(昭和 44 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

任意船型におよぼす波の強制力について

正員 前 田 久 明*

Wave Excitation Forces on Two Dimensional Ships of Arbitrary Sections

by Hisaaki Maeda, *Member*

Summary

Wave excitation has been calculated by Grim based on the diffraction potential for two dimensional bodies of Lewis form sections.

On the other hand, it has been suggested by Newman making use of Haskind relation that wave excitation could be induced from the radiation potential for which many works have been done by Ursell, Tasai and Porter on two dimensional bodies of Lewis form sections.

In this paper, the author deals with the wave excitation due to beam seas on two dimensional ships of arbitrary sections making use of singularity distributions on the ship surface. The radiation potential induced by such singularity distribution was calculated, and the wave excitations for heave resolved into in-phase and out-of-phase components were obtained making use of the Kochin function.

The author also extended the same technique into calculation of wave excitation in oblique waves including head seas.

The calculation on wave-excitationless ship forms was performed, which showed satisfactory agreement with model experimental results. The calculation on three dimensional wave-excitationless ship forms was also done by means of the Strip Method. The results were in good coincidence with model experiment data.

緒 言

波浪中にある船体の受ける強制力の計算を行なう場合、一般に前進速度を有する三次元船体について行なうことは非常に困難であるので、ふつう Strip Method が用いられる。このため船型断面を有する無限長柱状体に対する二次元値が必要である。

従来の理論は Froude-Krylov の仮定、すなわち、波は船体の存在によつて乱されないという仮定に基づいていた。Smith Correction まで含めて考えると、これは入射波の速度ポテンシャルのみを考慮したものである。Weinblum の計算はこの方法による¹⁾。渡辺教授の方法も基本的には Froude-Krylov の仮定に基づくものである²⁾。船と波との相対運動に着目し、有効波係数を導入し、また造波抵抗理論によつて計算された付加質量、減衰力を用いている。

これらに対して、純粋に造波抵抗理論に基づく理論として Grim-Tamura の方法がある^{3,4)}。これは、diffraction potential から求めている。この方法では、波による強制力を in-phase 成分と out-phase 成分に分けて計算しており、割合厳密な値を示している⁷⁾。ところで、Haskind-Newman の関係から、波による強制力は発散波の振幅比でも表わされることが知られている⁵⁾。そこで発散波の振幅比から波による強制力を求める方法として Ursell-Tasai の方法がある^{6,7)}。これは radiation potential から求める方法であり、Grim の方法に比して厳密なものである。この方法では、発散波の振幅比を求める課程で既に位相差も計算されているわけなので、波による強制力の in-phase 成分と out-phase 成分は求められるはずであるが、実際には波による強制力まで

* 東京大学生産技術研究所

は計算されていない。また、これらの方法は、発散波をもつ特異点と波無しの特異点を原点に置いた半没円筒を基本にして、等角写像によつて n -parameter の Lewis Form に拡張した船型に対してしか適用されていない。

そこで、本論文では、Lewis Form を含む一般の任意船型におよぼす波の強制力と、その in-phase 成分、out-phase 成分を計算する方法について述べる。これは船体表面に特異点を分布させるという方法である。この方法は、Kim, Frank および別所教授によつて示されているが、本論文では別所教授の方法によるものであつて、他のものとは全く独立になされたものである^{8~16,23)}。

また、これまでの方法では横波による強制力しか計算できなかつたが、radiation potential を用いて、縦波を含む一般の斜波による強制力を求める一方法を示す。

さらに、これらの応用として波による強制力を受けない船型について述べる。これは、いわゆる波無し船型であるが、横波の中で上下方向の強制力を受けない船型は元良教授によつて初めて示唆され、実験的にその存在が確認されたものであつて、Matora's Form と呼ばれるべき船型である^{18,19)}。この船型は縦波の中においても波無し船型となり、三次元船型に拡張しても同様のことがいえることを示す²⁰⁾。

本論文においては、強制力として特に上下力を取りあげた。その理由は、他の強制力に対しても同様の取り扱いが可能であり、また、上下力に対して特に計算精度を上げる上で有利な方法が使えるからである。

1 基本的仮定および基礎公式について²¹⁾

1.1 座標系および基礎的仮定

座標系は Fig. 1, Fig. 2 に示すごとく、原点を船体中央でかつ静止水面上にとつた右手系とする。入射波の進行方向と z 軸のなす角を α とする。船体表面上に立てた法線方向 n は流体中に向うものとする。船体表面は C で表わすことにする。その他の記号は図に示す通りである。

基礎的仮定は次に述べるとおりである。strip method が成り立つものとして、二次元問題を取り扱う。流体は非粘性、非圧縮性で表面張力は無視できるものとする。自由表面が存在し、流体は半無限領域に広がるものとする。自由表面の条件は微小波高として取り扱ひ、また圧力は高次の微小量は無視できるものとする。速度ポテンシャル、流れ関数は存在するものとする。船体の運動は微小とし、前進速度は持たないとする。船および入射波は周期運動をおこなうものとし、それぞれの定常状態を論ずる。運動は heaving 方向に対してのみ扱うことにする。

1.2 基礎公式

以下においては速度ポテンシャル Φ 、圧力 P 、自由表面の変位 η は周期項を省いた φ , p , $\bar{\eta}$ を用いて議論を進めていくことにする。さらに、速度ポテンシャルに関しては、radiation potential φ に対して単位振幅速度の速度ポテンシャル ϕ を、入射波の速度ポテンシャル φ_0 、diffraction potential φ_4 に対しては、それぞれ単位振幅の速度ポテンシャル ϕ_0 , ϕ_4 を用いることにする。また、流れ関数は ϕ に対応する Ψ を用いる。radiation potential に対しては、 Y なる振幅で Heaving しているとする

$$\Phi = R_e \{ \varphi e^{i\omega t} \} \quad (1.1)$$

$$\varphi = i\omega Y \phi \quad (1.2)$$

入射波の速度ポテンシャルならびに diffraction potential に対しては、入射波の振幅を a とすると

$$\Phi_{0,4} = R_e \{ \varphi_{0,4} e^{i\omega t} \} \quad (1.3)$$

$$\varphi_{0,4} = \frac{ig}{\omega} a \phi_{0,4} \quad (1.4)$$

圧力ならびに自由表面の変位に対しては

$$P = R_e \{ p e^{i\omega t} \} \quad (1.5)$$

$$\eta = R_e \{ \bar{\eta} e^{i\omega t} \} \quad (1.6)$$

Fig. 1

Fig. 2

とおくことにすると、基礎方程式は Euler の連続方程式より

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1.7)$$

境界条件のうち自由表面に対するものは、Rayleigh の摩擦係数 μ を導入すると

$$\left[K\phi + \frac{\partial \phi}{\partial y} - i\mu\phi \right]_{y=0} = 0 \quad (1.8)$$

ただし、

$$K = \frac{\omega^2}{g} \quad (1.9)$$

水深無限大では

$$\text{Grad } \phi \longrightarrow 0 \quad (y \longrightarrow \infty) \quad (1.10)$$

無限遠では発散波をもつから、 $H^\pm(K)$ を Kochin 函数とすると

$$\phi \sim iH^\pm(K)e^{-Ky \mp iKx} \quad (x \rightarrow \pm \infty) \quad (1.11)$$

さらに船体表面上の境界条件は、radiation potential に対しては

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \eta}{\partial n} \quad \text{on } C \quad (1.12)$$

$$\Psi = x \quad \text{on } C \quad (1.13)$$

diffraction potential に対しては

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_0 + \phi_i) = 0 \quad \text{on } C \quad (1.14)$$

圧力方程式は Euler の運動方程式より、radiation potential, diffraction potential に対しては、それぞれ

$$p = -\rho\omega^2 Y\phi \quad (1.15)$$

$$p = -\rho g a(\phi_0 + \phi_i) \quad (1.16)$$

自由表面の変位は、radiation potential, diffraction potential に対してそれぞれ

$$\frac{\bar{\eta}}{Y} = K\phi \Big|_{y=0} \quad (1.17)$$

$$\frac{\bar{\eta}}{a} = (\phi_0 + \phi_i) \Big|_{y=0} \quad (1.18)$$

と表わすことができる。

1.3 圧 力 積 分

船体が heaving することによつて生ずる流体力 F を、 $\rho\omega^2 Y$ で除したものを f とおき、添字 C および S でそれぞれ実部虚部を表わすことにすると (1.15), (1.12) より

$$f = \frac{F}{\rho\omega^2 Y} = - \int_C \phi \frac{\partial \phi^\eta}{\partial n} dS \quad (1.20)$$

$$f = f_c + if_s \quad (1.21)$$

f_c および f_s は、それぞれ付加質量 $A.M.$ および造波による運動の damping 係数を定義しており、次のように表わされる。 N を damping 係数とすると

$$A.M. = \rho f_c \quad (1.22)$$

$$N = -\rho\omega f_s \quad (1.23)$$

波による強制力 E を $\rho g a$ で除したものを e とおくことにすると、(1.16), (1.12) より

$$e = \frac{E}{\rho g a} = - \int_C (\phi_0 + \phi_i) \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \quad (1.24)$$

いま、添付号+をもつて正方向への発散波、正方向からの入射波、およびそれに対応する波による強制力を表わすことにし、添付号-をもつてそれぞれの負方向に対応するものを表わすことにする。入射波の速度ポテンシャルは

$$\phi_0^\pm = e^{-Ky \pm iKx} \quad (1.25)$$

となつている。そこで (1.24) は Green の定理を用いることによつて Kochin 函数 $H^\pm(K)$ で表わすことができる。

$$e^{\pm} = -H^{\pm}(K) \quad (1.26)$$

ただし

$$H^{\pm}(K) = \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky \pm iKx} dS \quad (1.27)$$

ところで、無限遠における発散波の振幅比 $\bar{A}^{\pm}$ は次式のように表わされる。

$$\bar{A}^{\pm} = \frac{\bar{\eta}}{Y} \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = KH^{\pm}(K) \quad (1.28)$$

いま、船型が左右対称とすると、 $|H^{+}(K)| = |H^{-}(K)|$ となるので、以下においては $H^{+}(K)$ に対応するものだけ考えれば十分であるから、波による強制力は e 、無限遠における発散波の振幅比は $\bar{A}$ で表わすことにする。(1.26)、(1.28) から、波による強制力と発散波の振幅比の関係を表わす Haskind の公式が導かれる。

$$e = -\frac{\bar{A}}{K} \quad (1.29)$$

また、発散波の振幅比と damping 係数との関係を示す Haskind-Newman の公式は、Kochin 関数を用いると^{9,12)}

$$f_s = -|H^{+}(K)|^2 \quad (1.30)$$

となり、(1.23)、(1.28) より

$$\frac{N}{\rho\omega} = \left| \frac{\bar{A}}{K} \right|^2 \quad (1.31)$$

となる。さらに、Kramers-Kronig の関係によつて、付加質量 $A.M.$ と発散波の振幅比 $\bar{A}$ の関係がわかつている²²⁾。それは「全ての周波数にわたつて $A.M.$ あるいは $\bar{A}$ の値が求められているならば、任意の周波数に対してそれぞれ $\bar{A}$ あるいは $A.M.$ を求めることができる」という関係である。

以上をまとめてみると次のことがわかる。付加質量、damping 係数、発散波、波の強制力の四種の流体力は、Haskind-Newman、Kramers-Kronig の公式によりある関係に結びあわされている。つまりこれら四種のうち、いずれか一種類の流体力の全ての周波数に対する値が求められておれば、他の流体力はその流体力の値から求めることができる。

これらの流体力を求める方法には、radiation potential によるものと diffraction potential より求める方法の 2通りが考えられる。いま、波による強制力を求める方法を取りあげることにする。まず、radiation potential を用いる方法については、これもさらに 2通り考えられる。その 1 は、(1.20) から f_s を求め、(1.30) から $H^{+}(K)$ を求め、これを (1.28) に代入すれば $|\bar{A}|$ が求まり、さらに (1.29) から波による強制力 e が求まる。これは従来おこなわれていた方法であるが、Kochin 関数が絶対値のついた形でしか求まらないため、波による強制力を in-phase 成分と out-phase 成分に分けることができない。これに対し、その 2 は (1.27)、(1.26) から直接 Kochin 関数を求める方法である。この方法なら波による強制力を成分に分けて計算することができる。その 1 を Haskind-Newman 法、その 2 を Kochin 関数法と名づけることにする。本論文のように、船体表面に特異点を分布させて求めた radiation potential を用いる場合には、この Kochin 関数法は非常に有効である。それは、船体表面上では radiation potential の一階偏導関数が不連続になることを利用すると、特異点分布の強さを決める境界値問題としての積分方程式を解いていく途中で、自動的に波による強制力が求まるからである。

つぎに diffraction potential から波による強制力を求める方法について述べる。この方法を Grim 法と名づけることにする。これは、(1.24) を用いればよく、in-phase 成分と out-phase 成分に分けて計算することができる。船体表面に特異点分布をさせて求めた diffraction potential を用いる場合には、Kochin 関数法のようにうまい方法は見つからない。ただし、後に述べる斜波による強制力の計算式を用いて、縦波による強制力を計算する場合には Kochin 関数法と同様に有効な取り扱いができる。

2 境界値問題としての積分方程式

2.1 特異点分布による船体運動の表示

いま、流体中の任意点 $P(x, y)$ に単位の強さの source をおいたときの点 $Q(x', y')$ における速度ポテンシャル $\phi(P)$ は Green 関数 $G(P, Q)$ で表わされ

$$G(P, Q) = \log r_1 - \log r_2 - 2I_c \quad (2.1)$$

$$G(P, Q) = G(Q, P) \quad (2.2)$$

ただし

$$r_1^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2, \quad r_2^2 = (x-x')^2 + (y+y')^2 \quad (2.3)$$

$$I_c = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{e^{-u(y+y')} \cos u(x-x')}{u-K+i\mu} du \quad (2.4)$$

とおくと、 $\phi(P)$ は次のようになる。

$$\phi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) \cdot G(P, Q) ds \quad (2.5)$$

つぎに、船体内部で Laplace の方程式と自由表面の境界条件を満足する速度ポテンシャル ϕ' を導入すると、船体内部は P 点を含まないから Green の定理により

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_c \left(\frac{\partial \phi'}{\partial n} - \phi' \frac{\partial}{\partial n} \right) \cdot G(P, Q) ds \quad (2.6)$$

(2.5) 式からこの式を差引くと

$$\phi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_b \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \frac{\partial \phi'}{\partial n} \right) G(P, Q) - (\phi - \phi') \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} \right\} ds \quad (2.7)$$

いま、

$$\phi = \phi' \quad \text{on } C \quad (2.8)$$

とすると

$$\phi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \frac{\partial \phi'}{\partial n} \right) G(P, Q) ds \quad (2.9)$$

したがって、考えている流体領域の任意点の速度ポテンシャルは $(\partial \phi / \partial n - \partial \phi' / \partial n)$ なる強さの Source を船体表面上に分布させることによつて表現できる。

2.2 radiation potential の求め方¹⁴⁾

船体表面上 Q 点での Source の線密度を $\sigma(Q)$ とすると、(2.9) 式は次のように書き直される。

$$\phi(P) = \int_c \sigma(Q) \cdot G(P, Q) ds(Q) \quad (2.10)$$

いま、 P 点も船体表面上の点として両辺を法線方向で微分し、source 分布による速度ポテンシャルの一階の偏導関数の不連続性を考慮すると次式が導かれる²³⁾。

$$\left(\frac{\partial \phi(P)}{\partial n} \right)_+ = \pi \sigma(P) + \int_c \sigma(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} ds(Q) \quad (2.11)$$

ただし、添付号+は流体中から船体表面上の点 P に近づいたときの極限值である。(2.11) 式は左辺が船体表面の境界条件 (1.12) で与えられているので、 σ に関する第2種 Fredholm 積分方程式となつている。核関数はそれほど特異なものではないし、実際に物理現象が存在しているのであるから、この積分方程式は唯一の連続解を有していると考えてさしつかえないであろう。そこでこの積分方程式を解くことを考えるわけであるが、船体表面の境界条件 (1.12) は微分操作を含むため計算精度が落ちるので、境界条件としては (1.13) の流れ関数を用いる。(2.10) 式は次のようになる。

$$\Psi(P)|_{\text{on } c} = \int_c \sigma(Q) \cdot S(P, Q) ds(Q) \quad (2.12)$$

ただし、

$$\Psi(P)|_{\text{on } c} = x \quad (2.13)$$

$$S(P, Q) = \theta_1 - \theta_2 - 2I_s \quad (2.14)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{y-y'}{x-x'}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \frac{y+y'}{x-x'} \quad (2.15)$$

$$I_s = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{e^{-u(y+y')} \sin u(x-x')}{u-K+i\mu} du \quad (2.16)$$

この積分方程式から $\sigma(Q)$ が求められれば、(2.10) から radiation potential を計算することができる。さて、(2.12) の積分方程式の解法であるが、いま

$$\Psi(P) = \Psi_c(P) + i\Psi_s(P) \quad (2.17)$$

$$\sigma(Q) = \sigma_c(Q) + i\sigma_s(Q) \quad (2.18)$$

$$S(P, Q) = S_c(P, Q) + iS_s(P, Q) \quad (2.19)$$

とおくと、(2.12) は次のように変形される。

$$(A) \quad \begin{cases} \Psi_c(P)|_{\text{on } C} = \int_C \{\sigma_c(Q) S_c(P, Q) - \sigma_s(Q) \cdot S_s(P, Q)\} ds(Q) \\ \Psi_s(P)|_{\text{on } C} = \int_C \{\sigma_c(Q) \cdot S_s(P, Q) + \sigma_s(Q) \cdot S_c(P, Q)\} ds(Q) \end{cases} \quad (2.20)$$

この連立の積分方程式が、境界値問題としての基本の積分方程式になつてゐる。この式は Heaving, Rolling および Swaying に対して、しかも左右非対称な船型の場合にも成り立つ式である。この方程式の解法は次のとおりである。船体表面を N 区に分割し、それぞれの区間においては一定の強さ σ の Source を分布するものとする。そのようにおくと、上式は σ_c, σ_s の両方を含んだものに対する $2N$ 元連立一次方程式として書き表わされる。これを解いて σ_c, σ_s を求めればよい。

ところで、Heaving の場合において、船型が左右対称とすると問題は非常に簡単になつて、2組の N 元連立一次方程式を解けばよいことになり、計算時間を短縮できる。いま、

$$\Psi_c(P)|_{\text{on } C} = x, \quad \Psi_s(P)|_{\text{on } C} = 0 \quad (2.22)$$

$$S_s(P, Q) = 2\pi e^{-K(y+y')} \sin K(x-x') \quad (2.23)$$

であり、船型も $\sigma(Q)$ も左右対称であるので

$$(B) \quad \begin{cases} P_c = \int_C \sigma_c(x', y') \cdot e^{-Ky'} \cos Kx' ds(x', y') \\ P_s = \int_C \sigma_s(x', y') \cdot e^{-Ky'} \cos Kx' ds(x', y') \end{cases} \quad (2.24)$$

$$(C) \quad \begin{cases} \sigma_1(x', y') = \sigma_c(x', y') + \frac{P_s}{P_c} \cdot \sigma_s(x', y') \\ \sigma_d(x', y') = \frac{1}{P_c} \cdot \sigma_s(x', y') \end{cases} \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

とおくと、(A) 式は次のように書き直される。

$$(I) \quad \begin{cases} x = \int_C \sigma_1(x', y') \cdot S_c(x, y; x', y') ds(x', y') \\ -2\pi e^{-Ky} \sin Kx = \int_C \sigma_d(x', y') \cdot S_c(x, y; x', y') ds(x', y') \end{cases} \quad (2.28)$$

$$(2.29)$$

(I) 式を解くと、 σ_1, σ_d が求まる。次に

$$(D) \quad \begin{cases} P_1 = P_c + \frac{P_s^2}{P_c} \\ P_d = \frac{P_s}{P_c} \end{cases} \quad (2.30)$$

$$(2.31)$$

とおくと、(I) 式で求めた σ_1, σ_d を用いて、 P_1, P_d は次のように表わされる。

$$(II) \quad \begin{cases} P_1 = \int_C \sigma_1(x', y') \cdot e^{-Ky'} \cos Kx' ds(x', y') \\ P_d = \int_C \sigma_d(x', y') \cdot e^{-Ky'} \cos Kx' ds(x', y') \end{cases} \quad (2.32)$$

$$(2.33)$$

さらに、これと (D) 式とから P_c, P_d を求めると

$$(III) \quad \begin{cases} P_c = \frac{P_1}{(1+P_d^2)} \\ P_s = P_c \cdot P_d \end{cases} \quad (2.34)$$

$$(2.35)$$

さらに、これと (C) とから、目指す σ_c, σ_s は次のようにして求まる。

$$(IV) \quad \begin{cases} \sigma_c(x', y') = \sigma_1(x', y') - P_s \cdot \sigma_d(x', y') \\ \sigma_s(x', y') = P_c \cdot \sigma_d(x', y') \end{cases} \quad (2.36)$$

$$(2.37)$$

以上をまとめると、Heaving に対する radiation potential は、(I), (II), (III), (IV) の手順で得られた $\sigma = \sigma_c + i\sigma_s$ を (2.10) に代入して求めることができる。ここで表わされた S_c の取り扱いについては付録で述べることにする。

2.3 横波による強制力¹¹⁾

radiation potential で表わした波による強制力は (1.26) より

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky+iKx} ds \quad (2.38)$$

ところで、船体表面上に強さ σ の source を分布させているのであるから、この面をよぎるときの速度ポテンシャルの不連続性より、船体表面上に外側（流体側）から近づいた場合の極限值に＋付号を、内側から近づいた場合に－付号をつけることにすると

$$\frac{\partial \phi_+}{\partial n} - \frac{\partial \phi_-}{\partial n} = 2\pi\sigma, \quad \phi_+ = \phi_- \quad \text{on } C \quad (2.39)$$

したがって、(2.38) は次のように書き直される。

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi_-}{\partial n} - \phi_- \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky+iKx} ds - 2\pi \int_c \sigma e^{-Ky+iKx} ds \quad (2.40)$$

ところで、上式の右边第一項は、 ϕ_- も $e^{-Ky+iKx}$ とともに Laplace の方程式を満足し、船体内側での自由表面の境界条件を満足しているとの仮定のもとにあつては、Green の定理よりこの項は零となる。したがって

$$e = -2\pi \int_c \sigma \cdot e^{-Ky+iKx} ds \quad (2.41)$$

いま、 $e = e_c + ie_s$ とおくと

$$\begin{cases} e_c = -2\pi \int_c \sigma_c \cdot e^{-Ky} \cos Kx ds \\ e_s = -2\pi \int_c \sigma_s \cdot e^{-Ky} \sin Kx ds \end{cases} \quad (2.42)$$

$$\begin{cases} e_c = -2\pi \int_c \sigma_c \cdot e^{-Ky} \cos Kx ds \\ e_s = -2\pi \int_c \sigma_s \cdot e^{-Ky} \sin Kx ds \end{cases} \quad (2.43)$$

つまり、横波による強制力は radiation potential を求めるまでもなく、Source 分布の強ささえわかれば求めることができる。さらに (B) 式に注目すれば、Source 分布の強さが求まる前の段階において、すでに波による強制力は計算されていることがわかる。また、位相差 ε は (2.31) から P_d より求められることがわかる。以上をまとめると

$$e_c = -2\pi \cdot P_c \quad (2.44)$$

$$e_s = -2\pi \cdot P_s \quad (2.45)$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} P_d \quad (2.46)$$

2.4 その他の流体力

付加質量や造波による運動の damping 係数などの流体力は (1.20) より

$$f = - \int_c \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (2.47)$$

いま、補助函数 h を導入する。

$$h = y - \frac{1}{K} \quad (2.48)$$

とすると、(2.47) は次のように変形される。

$$f = - \int_c \left(h \frac{\partial \phi}{\partial n} + \phi \frac{\partial h}{\partial n} \right) ds + \int_c h \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (2.49)$$

さらに、右边第一項を I_1 とし、前節と同様 (2.39) を用いると、(2.48)、(1.12) を考慮して

$$I_1 = - \int_c \left(h \frac{\partial \phi_-}{\partial n} - \phi_- \frac{\partial h}{\partial n} \right) ds - 2\pi \int_c \sigma \cdot h ds \quad (2.50)$$

右边第一項は前節と同様に、 ϕ_- 、 h は自由表面の条件と Laplace の方程式を満足するので消える。したがって、(2.48) を代入すると

$$I_1 = -2\pi \int_c \sigma \left(y - \frac{1}{K} \right) ds \quad (2.51)$$

(2.49) の右边第二項 I_2 は (1.12)、(2.48) より、 B を船幅、 ∇ を排水容積とすると

$$I_2 = \int_{-B/2}^{B/2} h dx = - \left(\nabla - \frac{B}{K} \right) \quad (2.52)$$

以上をまとめると、付加質量 f_c 、運動の damping 係数 f_s は (2.49)、(2.51)、(2.52) より

$$f_c = - \left[2\pi \int_c \sigma_c \left(y - \frac{1}{K} \right) ds + \nabla - \frac{B}{K} \right] \quad (2.53)$$

$$f_s = -2\pi \int_c \sigma_s \left(y - \frac{1}{K} \right) ds \quad (2.54)$$

これら二式を見ればわかる通りに、付加質量も damping 係数も、radiation potential を用いるまでもなく、Source 分布の強ささえわかれば求めることができる。

3. 斜波による強制力とその近似式

3.1 斜波による強制力

いま、斜波の入射波の速度ポテンシャル ϕ_{w0} と diffraction potential ϕ_{w4} は、次の式を満たすものと仮定する。

$$\phi_{w0} = e^{-Ky + iKx \sin \alpha} \quad (2.55)$$

$$\Delta \phi_{w4} = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} (\phi_{w0} + \phi_{w4}) = 0 \quad \text{on } C \quad (2.57)$$

$$\phi_{w4} \sim iH^\pm(K) e^{-Ky \mp iKx} \quad (x \rightarrow \pm \infty) \quad (2.58)$$

この仮定は、 z 軸に対して角度 α なる方向から斜波が入射した場合の $x-y$ 断面における見掛けの入射波を、入射波として取り入れ、diffraction potential に関してはこの断面の x 軸方向にしか発散波をもたないということになる。さらに、いいかえるならば、三次元 radiation potential を二次元 radiation potential で置きかえることが可能であり、また船体表面上の法線方向は、 z 軸方向の成分を持たないものとする。斜波による強制力 e は (1.16), (1.12) より

$$e = - \int_c (\phi_{w0} + \phi_{w4}) \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (2.59)$$

いま、(2.57) を導入して上式を書き直すと

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) \phi_{w0} ds - \int_c \left(\phi_{w4} \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \phi_{w4}}{\partial n} \right) ds \quad (2.60)$$

ϕ_{w4} と ϕ は Laplace の方程式と自由表面条件を満足し、外方に発散する波を持つているから、Haskind の公式を導びくときと同様に考えると、上式の右辺の第二項は零となる。したがって (2.55) を代入すると

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky + iKx \sin \alpha} ds \quad (2.61)$$

横波の場合には、 $\alpha = \pi/2$ となり、(1.26) 式に一致する。縦波の場合には、 $\alpha = 0$ となり、(2.61) より

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky} ds \quad (2.62)$$

3.2 横波による強制力の近似式^{8,9,11,17,21)}

横波による強制力は (1.26) より

$$e = - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky + iKx} ds \quad (2.63)$$

いま、船型に比して波長が大きいものとする、つまり $K \rightarrow 0$ では

$$e^{-Ky + iKx} \doteq 1 + K(-y + ix) \quad (2.64)$$

となるので、これを (2.63) に代入すると、船型が左右対称の場合には

$$e \doteq K \int_c \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds + A - K \nabla \quad (2.65)$$

ただし、 A は水線面積 (二次元の場合には船幅)、 ∇ は排水容積、ところで周期項まで含めた横波の強制力を ε とおき、入射波の振幅を y_w とおくと、(1.20), (1.21), (1.22), (1.23) より (2.65) は

$$\varepsilon \doteq \rho k \nabla \frac{d^2 y_w}{dt^2} + N \frac{dy_w}{dt} + (1 - K d_m) \rho g A y_w \quad (2.66)$$

ただし、 k は付加質量係数、 $d_m = \nabla / A$ で平均吃水をあらわす。(2.66) の右辺第 3 項の係数は $e^{-K d_m}$ とも置き換えられる。(2.66) は、元良教授の近似式にほかならない。

3.3 縦波による強制力の近似式²⁾

縦波による強制力は (2.62) によつて表わされる。さらに、 ϕ を実部と虚部に分けると

$$\begin{aligned} e &= - \int_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky} ds \\ &= K \int_c e^{-Ky} \phi_c \frac{\partial \phi}{\partial n} ds + iK \int_c e^{-Ky} \phi_s \frac{\partial \phi}{\partial n} ds - \int_c e^{-Ky} \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \end{aligned} \quad (2.67)$$

通常船型においては、 ϕ , $\partial \phi / \partial n$ は C 上で一定付号をもつと考えられるので、 e^{-Ky} に関して積分の平均値定理を用いると、(1.20), (1.21), (1.22), (1.23) より、縦波の強制力 ε は

$$\varepsilon = e^{-Kd_1} \rho k \nabla \frac{d^2 y_w}{dt^2} + e^{-Kd_2} N \frac{dy_w}{dt} + e^{-Kd_3} \rho g A y_w \quad (2.68)$$

ただし、喫水を T とおくと

$$0 \leq d_1, d_2, d_3 \leq T \quad (2.69)$$

d_1, d_2, d_3 を平均喫水 d_m で置きかえると

$$\varepsilon \doteq e^{-Kd_m} \left\{ \rho k \Delta \frac{d^2 y_w}{dt^2} + N \frac{dy_w}{dt} + \rho g A y_w \right\} \quad (2.70)$$

この式は箱船に関しては厳密に成り立つ。この式は渡辺教授の近似式にほかならない。

Ursell-田才法に準じた方法で、diffraction potential から Lewis Form に対する縦波による強制力を求めた雁野氏の計算結果から、 d_1, d_2, d_3 を求めてみると次の通りになる²⁴⁾。

$$\begin{cases} d_1 = T \{ 1.01 - 1.64(\sigma - 1.06)^2 \} \\ d_2 = T \{ 0.94(\sigma - 0.113)^2 + 0.259 \} \\ d_3 = T \{ 1.08\sigma - 0.08 \} \end{cases} \quad (2.71)$$

ただし、断面係数 $\sigma = \nabla / B \cdot T$ として、 σ と KT の範囲は

$$\begin{cases} 0.5 \leq \sigma \leq 1.0 \\ 0 \leq KT \leq 1.5 \end{cases} \quad (2.72)$$

3.4 diffraction potential から縦波による強制力を求める方法

Lewis Form に対する diffraction potential から縦波による強制力を求める方法としては、既に二通り示されている。その1つは、Grim 法に準じて Abels がおこなつたものであり、他の1つは、Ursell-田才法に準じて雁野氏の行なつたものである^{24,25)}。いずれの場合も、入射波の速度ポテンシャルは (2.55) で $\alpha=0$ とした $\phi_{w0}=e^{-Ky}$ を用いている。しかし、これらは Lewis Form にしか適用されない。そこで、任意船型に適用できる方法を示す。これには、任意船型に対する横波による流体力を求めた方法がそのまま使える。(2.62) は

$$e = e_1 + e_2 \quad (2.73)$$

とおくと

$$e_1 = - \int_c e^{-Ky} \frac{\partial \phi}{\partial n} ds = \int_{-B/2}^{B/2} e^{-Ky} dx \quad (2.74)$$

$$e_2 = - \int_c \phi_{w4} \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (2.75)$$

e_1 は縦波による Froude-Krylov Force をあらわしており、船型さえ与えられれば計算できる。いま、船体表面上に強さ σ_w の Source を分布し、 σ_w を船体表面の境界条件 (2.57) から決めることにすると、これは前章 [2.1] で radiation potential を求めた方法がそのまま使える。この場合、船体表面の境界条件は流れ函数 Ψ_{w4} を

$$\Psi_{w4} = - \int_{B/2}^x K e^{-Ky} dx \quad \text{on } C \quad (2.76)$$

とおいて、(2.27) の左辺の x の代りに用いる。さらに前章 [2.3] で流体力を求めた方法を適用すれば

$$e_2 = -2\pi \int_c \sigma_w \left(y - \frac{1}{K} \right) ds + \int_{-B/2}^{B/2} \left(y - \frac{1}{K} \right) K e^{-Ky} dx \quad (2.77)$$

となる。いま

$$\begin{aligned} e &= e_c + i e_s \\ \sigma_{w4} &= \sigma_{wc} + i \sigma_{ws} \end{aligned}$$

とおくと, (2.73), (2.74), (2.75) より

$$e_c = -2\pi \int_c \sigma_{wc} \left(y - \frac{1}{K} \right) ds + K \int_{-B/2}^{B/2} y e^{-Ky} dx$$

$$e_s = -2\pi \int_c \sigma_{ws} \left(y - \frac{1}{K} \right) ds$$

以上により, 縦波による強制力が diffraction potential から求まった。

4. 数値計算例

船型としては二系統のものを取り上げた。まず, 田才教授の計算値と比較するため Lewis Form を選び, 次いで, 従来の方法で計算しえなかつた波無し船型を選んだ。計算法は, 船体表面を N に分割し, 各区間に強さ一定の Source の特異点を分布させる。各区間における Source の強さ σ_c, σ_s は, 前章 [2.1] の (I), (II), (III), (IV) の手順で求められる。船型が左右対称の場合, 分割数 N は偶数でなければならない。なぜならば, N を奇数とすると, N の未知数に対して独立な方程式の数が $(N-1)$ になるからである。結局, (2.44), (2.45), (2.46), (2.53), (2.54) より, 計算値として付加質量, 発散波の振幅比, 波による強制力とその in-phase 成分, out-phase 成分, さらに位相差の六種類について求めた。

4.1 計算値の精度

船体表面の分割数 N が大きくなるに従つて, 計算値が収束すると考えるのは妥当であろう。 $N=20$ とおいた場合, $K \rightarrow \infty$ のときの円筒の σ の厳密解に対し, 計算値は三桁の精度をもっている。また, 半没円筒に対して, N を増やすにつれての流体力の収束の状態をみると, 6 種の流体力のうち付加質量の収束の状態が一番悪い。それでも, $N=20$ と $N=30$ の場合を比較すると二桁まで合っている。 $N=30$ と $N=50$ の場合には四桁まで合っている。 $N=30$ で既に収束していると考えてよいであろう。そこで以後の計算では $N=30$ とした。また, 区間のとり方は, 同じ $N=30$ には, 水面近くを密にとつた場合と, 船底近くを密にとつた場合を比べると三桁まで合っている。区間のとり方は極端に片寄らない限り, 自由にとつても精度には影響しないと考えられる。船型として船幅に比して喫水の深いもの, あるいは, 波無し船型で没水楕円筒の偏平率の大きいものにあつては精度が著しく落ちる。前者にあつては, wall side のものでも, 船底付近にふくらみのある船型を計算しているようなことになり, 波無し船型の影響が入つてしまい, 後者にあつては, 偏平率が大きいということは, bilge keel に近づくことを意味し, 没水楕円筒の上面と下面で source の付号は異なりその強さは無限大に近ずき doublet の様相を呈するようになる。以上の場合はまた別の取り扱いが必要になる。計算機は HITAC 5020 E を用い, ある周波数に対して 6 種の流体力等を求めるのに要する時間は約 8 秒である。この場合の計算は 2 倍精度でおこなっている。

4.2 田才教授の計算値との比較⁷⁾

船型は 2-parameter の Lewis Form である。

$$x = (1+a_1) \cos \theta + a_3 \cos 3\theta$$

$$y = (1-a_1) \sin \theta - a_3 \sin 3\theta$$

幅深さ比 H と断面係数 σ は

$$H = \frac{B}{2T} = \frac{1+a_1+a_3}{1-a_1+a_3}$$

$$\sigma = \frac{\nabla}{B \cdot T} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1-a_1^2-3a_3^2}{(1+a_3)^2-a_1^2}$$

とおくと, 計算は Table 1 に示す 9 種の船型について行なつた。無次元化は, 付加質量係数 K_4 , 発散波の振幅比 $\bar{A}$, 波による上下方向の強制力 e', e'_c, e'_s に関して次の通りである。

$$K_4 = \frac{\rho f_c}{\frac{1}{2} \rho \pi \left(\frac{B}{2} \right)^2 C_0}$$

ただし

$$C_0 = \frac{(1+a_1+a_3)^2}{(1+a_1)^2+3a_3^2}$$

Table 1 Lewis Form

H	a_1	a_3	σ
0.2	-0.6333	-0.05	0.926
	-0.6666	0.0	0.785
	-0.7	0.05	0.644
1.0	0.0	-0.1	0.941
	0.0	0.0	0.785
	0.0	0.2	0.480
1.5	0.18	-0.1	0.947
	0.282	0.1	0.623
	0.2	0.0	0.785

Fig. 3 Lewis Form

Fig. 4 Lewis Form

Fig. 5 Lewis Form

Fig. 6 Lewis Form

Fig. 7 Lewis Form

Fig. 8 Lewis Form

Fig. 9 Lewis Form

Fig. 10 Lewis Form

Fig. 11 Lewis Form

$$\bar{A} = K \sqrt{|f_s|}$$

$$e' = \frac{e}{B/2}, \quad e'_c = \frac{e_c}{B/2}, \quad e'_s = \frac{e_s}{B/2}$$

計算値は Fig. 3～Fig. 11 に示す。周波数は $K \cdot B/2$ で無次元化してある。

付加質量係数 K_4 と発散波の振幅比 $\bar{A}$ について田才教授の計算値と本論文の計算値とを比較してみると、次のことがわかる。吃水の深い船型 ($H=0.2$) を除いては、 $\bar{A}$ は全ての船型にわたって一致している。これに対し、 K_4 は半段円筒を除く全てに対してずれを生じている。本論文の計算法は (2.53), (2.54) を見ればわかる通り、 K_4 と $\bar{A}$ は同程度の精度が予想される。これに対し田才教授の計算法では、 $\bar{A}$ にくらべて K_4 の精度はよくないはずである。また Ursell-田才法の試算式は Haskind-Newman の公式 (1.31) を表わしているのであつて、 K_4 に対して直接に試算しているわけではない。しかし、本論文の方法は全ての船型にわたって分割数 $N=30$ の場合の精度を調べたわけではないので、 K_4 に関するずれに対しては、さらに検討してみる必要がある。

喫水が深い船 ($H=0.2$) で full な船型 ($\sigma=0.926$) では、本論文の計算法では波無し船型を表わしている。分割区間のとり方による計算値のずれが大きいので、 $H=0.2$ ですでに source 分布の方法の限界を越えていると考えられるが、波無し船型にはなり得ないという積極的理由も見当たらない。ところで、Ursell-田才法では常に発散波の速度ポテンシャルを含んでいるので、波無し船型にはなり得ない。これらの点も今後の検討を要するところであろう。なお、 $H=0.2$, $\sigma=0.926$ の断面を有する三次元船型を strip method で計算する場合では、 $KB/2 < 0.1$ の範囲で考えればよく、田才教授の計算値に本論文のそれはほぼ一致しているとみなして差支えないであろう。

波による強制力の in-phase 成分 e'_c に注目してみると、Fig. 9, Fig. 10 では零になる周波数があらわれている。しかし、 e' も e'_s も存在しており波無し船型にはなっていない。つまり、 $e'_c=0$ なる有限な周波数が存在することは、波無し船型になるための必要条件であつて十分条件ではない。

位相差 ϵ はいずれの Lewis Form の場合にも、無次元化した周波数 $KB/2$ に対して linear な関係にあるとみなしてさしつかえない。 H —一定の場合には、 σ 大で ϵ は小さい。 σ —一定の場合には H 大で ϵ は大きい。

波による強制力は σ —一定の場合、 H が大きくなるに従つて大きくなり、 H —一定の場合、 σ が大きくなると

逆に e' は小さくなる。これらのことを言いかえると、U型船よりV型船の方が波による上下方向の強制力を受けやすく、同じV型でも吃水一定ならば、幅の大きい方が強制力を受けやすい。Haskindの公式により波による強制力を発散波の振幅比におきかえて、この現象を物理的に解釈してみる。静水中で船体を上下に強制動揺させたとき、船体まわりの流体は排除（あるいは吸入）され、このために発散波が生ずる。いま吃水無限大の鉛直平板を理想流体中で上下揺れさせたとしても発散波は生じない。ところがこの平板を鉛直方向に対してある角度傾けたとすると発散波を生ずる。このことからわかるように、U型船では船体が水面を切るところでは発散波は生ぜず、船体が流体を排除（吸入）するのは船底部であり、水面への影響は少ないと考えられるので発散波は小さい。これに対してV型船では、水面近くですでに船体が流体を排除（吸入）しているので、水面への影響は大きく、発散波が大きくなる。以上の考察から、船首付近の断面形状は、flare のついたものよりはU型の方が波による pitching moment および heaving force が小さくなるものと思われる。

4.3 波無し船型に対する計算値

波無し船型は Fig. 12 に示すような形状をもっており、parameter として水面幅と最大幅の比 B/D 、喫水と最大幅の比 T/D 、没水楕円の短軸と長軸の比 b/a をとることとする。以下においては、三つの parameter のうち一つだけを変化させ、そのときの流体力の変化の具合を調べる。 B/D に対して4種類、 T/D 、 b/a に対してそれぞれ3種類の変化をさせ、これを組合せた36のcaseについて計算した。考察はこれら36caseを総合しておこなったものであつて、計算例としてとりあげた掲載図面と傾向を異にするものもあることをあらかじめことわておく。計算例としては次の通りである。

B/D 変化 Fig. 13 に示すように、波無し船型の strut の幅の変化である。 $T/D=1.35$ 、 $b/a=1.00$ に対して、 $B/D=1.00, 0.75, 0.50, 0.25$ と変化させる。

T/D 変化 Fig. 20 に示すように、吃水の変化したものである。 $B/D=0.25$ 、 $b/a=1.00$ に対して、 $T/D=1.00, 1.35, 1.70$ と変化させる。

b/a 変化 Fig. 27 に示すように、没水楕円の偏平度を表わす。 $B/D=0.50$ 、 $T/D=1.00$ に対し、 $b/a=1.00, 0.50, 0.25$ と変化させる。

無次元化は

$$K_4 = \frac{f_c}{\frac{\pi}{2} D^2}, \quad \bar{A} = K \sqrt{|f_s|}, \quad e' = \frac{e}{D}$$

4.3.1 付加質量 K_4 について

4.3.1.1 T/D 変化

strut の幅に従つて異つた傾向を示す。 $B/D=1.00$ の場合は、吃水が深くなるほど、付加質量は大きくなる。その他の場合は、付加質量は喫水が変つてそれほど大きな変化は見せない。ただ、Fig. 21 からわかるように strut の幅が狭く、没水楕円筒が水面ぎりぎりの場合には付加質量は周波数に関して大きく変化し、喫水が深くなるに従つてその変化の割合が小さくなり、周波数に関せず一定の値に近づく。

4.3.1.2 B/D 変化

幅に関して単調にはならない。 $B/D=1.00$ から幅が狭くなると付加質量は減少し、 $B/D=0.75$ よりさら

Fig. 12 Waveless Form

Fig. 13 B/D Series of Waveless Form

Fig. 14 Added Mass Coefficient

Fig. 15 Wave Amplitude Ratio

Fig. 17 In-Phase Component of Heave Force

Fig. 16 Heave Force

Fig. 18 Out-Phase Component of Heave Force

Fig. 19 Phase Lag

Fig. 20 T/D Series of Waveless Form

Fig. 21 Added Mass Coefficient

Fig. 22 Wave Amplitude Ratio

Fig. 23 Heave Force

Fig. 24 In-Phase Component of Heave Force

Fig. 25 Out-Phase Component of Heave Force

Fig. 26 Phase Lag

Fig. 27 b/a Series of Waveless Form

Fig. 28 Added Mass Coefficient

Fig. 29 Wave Amplitude Ratio

Fig. 30 Heave Force and its In-Phase Component

Fig. 31 Out-Phase Component of Heave Force

Fig. 32 Phase Lag

に幅が狭くなると逆に付加質量は増加する傾向にある。

4.3.1.3 b/a 変化

strut の幅に従って異った傾向を示す。 $B/D=1.00$ では、没水楕円筒が偏平になるに従って付加質量は増える。これに対し、幅が狭くなり $B/D=0.25$ では、逆に没水楕円筒が偏平になるに従って、付加質量の周波数に関する変化が小さくなっている。

4.3.2 発散波の振幅比 $\bar{A}$

4.3.2.1 T/D 変化

喫水が深くなれば深くなるほど、つまり T/D が大きくなるに従って $\bar{A}$ は小さくなる。また、 $\bar{A}$ が零となる波無し周波数は喫水の変化に依らないとみなしてさしつかえない。

4.3.2.2 B/D 変化

幅の変化、つまり B/D が変化しても周波数の全領域に涉つての $\bar{A}$ の大小は論じられない。しかし、波無し周波数は B/D が大きいほど大きくなる。

4.3.2.3 b/a 変化

没水楕円筒の偏平率が変化しても、 $\bar{A}$ の大小は論じられない。しかし偏平率が高くなる程、つまり b/a が小さくなるに従って波無し周波数は大きくなる。

4.3.3 波による強制力 e' , e'_c , e'_s

波による強制力と発散波の振幅比 $\bar{A}$ とはその絶対値が比例するので、 e' は $\bar{A}$ と同じ傾向を示す。また、in-phase 成分 e'_c は e' とほとんど一致する。しかし、 e'_s は B/D が大きいときは e' と同じ傾向であるが、その他の B/D では e'_s の絶対値が非常に小さくなっており、またその傾向は一定しない。

4.3.4 位相差 ε

T/D 変化および b/a 変化に対して、 ε はあまり変らない。 B/D が大きくなると ε も大きくなる。

4.4 斜波による強制力

半没円筒に対する斜波の強制力の計算値は、Fig. 33 に示す。in-phase 成分と out-phase 成分は Fig. 34 に、Froude Krylov Force は Fig. 35 に示す。斜波は $\alpha=90^\circ$ の横波から 60° , 30° , 0° の縦波までについて行なつ

Fig. 33 Heave Force of Circular Cylinder in Oblique Seas

Fig. 34 In-Phase and Out-phase Component in Oblique Seas

た。波による強制力およびその out-phase 成分は、横波から縦波になるに従って小さくなる。しかし in-phase 成分と Froude Krylov Force にあつては逆の傾向になる。この傾向は横波に対する近似式 (2.66) と縦波に対する近似式 (2.68) の対応する項の修正係数をくらべてみればわかる。

5. 実 験

前章までで求められた計算値が、現実の物理現象をどの程度にあらわしているか、この計算法の実用価値は如何程のものを確かめる意味で、以下の波による上下方向の強制力を計測する実験をおこなつた。実験は二次元理論との比較のため、まず二次元船型についておこない、次いで Strip Method による理論値とくらべるために三次元船型についておこなつた。一般の斜波に対する実験は半没円筒についておこなつた。その他の船型においては、特に横波と縦波との相違に主眼をおいておこなつた。三次元船型に対しては、Pitchingless ship をねらつたので、縦波による強制力だけを計測した。実験は東京大学運動性能研究室の水槽でおこなつた。

5.1 二 次 元 模 型²⁰⁾

二次元船型としては波無し船型のうちから三種類を選んだ。要目は Table 2 に示す。記号は Fig. 12 と Fig. 36 を参照。簡単な図面を Fig. 37 に示す。

これらの模型船は、材質は木製であつて、長さ L は約 3 m の筒型になつており、中央部は長さ $l=10$ cm の別物になつている。つまり、Fig. 36 に示すように、模型船は前半部 (A)、中央部 (B)、後半部 (C) の三つの部分が一組となつて形造られている。A 部と C 部は、船底ならびに船側上部で帯板ならびにアングルで結び合せてあり、B 部は A 部、C 部とは 3 mm の間隔をあけてこの両部に接触しないようにし、可動部となつており、この B 部において斜波による二次元的強制力を計測するようにしてある。A、C は外部に固定し、B は梁を介して

Fig. 35 Froude-Krylov Force in Oblique Seas

Table 2 Two Dimensional Models

Model	b/a	B/D	B (cm)	D (cm)	b (cm)	a (cm)	L (m)	l (cm)	h (cm)
E-1	1.0	1.0	30	30	15	15	3.8	10	45
E-2	1.0	0.5	15	30	15	15	3.0	10	55
E-3	0.5	0.5	15	30	7.5	15	3.0	10	55

Fig. 36 Two-Dimensional Model

Fig. 37 Two-Dimensional Model

Fig. 38

外部に固定してある (Fig. 38 参照)。従つて波による強制力は、Bに取り付けた梁に生ずる変位として、差動トランスによつて計測される。船の前後端は波がスムーズに通過できるように、長さ 50 cm にわたつて水線面形状は、その半幅が $B/2 \cdot \{1 - (z/50)^2\}$ で表わされている。

5.2 三次元模型²⁰⁾

三次元船型としては、波無し船型を F-1, U 型船型として Lewis Form をとりあげ U-1 とした。また、波無し船型と U 型船型の中間の船型を FU-1 とした。この船型は midship section では U 型で、前後端にいくに従つて water plane の幅が狭くなるのに対し、没水楕円筒は中央部と同じ幅をもつ。要目は Table 3, Fig. 39 を参照。水線面形状は、 $x = B/2 \cdot \{1 - (z/L/2)^4\}$ とする。F-1 船で $L = 1^m 100$ とした理由は、水線面が 4 次の放物線形状をもつ場合の Weinblum の pitching moment の計算で、pitching moment が最大値をとる周波数を、この船型の波無し周波数に合わせるためである。波による強制力としては、heaving force を Fig. 40 の装置で、pitching moment を Fig. 41 の装置で別個に計測した。

Table 3 Three Dimensional Models

	b/a	B/D	B (cm)	L (m)	D (cm)	h (cm)	
F-1	0.5	0.5	10	1.1	20	45	
FU-1	0.5	1.0	10	1.0	10	40	
U-1	$a_1 = -0.633$	$a_3 = -0.5$	10	1.0	$H = 0.2$	40	$\sigma = 0.926$

Fig. 39 Three-Dimensional Model

Fig. 40

Fig. 41

5.3 実験方法

模型船は水槽のほぼ中央にあつて曳航電車に固定した。斜波に対する実験は、水槽の長手方向に対する船の方位角 α を変化させることによつて実現した。 $\alpha = 0^\circ$ が縦波をあらわし、 $\alpha = 90^\circ$ が横波をあらわす。入射波は理論では微小波高という仮定になっているが、実験ではすべて波高 3 cm とした。実験はある決つた吃水 T 、方位角 α に対し、造波機の起しうる波周期 $T_w = 0.7 \text{ sec} \sim 2.0 \text{ sec}$ の範囲の波をあてて強制力を計測した。各模型船に対して以下の実験をおこなつた。

5.3.1 E-1 船

heaving force を計測した。 $T = 15 \text{ cm}$ に対し、 $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化させたものと、 $T = 30 \text{ cm}$ 、 37.5 cm に対し $\alpha = 0^\circ, 90^\circ$ の組合せについておこなつた。Fig. 42~Fig. 44 に示す。

5.3.2 E-2, E-3 船

heaving force を計測した。 $T = 30 \text{ cm}$ 、 37.5 cm 、 45 cm に対し $\alpha = 0^\circ, 60^\circ$ の組合せについておこなつた。Fig. 45~Fig. 50 に示す。

Fig. 42 Heave Force of E-1 Model

Fig. 43 Heave Force of E-1 Model

Fig. 44 Heave Force of E-1 Model

Fig. 45 Heave Force of E-2 Model

Fig. 46 Heave Force of E-2 Model

Fig. 47 Heave Force of E-2 Model

Fig. 48 Heave Force of E-3 Model

Fig. 49 Heave Force of E-3 Model

5.3.3 F-1 船

heaving force と pitching moment を計測した。 $\alpha = 0^\circ$ に対し, $T = 20$ cm, 25 cm, 30 cm と変化させた。Fig. 51, Fig. 52 に示す。

5.3.4 U-1 FU-1 船

heaving force と pitching moment を計測した。 $\alpha = 0^\circ$ に対し $T = 20$ cm, U-1 に対しては $T = 25$ cm も行なつた (Fig. 51, Fig. 52)。

また, 実験値の無次元化は次のようにした。二次元模型船の heaving force E に対しては

$$e' = \frac{|E|}{\rho g a B l}$$

三次元模型船の heaving force E に対しては $\Sigma y(\lambda/L)$ を pitching moment M_ϕ に対しては $\Sigma \phi(\lambda/L)$ を次のように対応させた。

$$\Sigma y(\lambda/L) = \frac{|E|}{\rho g a B L}, \quad \Sigma \phi(\lambda/L) = \frac{|M_\phi|}{\frac{1}{2} \rho g a B L^2}$$

また、無次元化した入射波の周波数は、入射波の波長 λ を用い λ/L であらわした。

5.4 実験結果および考察

実験結果は Fig. 42~52 に示す。図中の実線は計算値であり、Fig. 51, Fig. 52 には Froude-Krylov の仮定に基づく Weinblum の計算値も記入してある。

5.4.1 E-1 船

$T=15\text{ cm}$ の半没円筒の場合からわかるように、強制力は横波から縦波になるに従って小さくなる。理論値は定性的にこの傾向を示している。横波に対する理論値は、実験値とよく合致しているが、縦波になるに従って理論値の方が大きくなっている。その他の吃水についても横波によるものより、縦波による強制力の方が小さくなっている。しかしこの差は吃水が深くなるに従って縮まっている。横波に関しては理論値は実験値によく合っているといえる。

5.4.2 E-2 船, E-3 船

この両船はいわゆる波無し船型である。ある周波数で発散波

Fig. 50 Heave Force of E-3 Model

Fig. 51 Pitching Moment of Three-Dimensional Models

Fig. 52 Heave Force of Three-Dimensional Models

をつくらない。つまり、Haskind の公式によつて、この周波数の波に対して強制力を受けない船型である。この波無し周波数は、横波に対するものより、縦波の場合の方がいずれも低くでている。図では力は正の領域のみで考えられているが、実はこの波無し周波数を越えると力は負の領域に入るのであつて、波無し周波数を越えた値を負の領域に裏返して図をみればわかるように、いずれの場合も縦波による実験値は横波によるものより小さくなつてゐる。このために縦波による波無し周波数は、横波によるものより低くでている。ところで、縦波による強制力より横波によるものの方が大きくなる理由として、波の water particle の orbital motion を考えた場合、横波では swaying 方向の影響を含むのに対し、縦波では heaving 方向のみが強制力に影響を与えていることによると考えられる。E-2 船より E-3 船の方が強制力は小さくなつてゐる。この理由として、同じ吃水に対しては、没水楕円筒の中心は E-3 船の方が深く沈んでゐるので、それだけ発散波をつくりにくいことによると考えられる。両船いずれの場合も横波に対する理論値は実験値とよく合つてゐるといえる。波無し周波数に対しては、横波による理論値を縦波による波無し周波数として用いることが可能であろう。

5.4.3 F-1 船, U-1 船

F-1 船はいわゆる波無し船型であつて、heaving force では理論と実験値はよく一致しており、波無し周波数では強制力はほとんど消えている。pitching moment に関しては、理論値は実験値とは定量的にあまりよい一致を示しているとはいえないが、定性的には合つてゐる。しかも通常船型の U-1 型とくらべると、pitching moment は約半分に減つてゐる。U-1 船では heaving force も pitching moment も理論値と実験値とはよい一致をみせてゐる。このことから、強制力に関しては、strip method は成り立つものとみなしてもよいであろう。両船いずれにおいても喫水変化による有意の差はみられない。F-1 船の pitching moment の実験値が波無し周波数でも消えない理由として、次のことが考えられる。pitching moment には模型船の前後端部の heaving force が大きく寄与するが、この部分では strip method が成り立たず三次元影響が含まれるであろう。また、surging force が pitching moment に混入することを防ぐため surging を許しているため、理論値を求めたときの条件と異なつてゐる。さらに、surging を許しているため、surging による慣性力が pitching moment に影響をおよぼしていると考えられる。いずれにしても F-1 船は波無し周波数において、heaving force も pitching moment も通常船型である U-1 型に比して小さくなつており、ここに、波による強制力を受けない三次元船型の存在が示されたわけである。

5.4.4 FU-1 船

この船は中央部では通常の U 型船型で、前後端付近の断面では波無し船型となつており、ある周波数以上では、中央部の受ける波の強制力に対し、前後端で over cancel している。この over cancel の量がたとえ小さくても pitching moment を考えた場合、中央部からの lever が効いてくるので、pitching moment に対する over cancel の量は大きくなる。実際に実験値においても Fig. 51, Fig. 52 からわかるように、heaving force については U-1 型に近いが、pitching moment は、U-1 船と波無し船の中間にきている。従つて、water plane の形状を変え、over cancel の量をもつと増やして、pitching moment を受けない船型の開発が可能である。

6 波無し船型用の Chart

横波に対する波無し周波数の理論値が、縦波による実験値とよく合致していることから、この横波に対する理論値を用いて波無し船型用の chart を作製してみた。Fig. 53 に示す。縦軸に無次元化した波無し周波数 KB をとり、横軸に B/D をとり、楕円の扁平の具合を表わす b/a を parameter としてとつた。ただし船型としては、没水楕円筒に wall side の strut の付いた元良船型を念頭においてゐる。この chart において、 $B/D \rightarrow 0$ のときの波無し周波数が、 $KB \rightarrow 0$ となることは容易に理解できる。これに対し、 $B/D \rightarrow 1$ のときに波無し周波数は、 $KB \rightarrow \infty$ となると考えられる。これは別所教授の求めた波無し船型の結果ならびに、田才教授の通常船型に対する Lewis Form においては $B/D=1$ となつており、常に発散波をもつ速度ポテンシャルを加えていることから類推されることである。いま、三次元波無し船型を設計することを考える。Froude-Krylov の仮定に基づいた pitching moment は、水線面形状の如何にかかわらず $\lambda/L=1.3 \sim 1.5$ で最大値をとる。そこでこの範囲に含まれる周波数で、各船体横断面で強制力を受けないような船型を選ぶならば、ここにおいて pitching moment は通常船型では最大値をとるのに対し、波無し船型では消えてしまうはずである。また同様に heaving

Fig. 53 Chart of Waveless Form

Fig. 54 Chart for Three-Dimensional Waveless Form

force も消える。そこでいま、 $\lambda/L=1.4$ と仮定して差支えないと考えられるので、この仮定のもとに Fig. 53 を書直したものが Fig. 54 である。先ず長さ L と幅 B を決め、この chart によつて B/L 点を通り横軸に平行な線を引き、chart 上の線と交わる点を適当に選んで要求に合致した B/D と b/a を選べばよい。

結 言

いままで述べてきたことをまとめると次のようになる。

(1) 二次元任意船型に対する流体力は、船体表面に source の特異点を分布させる方法によつて計算できることを示した。

(2) 波による強制力の in-phase 成分と out-phase 成分は、radiation potential を用いて Kochin 函数から求められた。radiation potential を用いたものとしては初めての例であると思われる。

(3) 斜波による強制力をあらわす実用的な理論式を提示した。さらにこの理論式から、縦波に対する渡辺教授の近似式を、また横波に対する元良教授の近似式を導出した。

(4) 横波から縦波になるに従つて、波による上下方向の強制力は小さくなることが、理論および実験によつて示された。

(5) 上下方向の波の強制力に対する三次元波無し船型の存在が確認され、波無し船型用の chart を提示した。

今後の問題点としては、source 分布法を用いた場合の任意船型の適用限界を明確にすることと、bilge keel まで含めて取り扱える方法の開発にある。著者は現在 circulation を分布させる方法について検討中であるが、未だ計算に成功していない。

終りに臨みご指導ご鞭撻を頂いた田宮真教授、元良誠三教授、別所正利教授に厚くお礼申し上げるとともに、実験ならびに図面作製にご協力頂いた東大船舶運動性能研究室杉田松次助手他の方々、東大生産技術研究所江口純弘技官、また、理論の検討に種々のご助言頂いた畏友東大大学院一色浩氏に謝意を表します。なお、計算には、東大大型計算機センターの HITAC 5020 E を使用した。

記 号

C : 二次元船型の船体表面

ds : 二次元における船体表面の線素

n : 法線

σ : source 分布の強さ、断面係数

ω : 周期運動の円周波数	∇ : 排水容積
$K=\omega^2/g$: 波数	k, K_4 : 付加質量係数
$H^\pm(K)$: Kochin 函数	N : damping 係数, 船体表面の分割数
ϕ : radiation potential	$\bar{A}$: 発散波の振幅比
ϕ_0 : 入射波の速度ポテンシャル	ε, E, e : 波の強制力
ϕ_4 : diffraction potential	ε : 横波による強制力と運動の位相差
ϕ_{w0}, ϕ_{w4} : 斜波に対する速度ポテンシャル	$\Sigma_y(\lambda/L)$: 無次元化された heaving force
a : 入射波の振幅	$\Sigma_\phi(\lambda/L)$: 無次元化された pitching moment
α : 入射波の z 軸に対する入射角	L : 船の長さ
λ : 波長	B : 船幅
y_w : 入射波の変位	T : 吃水
d_m : 平均吃水	D : 最大幅
添字 c, s : 実部および虚部を意味する	A : 水線面積
A, M : 付加質量	a, b : 没水楕円の長軸と短軸

参 考 文 献

- 1) G. Weinblum : On the Motions of Ships at Sea, SNAME (1950)
- 2) 渡辺恵弘 : 船の上下動及び縦揺の理論について, 九大工学集報 31 巻 1 号 (1958)
- 3) O.Grim : A Method for a More Precise Computation of Heaving and Pitching Motions both in Smooth Water and in Waves, 3rd Symposium of Naval Hydrodynamics.
- 4) K. Tamura : The Calculation of Hydrodynamical Forces and Moments acting on the Two Dimensional Body (Unpublished)
- 5) J. N. Newman : The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves, J. Ship Reserch, Vol. 6, No. 3 (1962)
- 6) F. Ursell : On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid, Q. J. Mech and Applied Math., Vol. 2, Pt. 3 (1949)
- 7) 田才福造 : 船の上下動揺並びに縦動揺における減衰力及び付加質量について, 造船協会論文集 105 号 (1959)
- 8) 別所正利 : 波の強制力其の他に関する覚書 (未刊), 耐航性小委員会 (1964)
- 9) 別所正利 : 波の中の船の横揺れ運動の理論について, 防大理工学研究報告 3 巻 1 号 (1965)
- 10) 別所正利 : 動揺問題における波無し分布について, 造船協会論文集 117 号 (1965)
- 11) 別所正利 : 波の中の船の運動の理論について (前進速度のない場合), 防大理工学研究報告 3 巻 2 号 (1965)
- 12) 別所正利 : 波の中の船の横揺れ運動の理論について (続報), 防大理工学研究報告 3 巻 3 号 (1966)
- 13) M. Bessho : On the Two-Dimensional Theory of the Rolling Motion of Ships, Mem. Defence Academy, Vol. 7, No. 1 (1967)
- 14) 別所正利 : 二次元波動問題に関する覚書 (未刊), 耐航性小委員会 (1968)
- 15) M. Bessho : On Boundary Value Problems of an Oscillating Body Floating on Water, Mem. Defence Academy, Vol. 8, No. 1 (1968)
- 16) W. Frank : The Heave Damping Coefficients of Bulbous Cylinders partially Immersed in Deep Water, DTMB (1966)
- 17) S. Matora : Stripwise Calculation of Hydrodynamic Forces due to Bean Seas, J. Ship Reserch, Vol. 8, No. 1 (1965)
- 18) 元良誠三, 小山健夫 : 波による Heaving および Pitching の強制力を受けない船型について, 造船協会論文集 117 号 (1965)
- 19) S. Matora and T. Koyama : On Wave Excitationless Ship Forms, (1967)
- 20) 杉浦正憲, 奥村好問 : 波による Heaving および Pitching を受けない船型について, 東大卒業論文 (1966)
- 21) 一色 浩, 佐々木博通, 西脇 透 : 横揺れに対する強制力と Damping の関係, 東大卒業論文 (1964)
- 22) J. Kotik and V. Mangulis : On the Kramers-Kronig Relations for Ship Motions, Int. Shipb. Progress, Vol. 9 (1962)
- 23) W. D. Kim : On the Harmonic Oscillations of a Rigid Body on a Free Surface, J. Fluid Mech., Vol. 21 (1965)
- 24) 雁野昌明 : 縦波による強制力 (未刊), 耐航性小委員会 (1968)

- 25) F. Abels: Die Druckverteilung an einem festgehaltenen Schiffsmodell im regelmässigen Seegang, J. Schiffbau technischen Gesellschaft (1959)

〔付録 I〕 I_c, I_s の数値計算

(2.4), (2.16) 式にあらわれる I_c, I_s を, $(x-x'), (y-y')$ に対してそれぞれ x, y とおきかえても一般性を失わないから, 次のように書き直して考えることにする。

$$I_c = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{e^{-K y} \cos u x}{u - K + i\mu} du \quad (\text{A} \cdot 1)$$

$$I_s = \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{e^{-K y} \sin u x}{u - K + i\mu} du \quad (\text{A} \cdot 2)$$

いま,

$$\pi J = \int_0^\infty \frac{e^{-iKx - i\mu y}}{u + iK} du \quad (\text{A} \cdot 3)$$

とおくと, (A・1), (A・2) 式は次のようになる。

$$I_c = R_e\{\pi J\} - \pi e^{-Ky} \sin K|x| - i\pi e^{-Ky} \cos K|x| \quad (\text{A} \cdot 4)$$

$$I_s = \text{sgn}(x) [I_m\{\pi J\} + \pi e^{-Ky} \cos K|x| - i\pi e^{-Ky} \sin K|x|] \quad (\text{A} \cdot 5)$$

したがって, I_c, I_s を計算するためには (A・3) を計算する必要がある。いま, $z = |x| + iy$ とすると, (A・3) は

$$\pi J = e^{-iKz} \int_{iKz}^\infty \frac{e^{-v}}{v} dv \quad (\text{A} \cdot 5')$$

この式は exponential integral にほかならない。(A・5') の右辺の積分の項を

$$E(iKz) = \int_{iKz}^\infty \frac{e^{-v}}{v} dv = E_c - iE_s \quad (\text{A} \cdot 6)$$

とおくと

$$R_e\{\pi J\} = (E_c \cos K|x| + E_s \sin K|x|) \cdot e^{-Ky} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

$$I_m\{\pi J\} = (E_c \sin K|x| - E_s \cos K|x|) \cdot e^{-Ky} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

となる。いま Euler 常数 γ に対して

$$\gamma = \log \gamma'$$

となる γ' をとることにすると, (A・6) 式は

$$E(iKz) = -\log(iKz\gamma') - \sum_{n=1}^\infty \frac{(-iKz)^n}{n \cdot n!} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

いま,

$$z = |x| + iy = r_2 e^{i\theta_2} \quad (\text{A} \cdot 10)$$

ただし,

$$r_2 = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \frac{y}{|x|} \quad (\text{A} \cdot 11)$$

とすると,

$$E(iKz) = -\log(\gamma' K r_2) - i\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) - \sum_{n=1}^\infty \frac{(K r_2)^n e^{in(\theta_2 - \pi/2)}}{n \cdot n!} \quad (\text{A} \cdot 12)$$

したがって

$$E_c = -\log(\gamma' K r_2) - \sum_{n=1}^\infty \frac{(K r_2)^n}{n \cdot n!} \cos n\left(\theta_2 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{A} \cdot 13)$$

$$E_s = \left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{n=1}^\infty \frac{(K r_2)^n}{n \cdot n!} \sin n\left(\theta_2 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{A} \cdot 14)$$

これらを (A・7), (A・8) に代入し, さらに (A・4), (A・5) に代入すれば I_c, I_s は求まり次のようになる。

$$I_c = \{E_c \cos K|x| + (E_s - \pi) \sin K|x|\} e^{-Ky} - i\pi e^{-Ky} \cos K|x| \quad (\text{A} \cdot 15)$$

$$I_s = \text{sgn}(x) [\{E_c \sin K|x| - (E_s - \pi) \cos K|x|\} e^{-Ky} - i\pi e^{-Ky} \sin K|x|] \quad (\text{A} \cdot 16)$$

〔付録 II〕 核 函 数 S_c

第2章の積分方程式 (I) の核函数 S_c は, (2.14), (2.19), (2.23), (A.16) より

$$S_c = \theta_1 - \theta_2 - 2 \operatorname{sgn}(x - x') [I_m\{\pi J\} + \pi e^{-K(y+y')} \sin K|x - x'|] \quad (\text{A} \cdot 17)$$

この函数は、Fig. 1 A で考えることにすると、P点とQ点が重なったとき注意しなければならない。Q点が Q_1 の側からP点に近ずいたときの θ_1 の値を θ_{1p} とし、 Q_2 の側からの場合を θ_{1p}' とすると

$$\theta_{1p} - \theta_{1p}' = \pi \quad (\text{A} \cdot 18)$$

となる。従つて、 S_c もQ点がP点を越えるとき π だけのくい違いが生ずることを考慮に入れて計算しなければならない。

Fig. 1 A