(昭和 45 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

標準ユニット法による船体局部強度解析

正員 堀

徹*

On the Analysis of Local Strength of Ship, Using the
“Standard Unit Method”

By Thoru Hori

Summery

The analysis by finite element method generally requires a large amount of input data, and considerable amount of time to obtain stiffness matrices.

The “Standard Unit Method”, described in this paper, is introduced in order to dissolve those difficulties. In this method, the information about the joints and elements, which are established on the object structure, is not needed any longer. Each of unit stiffness matrices is calculated directly by the simple addition of the partial stiffness matrices, which are obtained in advance in connection with the “Standard Unit”.

In this paper, some example is described about the analysis of local strength of ship, using the “Standard Unit Method”.

1 緒 言

有限要素法によつて計算を行う場合の問題点の一部として次の二つの点を挙げる事ができる。

(i) 一般に計算対象構造物にもうけられた全ての節点、要素について情報を与えねばならぬので、そのインプットデータは非常に多くなり、誤りなくインプットデータを作製するには多大の労力を必要とする。

(ii) ある構造物について計算を行い、次にその構造物の一部の寸法を変化させるようなシリーズ計算の場合に、インプットデータは各ケース毎にその都度新たに作製する必要がある、又剛性マトリックスも同時に前の構造物の剛性マトリックスとは関係なく、一つ一つの要素の剛性マトリックスから計算しなくてはならない。

著者はこれらの点を解消するために標準ユニットの概念を導入し、又それによつて種々の船体局部強度解析をおこなつたので、その概要について報告する。

2 標準ユニット法について

有限要素によつて構造物の計算を行う場合、構造物にもうけられる要素の節点がある程度以上に多い時には、構造物全体の剛性マトリックスを求め一度に各節点の変位を求めるのは、計算時間の点で損であり、計算機の容量の点からも無理である場合が多い。このような場合、一つの方法として、先づ構造物をいくつかのブロック(ユニット)に分割し、各ユニットについて求めた剛性マトリックスに、そのユニットについての既知量を考慮することによつて剛性マトリックスを縮小した上で全体につなげる、いわゆる“ユニット分割法”がとられる。

本論文に述べる“標準ユニット法”は、この“ユニット分割法”においてユニットの剛性マトリックスを求める一つの方法について述べたものである。

2.1 標準ユニット

構造物をユニットに分割する場合、各々のユニット形状は適当な線型変換を与えることによつて、ある規準の形状は帰着できる場合が多い。例えばユニットの形状が図 1 のような任意の三角形形状を形成する場合、全て図 2 に示す直角二等辺三角形に帰着できる。即ち図 2 の座標に線型変換を与えると新しい座標は次のように表すこと

* 日立造船技術研究所

図1 ユニット形状

図2 標準ユニット

ができる。

$$\begin{cases} x = a_1 \bar{x} + a_2 \bar{y} \\ y = a_3 \bar{x} + a_4 \bar{y} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)で表わされる線型変換によつて、図2の三角形が図1の三角形に一致する条件は、この変換の過程において直線は直線を保つので、図2の節点座標が、図2の節点座標に一致すればよい。この条件を考慮すると次の解をうる。

$$\begin{cases} a_1 = a, & a_2 = c \\ a_3 = b, & a_4 = d \end{cases} \quad (2)$$

(2)を(1)に代入すれば

$$\begin{cases} x = a\bar{x} + c\bar{y} \\ y = b\bar{x} + d\bar{y} \end{cases} \quad (3)$$

以上、図2の三角形に(3)式の線型変換を与えることによつて図1の三角形が求められる。

本論文においては図2で示されるユニット分割を行う場合の規準となるような形状を標準ユニットと呼んでいる。

2.2 ユニットの剛性マトリックスの導入

2.1 で述べたように構造物にもうけられたユニット形状が標準ユニットに線型変換を与えることによつて得られる場合、その剛性マトリックスも標準ユニットに関する剛性マトリックスの部分マトリックスを適当に加算することにより直接求められることを以下に示す。

実際のユニットと標準ユニットの間には次のような関係が保たれたものと仮定する。

(i) ユニット内の節点座標は、標準ユニットからユニット形状をうる場合の線型変換のパラメータによつて全て表わされるものとする。即ち、標準ユニットの節点座標を $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ とすると、それに対応するユニット内の節点座標は高々次式で求められるものとする。

$$\begin{cases} x_i = a_1 \bar{x}_i + a_2 \bar{y}_i \\ y_i = a_3 \bar{x}_i + a_4 \bar{y}_i \end{cases} \quad (4)$$

(ii) ユニット内の要素分割は全て標準ユニット内の要素分割にならうものとする。

図3はユニット内の一つの要素を取り出したものであるが、当要素の剛性マトリックスは衆知のごとくに、次式で表わすことができる。

$$K_e = \frac{Et}{1-\nu^2} \frac{1}{4A} \mathbf{N}^T \mathbf{B} \mathbf{N} \quad (5)$$

ここに

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_3 - x_1 & y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad 2A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

図3 有限要素

E : ヤング率, ν : ポアソン比, t : 要素の平均板厚

(5)式を見ると、要素の節点座標に関係するのは、 N と A であることが判る。ここで説明の便宜上、 N, A を次の形で表すことにする。

$$N = N(x_i, y_i), \quad A = A(x_i, y_i) \quad (6)$$

(6)式において、 x, y を標準ユニットの座標 $\bar{x}, \bar{y}$ で表わすと、(4)式より

$$\begin{aligned} N &= N(x_i, y_i) = N(a_1\bar{x}_i + a_2\bar{y}_i, a_3\bar{x}_i + a_4\bar{y}_i) \\ &= a_1N(\bar{x}_i, 0) + a_2N(\bar{y}_i, 0) + a_3N(0, \bar{x}_i) + a_4N(0, \bar{y}_i) \\ &= a_1 \cdot N_1 + a_2 \cdot N_2 + a_3 \cdot N_3 + a_4 \cdot N_4 \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式において N_1, N_2, N_3, N_4 はユニットの形状には関係なく定まるマトリックスである。

一方 A は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} A &= A(x_i, y_i) = A(a_1\bar{x}_i + a_2\bar{y}_i, a_3\bar{x}_i + a_4\bar{y}_i) \\ &= \begin{vmatrix} 1, & a_1\bar{x}_1 + a_2\bar{y}_1, & a_3\bar{x}_1 + a_4\bar{y}_1 \\ 1, & a_1\bar{x}_2 + a_2\bar{y}_2, & a_3\bar{x}_2 + a_4\bar{y}_2 \\ 1, & a_1\bar{x}_3 + a_2\bar{y}_3, & a_3\bar{x}_3 + a_4\bar{y}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1, & \bar{x}_1, & \bar{y}_1 \\ 1, & \bar{x}_2, & \bar{y}_2 \\ 1, & \bar{x}_3, & \bar{y}_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & a_1, & a_3 \\ 0, & a_2, & a_4 \end{vmatrix} \\ &= (a_1a_4 - a_2a_3) A(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = (a_1a_4 - a_2a_3) \bar{A} \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式において $\bar{A}$ は、ユニットの形状には関係なく求めることができる。

(7)式を(8)式に代入して整理すれば

$$\begin{aligned} K_e &= \frac{t}{a_1a_4 - a_2a_3} \{a_1^2K_{e1} + a_1a_2K_{e2} + a_1a_3K_{e3} + a_1a_4K_{e4} + a_2^2K_{e5} \\ &\quad + a_2a_3K_{e6} + a_2a_4K_{e7} + a_3^2K_{e8} + a_3a_4K_{e9} + a_4^2K_{e10}\} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに

$$\begin{aligned} K_{e1} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} N_1^T \cdot B \cdot N_1, & K_{e2} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{\bar{N}_1^T \cdot B \cdot \bar{N}_2 + \bar{N}_2^T \cdot B \cdot \bar{N}_1\} \\ K_{e3} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{N_1^T \cdot B \cdot N_3 + \bar{N}_3^T \cdot B \cdot N_1\} \\ K_{e4} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{N_1^T \cdot B \cdot N_4 + N_4^T \cdot B \cdot N_1\} \\ K_{e5} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} N_2^T \cdot B \cdot N_2, & K_{e6} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{N_2^T \cdot B \cdot N_3 + N_3^T \cdot B \cdot \bar{N}_2\} \\ K_{e7} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{N_2^T \cdot B \cdot N_4 + N_4^T \cdot B \cdot N_2\}, & K_{e8} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{1A} N_3^T \cdot B \cdot N_3 \\ K_{e9} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} \{N_3^T \cdot B \cdot N_4 + N_4^T \cdot B \cdot N_3\} & K_{e10} &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{4A} N_4^T \cdot B \cdot N_4 \end{aligned}$$

さて要素の剛性マトリックスはユニットの剛性マトリックスに関する部分マトリックスと解せられ、要素の剛性マトリックスを合成することによってユニットの剛性マトリックスを求めることができる。(i), (ii)の仮定よりユニット内の全ての要素について(9)式が成立するので、ユニットの剛性マトリックス K は次式で計算できる。

$$\begin{aligned} K &= \frac{t}{a_1a_4 - a_2a_3} \{a_1^2K_1 + a_1a_2K_2 + a_1a_3K_3 + a_1a_4K_4 + a_2^2K_5 \\ &\quad + a_2a_3K_6 + a_2a_4K_7 + a_3^2K_8 + a_3a_4K_9 + K_{10}\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 $K_i = \Sigma' K_{ei}$ 、 Σ' はユニットに関する要素の剛性マトリックスの合成を表す。

(10)式において $K_1 \sim K_{10}$ は線型変換の過程において不変量である。従つて予め $K_1 \sim K_{10}$ を計算しておけば、標準ユニットに線型変換を与えることによって得られる任意のユニットの剛性マトリックスは、ユニット内の節点や要素に関する情報を与えなくても、又、一つ一つの要素の剛性マトリックスを計算することなく直接(10)式より求めることができる。この際必要なのは線型変換に必要なパラメーターの値、およびユニット内の平均板厚のみである。

以上線型変換に関し最も一般的な4つのパラメーターを要する場合について述べたが、ユニットの種類によっては、より少ないパラメーター数で十分である場合も多い。例えば変換から回転の成分を除けば(3)式に次の条件を与えればよい。

図 6 標準ユニット

決定する寸法として図の中に寸法線で示した 13 ケの値が考えられるが、これらの寸法が与えられた時、各々のユニット形状も自動的に決定されるようにユニットの分割を行なった。このようにユニットの分割を行なった場合に、計算に必要な標準ユニットを図 6 に示す。

表 1 に図 5 の各ユニットが、図 6 のどの標準ユニットに対応するかを示した。このように標準ユニットを当てはめた場合、実際には図 7 のような要素分割を行なつて計算したことになる。

図 6 の標準ユニットを実際のユニットに当てはめる場合に必要な線形変換の型について述べる、

(i) 標準ユニット No.1 および No.2 については、次のような線形変換を行なっている。

$$\begin{cases} x_i = a_1 \bar{x}_i & x_i, y_i & \text{実際のユニット節点座標} \\ y_i = a_3 \bar{x}_i + a_4 \bar{y}_i & \bar{x}_i, \bar{y}_i & \text{標準ユニット節点座標} \end{cases} \quad (15)$$

従つて(10)式は次のように書き改めることができる。

$$K = \frac{t}{a_1 a_4} \{a_1 K_1 + a_1 a_3 K_3 + a_1 a_4 K_4 + a_3^2 K_8 + a_3 a_4 K_9 + a_4^2 K_{10}\} \quad (16)$$

従つてユニットの剛性マトリックス計算に必要な標準ユニットの部分マトリックスの数は 6 個となる。

(ii) 標準ユニット No.3, No.4 は次のような線形変換をとる。

$$\begin{cases} x_i = a_1 \bar{x}_i \\ y_i = a_4 \bar{y}_i \end{cases} \quad (17)$$

この場合ユニットの剛性マトリックスは式(12)で表わされる。

(iii) 標準ユニット No.5, No.6 は、相似関係を保ちながら変換され次のように表わされる。

$$\begin{cases} x_i = a_1 \bar{x}_i \\ y_i = a_1 \bar{y}_i \end{cases}$$

この場合の剛性マトリックスは式(14)で表わされる。

図 8 にこのようにして作られた三差部応力計算専用プログラムによる計算の一例を示す。計算に用いた三差部の形状寸法および、外力状態をおのおの表 2, 3 に示す。図 8 の・印は実船実験による計測値である。

表 1 三差部応力解析におけるユニット標準
ユニット対応表

ユニット番号	標準ユニット	ユニット番号	標準ユニット
C-1	4	W-1	2
C-2	2	W-2	2
C-3	4	W-3	2
V-1	5	W-4	2
V-2	3	W-5	6
V-3	5	W-6	4
V-4	1	W-7	4
V-5	2	L-1	4
V-6	1	L-2	4
V-7	1	L-3	4
V-8	1

図 7 ユニット分割図

表2 三叉部の形状寸法

(単位: m)

d_v	d_w	d_c	d_s	R	r	l_c	l_w	l_{vw}	l_b	l_b	l_{bb}	t_s
1.98	1.99	2.22	0.89	2.70	0.60	3.70	1.34	0.65	1.90	3.20	3.40	3.86

* 記号については図5参照

図8 A船応力分布計算結果

表3 三叉部に関する外力条件

(イ) 各断面に働く力 (単位: ton, ton-m)

セクション番号	曲げモーメント	せん断力	軸力
1	14.61	-118.55	17.35
2	-143.78	43.24	210.67
3	162.62	-50.30	354.00
4	52.54	18.44	102.30

(ロ) タンク内水位, 喫水 (単位: m)

	センタータンク内水位	ウィングタンク内水位	喫水
0点調整時	4.17	0	6.71
計測時	14.70	0	14.70

3.2 スロット周辺の応力

タンカーなどの船体構造では横部材と縦部材が、横部材のウェブにもうけられたスロット部で結合される。更にウェブにはスティフナーがもうけられ、スティフナーを介しても縦部材と横部材が結合されている。このような部分では、外力、形状、境界条件が複雑であつて有限要素法による計算が必要と考えられる。

図9-1は横けたのスロット回りの形状を示すが、解析に当つては図のぬりつぶした部分を船体から切り出し解析を行なつた。

この場合、切断面に働く断面力の分布は梁理論によつて得られる断面力には一致せず、一般の強度計算で得られたような、せん断力、曲げモーメント、軸力の値のみでは表しえないものと考えられる。しかし断面力分布の梁理論からのずれは局部的な外力条件、境界条件に起因するものと考えられ、たとえ切断面の節点力を梁理論に従つて与えても一パネルこえたパネルにおいては、ほぼ実際に近い断面力の分布になるものと考えられる。そこで計算プログラムにおいては計算対象とするパネルを中心に左右一パネルづつとつた合計3パネルをとりだし計算を行なつている。

図9-2は計算に用いられた系の境界条件を示したものである。図のごとくに、断面1上の各節点で図の x, y 方向の変位を拘束した。断面2には各種強度計算などから得られたせん断力、曲げモーメント、軸力を梁理論に従つて節点力に換算し与えている。また縦部材の切断面(断面3, 4)には縦部材から横部材に加わる力をせん断力として与えた。また断面4では図の z 方向の変位を拘束し回転をとめた。

境界1, 2には面材や外板があるため、その効果をバネでおきかえ各節点間に与えた。境界3では、ウェブと

図9-1 横けた

図9-2 対象とする系の境界条件

図 10 パネルの要素分割

表 4 スロット回りの応力解析における
ユニット標準ユニット対応表

ユニット 番	標準 ユニット	*	ユニット 番	標準 ユニット	*
U-1	10	2	M-12	3	3
U-2	10	2	M-13	3	3
U-3	17	2	M-14	2	3
U-4	10	2	M-15	3	3
L-1	3	3	M-16	2	3
L-2	3	3	M-17	3	3
L-3	7	2	M-18	2	3
L-4	20	1	M-19	16	2
L-5	9	2	R-1	7	2
L-6	15	2	R-2	20	2
L-7	14	2	R-3	20	2
L-8	5	2	R-4	15	2
L-9	2	3	S-1	21	2
L-10	3	3	S-2	11	2
M-1	2	3	S-3	3	3
M-2	3	3	S-4	2	3
M-3	2	3	S-5	1	3
M-4	3	3	S-6	19	2
M-5	2	3	S-7	18	2
M-6	3	3	S-8	6	2
M-7	3	3	S-9	12	2
M-8	3	3	S-10	4	2
M-9	3	3	S-11	13	2
M-10	3	3	S-12	5	2
M-11	3	3			

* 標準ユニットを実際のユニットに合わせるために
必要なパラメーターの数

図 11 (3) 標準ユニット (その3)

図 11 標準ユニット

図 12(ホ) スティフナー下部応力分布

図 13 スティフナー下部応力分布

スティフナーおよび縦部材が交わっているが、この線上では両者の y 方向変位を等しくした。外力としては上記以外に直接ウェブに加わる分布荷重 w を考えた。又、A-A'間は外板でつながれているが、その効果をA-A'間の x 方向相対変位および y 方向相対変位に抗するパネで置きかえ、A-A'に設置した。スティフナーの上端B点は面材が図の z 方向に剛性を有するため、その変位に対し反力をうけると考えられる。そこでその効果をパネで置きかえB点に挿入している。

パネルのユニット分割の様子を図 10 に示す。図のサブユニットが標準ユニットに対応している。スロット周辺の形状は図に示す 10 個の寸法によつてほぼ決定できると考えられるが、ユニット分割に際しては、これらの寸法が与えられれば自動的にユニット形状も定まるよう留意した。

当計算に使用した標準ユニットを図 11 に示す。図 10 に示すサブユニットと図 11 の標準ユニットの対応を表 4 に示す。表には標準ユニットを実際のユニットにあてはめる場合に必要な線型変換に関するパラメーターの数も示した。

このように標準ユニットを適用した場合、実際には図 10 のような要素別分割に対して計算を行なつたことになる。

図 12 (イ)～(ホ)はこのようにして作られたスロット回りの応力計算専用プログラムによつて得られた計算値の一例である。計算に用いたパネルの形状寸法および外力状態を表 5, 6 に示す。

図 12 には各外力が単独に働く場合の計算値も示した。図 12(イ)はスロット自由の縁に沿つた方向の応力を示している。図のごとくかなり高い応力値を示している。図 12(ロ)は曲げ応力の分布を示している。図によると曲げモーメントが単独に働く場合にはほぼ梁理論に合つた応力分布を示すのに反し、せん断力が働く場合には梁理論とはかなり異なつた分布を示す。図 12(ハ)はスロットを結ぶ水平断面における応力分布を示す。図の○印は模型実験による計測値である。図 12(ニ)は、せん断力の分布状態を示している。図 12(ホ)はスティフナー下端の応力分布を示す。

図 13 はスティフナー下端の深さ方向応力分布を梁理論に従つて求めた応力分布と比較したものである。図の

表 5 パネル寸法形状 (単位: mm)

d_w	h	h_s	s	b_1	b_2	b_3	r_1	r_2	r_3
400	105	100	186	35	30	0	0	0	0

* 記号については図 10 参照

表 6 スロット回りの外力条件

M (ton-m)	F (ton)	N (ton)	W_1 (ton)	W_2 (ton)	w (ton/m)
-1.84	1.62	0	1.62	0	0.93

* 記号については図 9 参照

ごとく応力集中部においては、有限要素法による計算値は梁理論による計算値のほぼ1.8倍程度の値となつてゐる。

4 結 言

有限要素法の計算にありがちなインプットデーター作製作業を簡略化し、また計算時間をも短縮する目的で作製した標準ユニット法についてその概略を述べ、また当標準ユニット法を使用した三差部応力計算プログラムおよびスロット廻りの応力計算プログラムによる計算例を示した。

参 考 文 献

- 1) O. C. Zienkiewicz and other "Stress Analysis" Wiley, 1965.
- 2) O. C. Zienkiewicz and other "The Element Method in Structural and Continuum Mechanics" McGraw-Hill, 1967.
- 3) 吉識 他: "マトリックス法による船体構造解析" 造船協会論文集123号