(昭和 44 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

船体表面上吹出分布の近似計算法について

正員 荻 原 誠 功* 正員 丸 尾 孟**
正員 池 畑 光 尚**

On the Method for Calculating the Approximate Solution of Source
Distribution over the Hull Surface

by Seikō Ogiwara, *Member* Hajime Maruo, *Member*
Mitsuhsa Ikehata, *Member*

Summary

Recently some researchers made attempts to make clear the effect of shapes of frame lines on wave making resistance. It is obvious that we can not obtain any informations about it from the Michell's thin ship theory.

Then, the authors developed a method to estimate approximate source distribution over the hull surface by making use of the slender body theory, and show that the result obtained by this method, for the model of Series 60 ($C_b=0.60$), agrees with the three dimensional solution calculated by J.L. Hess and A.M.O. Smith. They also calculate the wave making resistance of the ship represented by this source distribution, and the stream lines around a ship hull, which are compared with the experimental results.

In this procedure each transverse sections of the ship is approximately represented by Three-Parameter sections.

1 緒 言

近年、船舶流体力学の発展にはめざましいものがあり、船型の改善に大いに貢献しつつある。極小造波抵抗理論や細長船理論により船型が造波抵抗に影響する因子が一つ一つ解かれているが、実際の船のようにその表面が複雑な三次元曲面をなす形状のまわりの流れについては、その形状の隅々に存在する影響因子を明るみに出すに至っていない。とくに肋骨線形状と抵抗との関係を理論的に解析する方法は、つい最近になつて細長船理論を用いて研究され始めたばかりである。従来造波抵抗理論では、船の幅は長さにくらべて極く小さいと考える立場から、船型を表わす等価吹出分布を船体中心線面に分布させたいわゆる Thin Ship Theory が主として研究されてきた。しかし、実際の船は決して Thin Ship Theory に見合うほど薄くない、のみならず相当複雑な形状をしているため、船体中心線面に分布した吹出分布だけでは船体を表わしきれないという本質的な問題を内在している。それゆえ、Thin Ship Theory では発展の余地は限られてくるのが当然である。したがつて、今後の方向として、船体表面上の特異点分布を考える方法も注目されるものの一つである。船体表面条件から正攻法で船体表面上吹出分布を決定するためには、たとえ自由表面を固定壁とみなしても、Hess と Smith¹⁾ が行なつたように曲面上に分布する吹出密度関数に関する積分方程式を数値的に解かねばならないので、数値計算上の工夫と大型計算機による多量の計算を必要とする。したがつて、船型と造波特性との関係を調べるためには、近似的な方法であつてもつと簡便な解法が望まれるところである。

空気力学の分野で発展してきた細長体の理論²⁾を船体に応用して船体周囲の流場を解析する方法が最近開発され発展している³⁾⁴⁾。この理論によると、その解析過程の中で船体表面上等価吹出分布を近似的に求めることが

* 石川島播磨重工(株)技術研究所

** 横浜国立大学工学部

できる。著者等は, Series 60 の $C_B=0.60$ の Model を選び, その各横断面を3パラメーターの等角写像⁵⁾による断面で近似して Strip method 式に船体表面上吹出分布を求め, Hess と Smith が求めた三次元問題の解と比較してみた。そして, この吹出分布を用いて造波抵抗の計算を行ない, 造波抵抗に与える船型因子の影響について考察し, さらに船体周囲の流線の計算と水槽試験による観測結果との比較を行なった。

2 スリーパラメーター船型

神中の理論⁹⁾によるとまず船の各横断面を等角写像の手法によつて単位円に写像する必要がある。著者等は, Lewis form よりも近似のよいスリーパラメーターの断面⁵⁾⁶⁾を用いることにした。Fig. 1 に示すような Z -平面の船体断面を ζ -平面の単位円に写像する関数は次式で与えられる。

$$Z = p \left(\zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3} + \frac{a_5}{\zeta^5} \right) \quad (2.1)$$

$$\text{ただし } Z = y + iz \quad (2.2)$$

$$\zeta = y_1 + iz_1 = e^{i\varphi} \quad (2.3)$$

したがつて, 半幅 b_0 と喫水 H , ならびに半幅喫水比 λ , 面積係数 σ , 重心位置 G と喫水との比 g は, それぞれ次のように表わされる。

$$b_0 = p(1 + a_1 + a_3 + a_5) \quad (2.4)$$

$$H = p(1 - a_1 + a_3 - a_5) \quad (2.5)$$

$$\lambda = \frac{b_0}{H} = \frac{1 + a_1 + a_3 + a_5}{1 - a_1 + a_3 - a_5} \quad (2.6)$$

$$\sigma = \frac{S}{2b_0H} = \frac{\pi\lambda}{4} \frac{1 - a_1^2 - a_3^2 - a_5^2}{(1 + a_1 + a_3 + a_5)^2} \quad (2.7)$$

$$g = \frac{G}{H} = \frac{2}{\pi} \frac{F}{(1 - a_1^2 - a_3^2 - a_5^2)(1 - a_1 + a_3 - a_5)} \quad (2.8)$$

$$F = \frac{2}{3}(1 - a_1)^2(1 + a_1) + \frac{2}{3}a_3^3 + \frac{2}{3}a_5^3 + \frac{2}{15}(1 - a_1)(5a_1a_3 - a_3) \\ - \frac{2}{105}(1 - a_1)(3a_3 - 7a_1a_5) + \frac{18}{35}(7a_1 - 5)a_3^2 + \frac{55}{99}(11a_1 - 9)a_5^2$$

Fig. 2 Longitudinal vibration of parameters

$$+\frac{10}{63}(14-18a_1)a_3a_5+\frac{18}{5}a_3^2a_5+\frac{50}{21}a_3a_5^2 \quad (2.9)$$

与えられた船体断面をスリーパラメーター断面で近似するには、 λ, σ, g が一致するように (2.6) (2.7) (2.8) 式から a_1, a_3, a_5 を求め、 b_0 から p を求めればよい。

Fig. 3 Body plans of Series 60 model and 3-parameter ship

Series 60⁷⁾ の $C_B=0.6$ の Model について、船長を 40 等分した各横断面にて a_1, a_3, a_5 ならびに p の値を求めた。それ等の結果の長さ方向の変化を曲線で示したのが Fig. 2 である。また、原船型とスリーパラメーター船型との比較を Fig. 3 に示す。船首船尾の両端は鉛直線状断面で近似し、かつ船尾付近の横断面では、 a_1, a_3, a_5, p の船長方向の fairness を考えて、必ずしも λ, σ, g が原断面の値に一致していない。全体としては、スリーパラメーター船型は原船型をよく近似していると言えよう。

3 船体表面上吹出分布

座標軸は Fig. 4 のようにとり、自由表面は固定壁とみなしていわゆる二重模型の船を考える。

細長体の仮定によれば、速度ポテンシャル ϕ の x に関する微係数は、 y や z に関するそれにくらべて無視しうる量であつて、流体運動は各横断面内において二次元的になると考えられるので、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.1)$$

が成立する。 ϕ は (3.1) なる二次元ラプラス方程式を境界条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n \quad (3.2)$$

の下に解けばよい。ここで、 v_n は法線速度を表わしている。一様流を U 、各横断面の周りに沿った長さを s とし、 $y-z$ 面を (2.2) 式のような複素面で表わすことにすれば、この v_n は次のように与えられることが別所によつて示されている⁴⁾。

$$v_n = Re \left\{ U \frac{\partial \bar{Z}}{\partial x} \frac{\partial Z}{i \partial s} \right\} \quad (3.3)$$

ただし、 $\bar{Z}$ は Z の共役複素数を表わし、 $\partial Z / \partial x$ は写像関数の x に関する偏微分を意味するものである。

Thwaites²⁾ あるいは神中³⁾ によると、この二次元問題の解は、各横断面が単位円に写像される ζ -面において、単位円周上の吹出分布と原点に置かれた点吹出との組合せで与えられることが明らかにされている。したがつて、

Fig. 4 Co-ordinate system

ζ -面の単位円周上に v_n を写したものを v_{n1} とおく

$$v_{n1} = v_n \left| \frac{dZ}{d\zeta} \right| \quad (3.4)$$

と与えられ、さらに、単位円周を横切る吹出量 $Q(x)$ は

$$Q(x) = \int_0^{2\pi} v_{n1} d\varphi = 2\pi \bar{v}_{n1} \quad (3.5)$$

となる。したがって、解を与える吹出の強さは、原点の点吹出については $Q(x)$ 、円周上に分布する線状吹出については単位長さあたり

$$q(\varphi; x) = 2(v_{n1} - \bar{v}_{n1}) = 2\{v_{n1} - Q(x)/2\pi\} \quad (3.6)$$

の密度になる。複素速度ポテンシャルを w とし、この内、点吹出の部分を w_p 、線状吹出の部分を w_l とすると、 w は結局次式で与えられる。

$$w = w_p + w_l = (\phi_p + \phi_l) + i(\psi_p + \psi_l) \quad (3.7)$$

$$w_p = \frac{Q(x)}{2\pi} \log \zeta \quad (3.8)$$

$$w_l = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q(\varphi; x) \log(\zeta - e^{i\varphi}) d\varphi \quad (3.9)$$

いまの場合、考えている写像関数は (2.1) 式で表わされる範囲のものであるから、この場合について表示式を求めてみると、まず、 v_{n1} は、

$$v_{n1} = R_c \left\{ U \frac{\delta \bar{Z}}{\delta x} \cdot \frac{dZ}{i d\varphi} \right\} = U(F_1 + F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi) \quad (3.10)$$

となる。ただし

$$a = pa_1, \quad b = pa_3, \quad c = pa_5 \quad (3.11)$$

とおくとき、 F_1, F_2, F_3, F_4 は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= pp' - aa' - 3bb' - 5cc' \\ F_2 &= pa' - ap' - 3ba' - ab' - 5cb' - 3bc' \\ F_3 &= pb' - ac' - 3bp' - 5ca' \\ F_4 &= -5cp' \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

($\mathcal{Z}$ ヲ シ ュ は x に関する微分を意味する)

つぎに、 $Q(x)$ および $q(\varphi; x)$ は (3.10) を (3.5)、(3.6) に代入して、

$$Q(x) = 2\pi U F_1 \quad (3.13)$$

$$q(\varphi; x) = 2U(F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi) \quad (3.14)$$

と求まる。さらに、 w_p, w_l はこれらの結果から、

$$w_p = U F_1 \log \zeta \quad (3.15)$$

$$w_l = \frac{U}{\pi} \int_0^{2\pi} (F_2 \cos 2\varphi' + F_3 \cos 4\varphi' + F_4 \cos 6\varphi') \log(\zeta - e^{i\varphi'}) d\varphi' = -U \left(\frac{F_2}{2\zeta^2} + \frac{F_3}{4\zeta^4} + \frac{F_4}{6\zeta^6} \right) \quad (3.16)$$

と与えられる。

ここで、(3.13) で与えられる点吹出を単位円周上に掃散し、 $q(\varphi; x)$ に付加すれば、吹出は円周上の線状吹出のみとなる。これを Z -面上の肋骨線上に写せば、船体表面上の吹出分布が求まることになる。

$Q(x)$ を単位円周上に掃散したとき、等価な線状吹出の単位長さあたりの強さは

$$\frac{Q(x)}{2\pi} = \bar{v}_{n1} \quad (3.17)$$

で与えられることは容易に分る。したがって、求める線状吹出分布の強さは

$$\mu(\varphi; x) = \bar{v}_{n1} + q(\varphi; x) \quad (3.18)$$

となる。(3.13)、(3.14)、(3.17) を用いれば、結局

$$\mu(\varphi; x) = U\{F_1 + 2(F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi)\} \quad (3.19)$$

と書くことができる。

つぎに、船体横断面を表わす Z -面において、 $\mu(\varphi; x)$ に対応する吹出分布がどのようなになるかを考えてみる。一般に、点吹出の強さは、写像された面内でも不変であると言えるので、船体横断面の肋骨線に沿って分布

する吹出の密度 $m(y, z; x)$ と $\mu(\varphi; x)$ との間には

$$m(y, z; x) |dZ| = \mu(\varphi; x) |d\zeta| \quad (3 \cdot 20)$$

のような関係が成立する。しかし、 ζ -面と Z -面との対応が一对一の場合には、この関係式によつて求めた $m(y, z; x)$ が正確な解を与えるが、今のように ζ -面に対応する Z -面が Riemann 面を形成するような場合には、(3・20)によつて求めた $m(y, z; x)$ だけでは正しい解を与えることはできない。けれども、[付録]に見られるように、船の両端近くの極く限られた横断面以外では、このようにして求めた $m(y, z; x)$ だけで十分な近似度を持つことが分るので、(3・20)式を近似式として用いることにする。(3・19)を(3・20)に代入すると、

$$m(y, z; x) = U \{ F_1 + 2(F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi) \} \left/ \left| \frac{dZ}{d\zeta} \right| \right. \quad (3 \cdot 21)$$

のようになる。

Series 60 の $C_B = 0.6$ 模型について、前節で求めた各係数を用いて(3・21)式により計算した吹上分布を Fig.

Fig. 5 Source distributions along frame line at transverse section, $m(y, z; x)/L$

5に示す。Hess と Smith が求めた3次元の解¹⁾を Breslin の論文⁸⁾中の図から転記して比較してみた。この結果をみると、両者は大体においてよく一致していると言えよう。したがつて、細長体の理論による近似計算はかなり妥当な吹出分布を与えられる。しかし、船首尾端に近い横断面では精度が落ちることと、船尾付近のビルジにおける曲率が大きいために $|dZ/d\zeta|$ が小さくなり、この部分の精度も落ちることの二点が主な欠点である。そのような部分を除いては、船の長さ方向に関する吹出分布の変化も連続的であつて十分使用に耐えるものと思う。

4 造 波 抵 抗

前節で求めた船体表面上の吹出分布を用いて造波抵抗の計算を行なつてみる。造波抵抗は

$$R_W = \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_0^{\pi/2} \{P(\theta)^2 + Q(\theta)^2\} \sec^3 \theta d\theta \quad (4.1)$$

で与えられる。ただし, $K_0 = g/U^2$,

$$\frac{P(\theta)}{Q(\theta)} = \int_S m(x, y, z) e^{-K_0 z \sec^2 \theta} \frac{\cos}{\sin} \{K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)\} dS \quad (4.2)$$

この $P(\theta), Q(\theta)$ は振幅関数と呼ばれ, $\int_S dS$ は船体表面における面積分を表わす。ここで, y と z は写像関数によつて

$$\begin{aligned} y &= y(\varphi; x) = p(x) [\{1 + a_1(x)\} \cos \varphi + a_3(x) \cos 3\varphi + a_5(x) \cos 5\varphi] \\ z &= z(\varphi; x) = p(x) [\{1 - a_1(x)\} \sin \varphi - a_3(x) \sin 3\varphi - a_5(x) \sin 5\varphi] \end{aligned} \quad (4.3)$$

と表わされる。船体表面の x 方向への傾斜は微小と考えれば, 振幅関数は (4.3) を用いて, φ と x とに関する積分に書き換えられる。

$$\frac{P(\theta)}{Q(\theta)} = \int_{-l}^l \int_0^{\pi} m(\varphi; x) e^{-K_0 z(\varphi; x) \sec^2 \theta} \frac{\cos}{\sin} [K_0 \sec^2 \theta \{x \cos \theta + y(\varphi; x) \sin \theta\}] \frac{dS}{d\varphi} d\varphi dx \quad (4.4)$$

ただし, $l = L/2$ (L は船長)。

$\varphi = 0, \pi$ が水面, $\varphi = \pi/2$ が竜骨に対応している点であり, 船は左右対称であることを考慮しながら, (3.21) 式を (4.4) 式に代入すると, 振幅関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} P(\theta) &= \int_{-l}^l \int_0^{\pi/2} U \{F_1 + 2(F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi)\} e^{-K_0 z(\varphi; x) \sec^2 \theta} \\ &\quad \times \cos(K_0 x \sec \theta) \cos\{K_0 y(\varphi; x) \sec^2 \theta \sin \theta\} d\varphi dx \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} Q(\theta) &= \int_{-l}^l \int_0^{\pi/2} U \{F_1 + 2(F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi)\} e^{-K_0 z(\varphi; x) \sec^2 \theta} \\ &\quad \times \sin(K_0 x \sec \theta) \cos\{K_0 y(\varphi; x) \sec^2 \theta \sin \theta\} d\varphi dx \end{aligned} \quad (4.6)$$

Fig. 6 Examples of amplitude functions

Fig. 7 Curves of wave-making resistance coefficient

Series 60 の $C_B=0.6$ の模型について、前節までに求めた結果を元にしてまず $P(\theta), Q(\theta)$ を種々の K_0 に対して計算した。そのうちの一例を Fig. 6 に示す。Fig. 7 には、これらの結果を用いて求めた造波抵抗係数

$$C_W = R_W / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 L^2 \right) \quad (4.7)$$

の結果を示す。振幅関数では $P(\theta)$ と $Q(\theta)$ とが大体同じぐらいの大きさであることと、 θ の高い範囲でも減衰が少いことなどが見られる。Fig. 7 には、Breslin 等が Hess と Smith の求めた吹出分布から計算した C_W 曲線⁹⁾ も描いてある。今回の結果は、低速部分を除いては、Breslin 等の結果とほとんど同じである。したがって、今回の近似計算法で求めた吹出分布は厳密な解に大変近いことを、造波抵抗の値にでも確かめることができた。しかし、いずれにしても、その値は実験値をかなり上廻っているので実用的な意味は少い。このように求めた値が実験値と離れているからといって、船体表面上の吹出分布などという面倒なものは無意味であるというわけにはいかない。船型要素と造波特性との関連は現在まではほんの一部しかわれわれには分っていない。その未知の部分の解明するための一つの手段としては役立つものと思う。

船の造波特性を表わすところの振幅関数 $P(\theta), Q(\theta)$ は、最終的には (4.5) と (4.6) で与えられた。これらの式は、もはや吹出分布を表わす関数を媒介せずに、造波特性が船型の特性を表わすパラメーターの関数である $F_1 \sim F_4$ の係数を用いて表示できることを示している。したがって、写像関数の係数さえ求めれば、造波特性はそれらの関数とし明確に与えられることになる。これは、従来の船体中心線面内の等価特異点分布を媒体として立てられた造波抵抗理論では全然得られなかつたことである。しかも、各横断面では b_0, λ, σ, g を与えれば、 p, a_1, a_3, a_5 が決定されることから、断面の船型因子としては、幅、幅吃水比、面積係数、重心位置の4因子がほぼ造波特性を規定していることになる。しかし、これらの4因子の長さ方向に対する変化がさらに重要な因子であるため、船型因子の各々が造波特性に与える影響はそう易々とは分らない。今後、これらの因子の一つ一つの役割を解いていく手掛りを今回得ることができたので、系統模型の計画に当って変化させる船型要素の選定等に理論的根拠を与えることもできると思う。

5 流 線

神中の理論はもともと船体表面に沿った流線を計算するために考えられたものである。今回は、神中の理論をさらに改良した別所の理論を用いて流線を計算してみた。

横断面の肋骨線に沿った接線方向の速度成分 v_τ は線状吹出 $q(\varphi; x)$ のみによつて誘起されるから

$$v_\tau = \frac{\partial \phi_\tau}{\partial s} = -\frac{\partial \psi_\tau}{\partial n} = R_e \left\{ \frac{\partial w_\tau}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right\}_{\zeta = e i \varphi} \quad (5.1)$$

与えられる。これに (3・16) 式を代入すると

$$v_z = U(F_2 \sin 2\varphi + F_3 \sin 4\varphi + F_4 \sin 6\varphi) \left/ \left| \frac{dZ}{d\zeta} \right| \right. \quad (5.2)$$

となる。したがって、 v_z/v_n を求めれば、正面図上の流線方向が得られることになる。(3・4), (3・10), (5・2) により

$$\frac{v_z}{v_n} = \frac{F_2 \sin 2\varphi + F_3 \sin 4\varphi + F_4 \sin 6\varphi}{F_1 + F_2 \cos 2\varphi + F_3 \cos 4\varphi + F_4 \cos 6\varphi} \quad (5.3)$$

この式によつて Body Plan 上の多くの点の流線方向を求めれば、それらを次々と滑らかな曲線で結べば流線を描く事ができる。しかし、ここではそのような作図による方法は採らず、多少粗雑になるが 40 等分して各横断面の間の流線は直線とみなして延長し、隣の肋骨線との交点を求め、又新たにその点の流向から次の点を求めるという具合にして得られた点を滑らかな曲線で結んだ。

Series 60 の横型船について計算した正面線図上の流線を Fig. 8 に示す。さらに三次元的に観察するために、Fig. 8 に示した内の数本の流線を斜眼紙上の立体図で示したのが Fig. 9 である。この図には長さ 2m の模型船を用いて行なつた実験から求めた流向を矢印で記入してある。これは、模型船の表面から 10 mm 離してピンで固定した糸の流向を、水槽側壁の観測窓と水槽底に沈めた水密箱とにセットしたカメラによつて船がそこを通過する瞬間にストロボ照明を行なつて撮影したものである。この図をみると前半部ではビルジから船底に移る部分で計算と実験とに差がみられるし、また後半部では船尾付近の比較的広い範囲で違いがある。これらはいわゆるビルジ渦の存在領域であつて、理論と実験との結果が一致しないのも当然であろう。しかし、それ以外の部分では、大体理論流線は実験の流向とよく合っているようである。

6 結 言

著者等は、神中・別所の理論を用いて、船体表面上の吹出分布を求める近似計算法を展開し、船型因子と造波特性との関係を解明するのにこの方法が有用であることを指摘した。そして、

Fig. 8 Stream lines on body plan

Fig. 9 Stream lines on hull surface

Series 60 の $C_B=0.6$ の船型にこの方法を応用し、船体表面上吹出分布ならびに造波抵抗に関する結果について、すでに得られている三次元の計算結果と比較して十分満足できる精度であることを確めた。

最後に、この研究にご協力いただいた横浜国立大学試験水槽の職員各位ならびに右近良孝君、児玉輝彦君に心からお礼申し上げます。なお数値計算には、東大大型計算機センターと横浜国立大学電子計算機室の計算機を使用した事を付記し関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) J. H. Hess & A. M. O. Smith : "Calculation of Non-Lifting Potential Flow about Arbitrary Three Dimensional Body". Douglas Aircraft Co. Inc. Report No. ES 40622, March 1962.
- 2) B. Thwaites : "Incompressible Aerodynamics", Oxford, 1960.
- 3) 神中竜雄 : 「船体のまわりの流線の計算法について」, 造船協会論文集, 第 118 号, 1965
- 4) 別所正利 : 「肋骨線に関する考察」, 造船協会論文集, 第 122 号, 1967
- 5) L. Landweber & M. Macagno : "Added Mass of a Three-Parameter Family of Two Dimensional Forces Oscillating in a Free Surface", Journal of Ship Research, Vol. 3, March 1959
- 6) 高木又男・雁野昌明 : 「波浪中の船体運動の計算に用いられるストリップ法の精度について」, 造船協会論文集, 第 121 号, 1967
- 7) F. H. Todd : "Some Further Experiment on Single Screw Merchant Ship Forms Series 60", Trans. of S. N. A. M. E., Vol. 61, 1953
- 8) J. D. Breslin U King Eng : "Calculation of the Wave Resistance of a Ship Represented by Sources Distribution over the Hull Surface", Inter. Semi. at Michigan, 1963

〔付録〕 線状吹出密度の変換について

第 1 図の ζ -面における単位円周上の任意の吹出密度は (3・18) 式で与えられるので、複素速度ポテンシャル w は

$$w = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) \log(\zeta - e^{i\varphi}) d\varphi \quad (\text{A} \cdot 1)$$

で与えられる。そこで、 w を Z -面の表示に変えるために、次のように変形する。

$$w = w_1 + w_2 \quad (\text{A} \cdot 2)$$

ただし、

$$w_1 = \frac{1}{2\pi} \int_C \mu(\varphi; x) \frac{d\varphi}{ds} \log(Z - Z_0) ds \quad (\text{A} \cdot 3)$$

$$w_2 = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) \log\left(\frac{Z - Z_0}{\zeta - e^{i\varphi}}\right) d\varphi \quad (\text{A} \cdot 4)$$

ここで、 Z_0 は ζ -面の $e^{i\varphi}$ なる点に対応する Z -面上の点を表わし、 $\int_C dS$ は肋骨線に沿った線積分を表わす。

そこで、

$$\mu(\varphi; x) \frac{d\varphi}{ds} = \mu(\varphi; x) \left| \frac{d\zeta}{dZ} \right|_{\zeta=e^{i\varphi}} = m(y, z; x) \quad (\text{A} \cdot 5)$$

とおくと、 w_1 は肋骨線に沿った線状吹出分布 $m(y, z; x)$ による複素速度ポテンシャルを表わすことになる。本文中の (3・20) 式はこの (A・5) 式と同じものである。このように、本文中では w の近似値として w_1 を用いたわけである。この近似が許されるのは、当然 w_2 が w_1 にくらべて無視できる場合であるから、その条件が満たされるかどうかを調べねばならない。そこで、変換が (2・1) 式で与えられている場合に対して、次のような二つの仮定に基づいて w_2 を評価してみよう。

I) $1 \gg |a_1|, |a_3|, |a_5|$ のとき。

(2・1) 式の変換のうち、初項以外の項は全部省略できるので、変換は一次変換となる。

$$\therefore \frac{Z - Z_0}{\zeta - e^{i\varphi}} = p \quad (\text{A} \cdot 6)$$

これを (A・4) に代入して (3・18) を用いると、

$$w_2 = -\frac{1}{2\pi} \log p \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) d\varphi = -\bar{v}_{n1} \log p \quad (\text{A} \cdot 7)$$

となり、結局 w_2 は略々定数とみなせることになる。

したがって、この場合には、 w_2 は不要となる。

II) $1 > |a_1| \gg |a_3|, |a_6|$ のとき。

(2.1) 式のうち、3, 4 項が無視できるので、

$$\frac{Z-Z_0}{\zeta-e^{i\varphi}} = \frac{p(\zeta-a_1e^{-i\varphi})}{\zeta} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

$$\begin{aligned} \therefore w_2 &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) \log(\zeta - a_1e^{-i\varphi}) d\varphi + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) \log \zeta d\varphi \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \log p \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) d\varphi \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\varphi; x) \log(\zeta - a_1e^{-i\varphi}) d\varphi + \bar{v}_{n1} \log \zeta - \bar{v}_{n1} \log p \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

第 1 項は半径 $|a_1|$ の円周上に分布する線状吸込、第 2 項は原点に置かれた点吹出、第 3 項は定数である。第 2 項の点吹出を第 1 項と同じ円周上に掃散し、第 3 項の定数項を省くと、

$$w_2 = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{\mu(\varphi; x) - \bar{v}_{n1}\} \log(\zeta - a_1e^{-i\varphi}) d\varphi \quad (\text{A} \cdot 10)$$

(3.6) と (3.18) を代入すれば、

$$w_2 = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 2(v_{n1} - \bar{v}_{n1}) \log(\zeta - a_1e^{-i\varphi}) d\varphi \quad (\text{A} \cdot 11)$$

したがって、この場合 w_2 は半径 $|a_1|$ の円周上に分布した線状吸込のポテンシャルであつて、その密度は

$$2(v_{n1} - \bar{v}_{n1}) \quad (\text{A} \cdot 12)$$

で与えられる。この式から分るように、この吸込の総量は零であるから、分布する円の半径 $|a_1|$ が小さくなるほど、この w_2 による影響は小さくなることは当然である。半径 $|a_1|$ の円に対応する Z -面上の図形は、Riemann 面の他の分枝上に存在するので、 Z -面における w_2 の影響は岐点を通じて船体表面上に及ぶことになる。

Series 60 の $C_B=0.6$ の船型では、Fig. 2 に見るように、 $|a_3|, |a_6|$ は常に微小であつて、 $|a_1|$ も船首尾近傍を除く大部分で小さい。したがって、ほとんど I) の場合に於てはまると考えられる。また、残りの端部近くでも、 $|a_1|$ が 1 に近いのは、さらに末端の部分だけであつて、これらの極く一部を除けば、 $|a_1|$ の大きさからみて II) の推論に基づいて w_2 の影響は小さいと思われる。