208842	⁽¹⁾ -.78029	⁽¹⁾ -.48113	⁽¹⁾ .244169	⁽¹⁾ -.98526	⁽¹⁾ -.38743	⁽¹⁾ .358126	⁽¹⁾ -.54091
6	0	.171617	0	0	.189269	0	0	.235323	0
7	⁽¹⁾ -.10124	⁽¹⁾ .145917	⁽¹⁾ -.34692	⁽¹⁾ -.12942	⁽¹⁾ .156245	⁽¹⁾ -.41417	⁽¹⁾ -.20687	⁽¹⁾ .179028	⁽¹⁾ -.57776
8	0	.127026	0	0	.133654	0	0	.147071	0
9	⁽²⁾ -.1190	⁽²⁾ .111511	⁽²⁾ -.5336	⁽²⁾ -.4661	⁽²⁾ .117029	⁽²⁾ -.19918	⁽²⁾ -.62958	⁽²⁾ .125801	⁽²⁾ -.25023
10							0		0
11							⁽²⁾ -.31306	⁽¹⁾ .110227	⁽¹⁾ -.14201
12							0		0
13							⁽³⁾ -.9064	⁽²⁾ .104450	⁽²⁾ -.4339
14							0		0
15							⁽⁴⁾ -.98	⁽³⁾ .139622	⁽³⁾ -.35

注, (m) は $\times 10^{-m}$ を表す。

第2表

n	b_n	μ_n	a_n
0	-.0002338	.0002645	-.44193
1	.0004571	.0105304	.021706
2	.0009390	.161614	.002905
3	.0096102	.532128	.009030
4	.0092101	.438037	.010513
5	-.0094603	.274483	-.017233
6	-.0040116	.201953	-.009932
7	.0057785	.163346	.017688
8	.0021101	.147166	.007169
9	-.0029701	.121447	-.012228
10	-.0003446	.112988	-.001525
11	.0012977	.135033	.004805
12	-.0006687	.147293	-.002270
13	-.0004578	.148168	-.001545
14	.0004451	.153274	.001452
15	.0000962	.217683	.000221

$F_e(x)$ と等価吹出分布の偶関数部 $m_e(\xi)$ が導かれる。一方 $Q(\theta)$ からはおのおのの奇関数部 $F_o(x), m_o(\xi)$ が導かれる。第10図に $F(x)$ および $F_e(x)$ と $F_o(x)$ を示す。これらを (20) 式のように Mathieu 関数で展開したときの係数 b_n を求めると第2表のようになる。各項の対応する固有値ならびに吹出分布の各係数 a_n を同

り一層高くなければならない。そのためには、フーリエ係数を与える公式によつて単に数値積分するのがもつとも良いのである。 $K_0 l$ が小さいときには最小自乗法などによつて C_n を決めることもよいが、 $K_0 l$ が5以上になるとがぜん精度が不足する。第9図の計算例のうち、 $K_0 l = 4$ の場合は最小自乗法による計算例である。第9図をみると、どの場合にも端部で吹出強さが発散している。これは (23) 式の置換に原因しているのでこの解法では避けられないことであろう。したがって、この点を省いてみると、これらの数値解はほぼ正解に近い解を与えることができたと思う。 $K_0 l = 6$ については若干不満足な感もあるが、この程度ならよしとすべきだろう。

以上調べたところによると、 $g(\theta)$ が与えられれば対応する等価吹出分布は決定できることが実証された。他方、模型船あるいは実船が造つた波を計測

記録すれば、前節に示したように振幅関数が算定できる。それでは、その振幅関数から等価吹出分布を求めればどんな結果が得られるだろうか。そこで、第7図に示した模型船 WM-3 の実測振幅関数のうちもつとも高速の $K_0 l = 4.79$ の場合を選んで等価吹出分布を求めてみた。振幅関数の $P(\theta)$ から $F(x)$ の偶関数部

第10図 擾乱関数(適用例2)

表の他欄に列記する。この表をみると、 b_0 が小さいながらも存在するために、 $1/2\mu_0$ 倍に拡大されて $m_e(\xi)$ に過大な a_0 を生じさせているように思われる。したがって、計算結果の精度をチェックする必要があるので、求められた $m_1(\xi)$ から逆に $g(\theta)$ を計算して元の $g(\theta)$ と比較したのが第11図である。逆算した $g(\theta)$ が点線で表わされているが、元の $g(\theta)$ の平均付近に位置していて、計算精度ははなはだ悪い。このことは、Mathieu 関数の係数 $A_r^{(n)}$ や μ_n を数表から補間して求めたことや項数の不足などがその主たる原因と考えられるが、それらを改善することはなかなか容易ではない。過大な数値と思われる $a_0 c e_0(\psi, q)$ の項を省いてみると、 $g(\theta)$ は破線のようになる。この方がむしろ良好な感さえる。そこで参考までに a_0 の項を省いて吹出分布を計算してみたのが第12図である。 $m_e(\xi)$ が偶関数部、 $m_o(\xi)$ が奇関数部、 $m_1(\xi)$ がその合計である。この結果は定性

第11図 $g(\theta)$ (適用例2)

的な判断にしか使えないが、明らかに波動の影響の大きいことならびに前後の非対称性が存在することぐらいはいえそうである。この数値計算例は精度が悪いので議論の対象にするには大変不適当なものではあるが、現段階ではこの程度の計算がせいじつぱいだつたので、今後の参考にでもなればと思ひあえてここに記した次第です。今後は Mathieu 関数の Subroutine でも作つて十分高次の項まで任意の q 値に対して計算できるように準備することがまず必要ではないかと考えている。

第12図 等価吹出分布 (適用例2)

4 結 言

前節で述べたことは、等価吹出分布と波（後続自由波）との間を線形造波理論を媒介にして関連づけることによつて、波の実測記録から等価吹出分布を求めようとする試みである。方法論的には可能なことが実証できたが実測の波高記録について行なつた数値計算例ははなはだ不満足な結果しか得られなかつた。また、たとえ精度よく解が求まつたとしても、その等価吹出分布を直ちに船型（例えば C_p -Curve）に結びつけることは、現段階ではむづかしいようである。今後、理論が発展すれば、そのようなことも可能になるものと思う。船の造波特性を支配するものとして等価吹出分布をみると、その Mathieu 関数展開の各成分が固有値倍されて自由波の各成分を形成するということは面白い性質だと思う。

以上、この研究で得られたことを要約列記してみると、

1) 波形解析によつて造波抵抗を直接算定する方法は、調査面を十分船から離れた位置にとつて、波高測定の精度等に考慮を払えば、十分実用になることが示された。

2) 後続自由波のフーリエ変換から計算できる振幅関数やスペクトラムは、船の造波特性を短的に表わしているので、利用価値は高い。数値計算例によると Michell の理論による推定値とはかなり複雑な相違を示している。

3) 後続自由波の振幅関数から等価吹出関数を決定することが方法論的に可能なことがわかつた。しかし、実測波形から求めた振幅関数をもとに等価吹出分布を精度よく計算するには、今後計算法において一層の努力を要するものと思う。

終りにあつて、終始懇切なご指導とご助力を賜つた丸尾教授ならびに別所教授に対しまして厚く御礼申し

上げます。また、波形測定に関してご助言とご協力を頂きました竹沢助教授をはじめ、実験と計算にご協力を頂きました田草川助手・宮川助手・笠原助手・田端技官・小室博之君・森田久夫君にも深く感謝いたします。なお横浜国立大学電子計算機室ならびに東京大学大型計算センターの関係各位にも謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 池畑光尚, 野沢和男: 波形解析による造波抵抗の算定, 造船協会論文集第 121 号, 昭和 42 年
- 2) Sharma, S.D.: An Attempted Application of Wave Analysis Techniques to Achieve Bow-Wave Reduction, 6th Symposium on Naval Hydrodynamics, 1966
- 3) Eggers, K.E., Sharma, S.D. and Ward, L.W.: An Assessment of Some Experimental Methods for Determining the Wavemaking Characteristics of a Ship Form, Trans. of S.N.A.M.E, Vol.75, 1967
- 4) 野沢和男: 波形解析による造波抵抗算定とその応用, 横浜国立大学大学院修士論文, 昭和 43 年
- 5) 別所正利, 水野俊明: 波無し分布の応用について, 造船協会論文集, 第 116 号, 昭和 39 年
- 6) Maruo, H: Calculation of the Wave Resistance of Ships, the Draught of Which Is as Small as the Beam, 造船協会論文集, 第 112 号, 昭和 37 年
- 7) Bessho, M.: On the Problem of the Minimum Wave-making Resistance of Ships, Memoirs of the Defence Academy Vol.2, No.4, 1963
- 8) 丸尾 孟, 別所正利: 極小造波抵抗の船型, 造船協会論文集, 第 114 号, 昭和 38 年
- 9) 別所正利: 極小値問題について, 造船協会造波抵抗シンポジウム, 昭和 40 年
- 10) McLachlan, N.W.: Theory and Application of Mathieu Functions, Oxford, 1951
- 11) Tables Relating to Mathieu Functions, Prepared by National Bureau of Standard, Columbia Univ. Press, 1951

〔付録 I〕 擾乱関数と後続自由波

(14) 式右边の擾乱関数 $F(x)$ は、等価吹出分布を (7) 式のように与えるとき

$$F(x) = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} \{P(\theta) \cos(K_0 x \sec \theta) + Q(\theta) \sin(K_0 x \sec \theta)\} \frac{\sec \theta \cdot d\theta}{V \int_{-T}^0 m_2(\zeta) e^{K_0 \zeta \sec \theta} d\zeta} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

となる。そこで

$$m_2(\zeta) = 1, \quad T \rightarrow \infty \quad (\text{A} \cdot 2)$$

とすると

$$F(x) = \frac{K_0}{\pi V} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{P(\theta) \cos(K_0 x \sec \theta) + Q(\theta) \sin(K_0 x \sec \theta)\} \sec^3 \theta d\theta \quad (\text{A} \cdot 3)$$

この式と本文の (3) 式とくらべてみると、式 (3) において $y=0$ とした場合に相当している。すなわち $F(x)$ は船体中心線上における後続自由波と同等である。ただし、 $F(x)$ は $-l \leq x \leq l$ の範囲で使用されるが、(3) 式は元々 $x \ll -l$ における自由波を表わす式であるから、船体の存在する $-l \leq x \leq l$ の領域については後方の波形を遡つて延長した仮想の波形を表わしていることになつて、実存する波とは異なる。この際、等価吹出分布について (7) 式および (A・2) の仮定があることを記憶しておく必要がある。なお、(18) 式の右边または (20) 式は $F(x)/l$ に等しい。

〔付録 II〕 高速における等価吹出分布の近似解

十分高速のときは $q \neq 0$ とみなせるので、つぎのような Mathieu 関数の漸近的な性質が利用できる^{7), 9), 10)}。

$$\left. \begin{aligned} ce_0(\varphi, q) &\doteq 1/\sqrt{2}, \quad ce_n(\varphi, q) \doteq \cos n\varphi, \quad n \geq 1 \\ \mu_0 &\doteq -\log(\gamma k/2), \quad \log \gamma : \text{Euler's const.} \\ \mu_n &\doteq 1/n, \quad n \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

したがつて (20) 式の展開式において

$$b_n \doteq C_n \quad (\text{A} \cdot 5)$$

のような関係が成立つので、これらの関係式を用いると (19) の展開式は

$$\sigma(\varphi) \doteq -\frac{C_0}{\log(\gamma k/2)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n C_n \cos n\varphi \quad (\text{A} \cdot 6)$$

第13図 高速域近似解〔付録Ⅱ〕

のように与えられる。よつて (20) 式の余弦級数さえ決まれば容易に解が得られることになる。 q が完全に零のときには (A・6) が正解を与えることは当然である。

本文 (27) 式のような $g(\theta)$ の例について、この近似解を求めてみると、第13図のようになる。この図からみると、 $K_0 l = 2$ ぐらいまでは近似解として利用できそうである。

〔付録Ⅲ〕 $J_0\{K_0(\xi-x)\}$ を核とする積分方程式 (15) の解法

(16) のような変数変換と (17) のような置換をすると、(15) 式は

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sigma(\varphi) J_0\{K_0 l (\cos \psi - \cos \varphi)\} d\varphi \\ = \frac{2}{\pi l} I_m \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{i K_0 l \cos \psi \sec \theta} \sec \theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

と書き換えられる。一方 $J_0(x)$ の積分公式

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos \theta) d\theta \quad (\text{A} \cdot 8)$$

を考慮し、さらに Mathieu 関数に関する次のような積分公式

$$\int_0^\pi \cos(K_0 l \cos \varphi \cos \theta) c e_n(\varphi, q) d\varphi \begin{cases} = \frac{\pi A_0^{(n)}}{c e_n(\pi/2, q)} c e_n(\theta, q) & (n = \text{偶数}) \\ = 0 & (n = \text{奇数}) \end{cases} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

$$\int_0^\pi \sin(K_0 l \cos \varphi \cos \theta) c e_n(\varphi, q) d\varphi \begin{cases} = 0 & (n = \text{偶数}) \\ = \frac{\pi k A_1^{(n)}}{c e_n'(\pi/2, q)} c e_n(\theta, q) & (n = \text{奇数}) \end{cases} \quad (\text{A} \cdot 10)$$

を用いると

$$\int_0^\pi J_0\{K_0 l (\cos \psi - \cos \varphi)\} c e_n(\varphi, q) d\varphi = 2 \lambda_n c e_n(\varphi, q) \quad (\text{A} \cdot 11)$$

ただし

$$\begin{aligned} \lambda_{2m} &= \frac{\pi}{2} \left[\frac{A_0^{(2m)}}{c e_{2m}(\pi/2, q)} \right]^2 \\ \lambda_{2m+1} &= \frac{\pi}{2} \left[\frac{k A_1^{(2m+1)}}{c e_{2m+1}'(\pi/2, q)} \right]^2 \end{aligned}$$

のような関係を得る。そこで

$$\sigma(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* c e_n(\varphi, q) \quad (\text{A} \cdot 12)$$

のような展開形を仮定し、

$$\frac{2}{\pi l} I_m \int_0^{\pi/2} g(\theta) e^{i K_0 l \cos \psi \sec \theta} \sec \theta d\theta = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^* c e_n(\psi, q) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^* \cos n\psi \quad (\text{A} \cdot 13)$$

のように擾乱関数を展開すると、(A・11) と Mathieu 関数の直交性を用いて (A・7) は解ける。

すなわち

$$a_n^* = \frac{b_n^*}{2 \lambda_n} \quad (\text{A} \cdot 14)$$

が解の係数を与える。ただし、 b_n^* と C_n^* は次のような関係にある。

$$\left. \begin{aligned} b_{2r}^* &= 2 C_0^* A_0^{(2r)} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{2m}^* A_{2m}^{(2r)} \\ b_{2r+1}^* &= \sum_{m=1}^{\infty} c_{2m+1}^* A_{2m+1}^{(2r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 15)$$

〔付録Ⅳ〕 別 解 法

式 (9) において

$$K_0 \sec \theta = \lambda \quad (\text{A} \cdot 16)$$

とおくと,

$$\int_{-l}^l f(\xi) e^{i\lambda\xi} d\xi = g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) \quad (\text{A} \cdot 17)$$

のようなフーリエ変換の形になる。しかし、この式は $\lambda \geq K_0$ の範囲しか成立していないので、逆変換してもすぐには $f(\xi)$ は求まらない。一応両辺に $e^{-i\lambda x}$ を乗じて K_0 から ∞ まで λ について積分すると、 $|x| < l$ の場合に対して、

$$\begin{aligned} f(x) + \frac{i}{\pi} \int_{-l}^l f(\xi) \frac{e^{iK_0(\xi-x)}}{\xi-x} d\xi \\ = \frac{1}{\pi} \int_{K_0}^{\infty} g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) e^{-i\lambda x} d\lambda \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 18)$$

なる式が得られる。この式の実数部をとると、

$$\begin{aligned} f(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l f(\xi) \frac{\sin\{K_0(\xi-x)\}}{\xi-x} d\xi \\ = \frac{1}{\pi} R_e \int_{K_0}^{\infty} g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) e^{-i\lambda x} d\lambda \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 19)$$

なる第2種積分方程式を得る。この方程式は K_0 が大きくなるにしたがつて、両辺とも零に近づく性質があるので、数値解が得にくくなることが予想される。 K_0 が十分小さいときには

$$\sin K_0(\xi-x) \doteq K_0(\xi-x)$$

と置けるので、このときには近似解として次式を得る。

$$f(x) \doteq \frac{1}{\pi} R_e \int_{K_0}^{\infty} g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) e^{-i\lambda x} d\lambda + \frac{K_0}{\pi(\pi - K_0 L)} \int_{-l}^l dx R_e \int_{K_0}^{\infty} g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) e^{-i\lambda x} d\lambda \quad (\text{A} \cdot 20)$$

第2項を無視すると

$$f(x) \doteq \frac{1}{\pi} R_e \int_{K_0}^{\infty} g\left(\cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda}\right) e^{-i\lambda x} d\lambda \quad (\text{A} \cdot 21)$$

当然 $K_0=0$ の極限では (A・21) は正解に一致する。

本文 (27) 式で $g(\theta)$ が与えられる場合について、この近似解を求めてみると第14図のようになる。第13図とくらべてみると同じような近似解でも、付録Ⅱの方法の方が近似度がよいようである。しかし計算は (A・21) 式の方がはるかに簡単である。

第14図 高速域近似解〔付録Ⅳ〕