(昭和 45 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

船体の吹出し分布に関する考察

正員 小 林 正 典* 正員 池 畑 光 尚**

On the Source Distribution Representing Ship Hull Form

by Masanori Kobayashi, *Member* Mitsuhsia Ikehata, *Member*

Summary

Recently, many research works have been contributing toward ship hull forms being represented by more exact singularities distribution. Most of them were based on the assumption of the thin ship in which singularities are distributed on ship's center plane.

The authors examined the limitation of the thin ship approximation by numerical works. It proved that this approximation was appropriate only to extremely thin ships.

One numerical method for calculating singularity distribution on the ship surface was developed considering the wave making effect. In this method the ship surface was replaced by many squared patches.

For two mathematical hull forms, the singularity distributions were determined by this calculus, and the calculated wave making resistances were compared with the experimental results.

1 緒 言

船の造波抵抗の研究は、19 世紀の Michell¹⁾の定常造波抵抗理論を皮切りに、今日迄、数多くの研究者によつて研究されてきた。通常、排水量型船型と造波抵抗を、直接結びつけるのが困難である為、途中に特異点分布を考えるのが一般的であるが、Hess & Smith²⁾、荻原等³⁾の船体表面特異点分布以外は、ほとんど、船の幅は長さ に比べ極めて小さいという仮定のもとに、船型を表わす特異点分布を船体中心線面に分布した Thin Ship Theory として問題が扱われてきた。著者の一人⁴⁾、中武等⁵⁾は、与えられた船型に対して、Thin Ship の仮定のもとに、船体中心線面の特異点分布を数値的に計算している。しかし、実際我々が取扱う船型は、Thin Ship の近似に見合う程薄くない。

今回、簡単な数値計算によつて、Thin Ship 近似の限界を調べてみたところ、極端に巾の狭い船 ($B/L < 0.02$) 以外は、この仮定に合わないことが明らかとなつた [付録]。したがつて、通常の船型の吹出し分布は、船体表面上で考えるのが順当であることになるが、造波の影響まで考慮する場合は、Hess & Smith²⁾流に船体表面を小四辺形平面に分割近似しても、大変な計算となる。この点、鉛直面内の分布は計算に便利であるため捨て難い。そこで、鉛直な吹出し分布面を船体表面に十分近くとつて、船体表面上の積分演算を鉛直面内の積分で近似することが考えられる。

そこで、本論文では、船体表面を通る階段状のブロック積み分布面を考え、著者の一人⁴⁾の方法を応用して、船体を表わす特異点分布を近似的に計算した。

実際の計算に用いた船型は水線面形状が、2 次式で表わされる Wall side のものと Wigley 船型を使つた。

2 基 礎 式

船体が速力 V で前進する代りに x 軸の正の方向に一様流が存在し、船は自由表面をもつこの一様流の中に静止しているものとする。座標系を Fig. 1 のようにとると、船型方程式は、

* 三井造船技術本部

** 横浜国立大学工学部

Fig. 1 Coordinates

$$\left. \begin{array}{l} y = \pm y_0(x, z) \\ -l_1 \leq x \leq l_2 \\ d(x) \leq z \leq 0 \\ y_0 \geq 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

ただし、 $y = \pm y_0(x, z)$ の様に与えられるが、問題を簡単化して考える為に $l_1 = l_2 = l$, $d(x) = d$ とし

$$\left. \begin{array}{l} d/l = t, \quad x/l = \xi, \quad y/l = \eta, \quad z/l = \zeta \\ y_0(x, z) = \eta_0(\xi, \zeta), \quad gl/V^2 = k_0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

で無次元化して問題を扱うこととする。

さて、船体表面 S 上に吹出し密度分布関数 $m(\xi, \eta, \zeta)$ (単位時間当りの総吹出し量を V で除した値で、無次元化された吹出し密度分布関数を表わす) が分布するとき、一般に船の攪乱ポテンシャル ϕ_s は、 V を単位速度にとるとき

$$\phi_s(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{4\pi} \iint_S m(\xi', \eta', \zeta') G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') dS \quad (3)$$

で表わされる。ここで $G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta')$ はグリーン関数で次の様に示される。

$$G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') = G_1 + G_2 + G_3 \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} G_1 = -\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \\ G_2 = \begin{cases} -4 \int_{-\pi/2+\alpha}^{\pi/2} k_0 \sec^2 \theta \cdot e^{k_0(\zeta+\zeta') \sec^2 \theta} \sin\{k_0 \sec^2 \theta \cdot r \cdot \cos(\theta-\alpha)\} d\theta & \text{for } \eta-\eta' > 0 \\ -4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2+\alpha} k_0 \sec^2 \theta \cdot e^{k_0(\zeta+\zeta') \sec^2 \theta} \sin\{k_0 \sec^2 \theta \cdot r \cdot \cos(\theta-\alpha)\} d\theta & \text{for } \eta-\eta' < 0 \end{cases} \\ G_3 = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2+\alpha}^{\pi/2+\alpha} d\theta \int_0^\infty \frac{n k_0 \sec^2 \theta \cdot \cos\{n(\zeta+\zeta')\} - n^2 \sin\{n(\zeta+\zeta')\}}{n^2 + (k_0 \sec^2 \theta)^2} e^{-nr \cos(\theta-\alpha)} dn \end{array} \right\} \quad (5)$$

ただし $r^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2$, $r_1^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2$
 $r_2^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta + \zeta')^2$, $-\pi \leq \alpha = \tan^{-1}(\eta - \eta' / \xi - \xi') \leq \pi$

3 船型条件

船体表面で満足される条件、すなわち、船体表面に於いて外向きの法線方向の速度が零となる条件 (船型条件) は、

$$(n\nabla)\phi_s + n_\xi = 0 \quad (6)$$

で表わされる。ただし、 n は船体表面上の任意の点に立てた外向き法線ベクトルで (n_ξ, n_η, n_ζ) なる成分をもつ。(6) に (3) を代入すると、

$$\begin{aligned} (n\nabla)\phi_s &= \left(n_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} + n_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} + n_\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \phi_s \\ &= \frac{1}{4\pi} \left(\begin{aligned} &n_\xi \iint_S m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta')}{\partial \xi} dS \\ &+ n_\eta \iint_S m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta')}{\partial \eta} dS \\ &+ n_\zeta \iint_S m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta')}{\partial \zeta} dS \end{aligned} \right) \\ &= -n_\xi \end{aligned} \quad (7)$$

一方、船型方程式が (1) で与えられており、船体の周りの流れは、 $\xi\zeta$ 平面に対して左右対称であるので、船型条件は片舷についてだけ考えれば十分であるから、 $\eta \geq 0$ の場合について考えることとする。このとき、

$$\left. \begin{array}{l} n_\xi = -\frac{\partial \eta_0 / \partial \xi}{\sqrt{(\partial \eta_0 / \partial \xi)^2 + 1 + (\partial \eta_0 / \partial \zeta)^2}} \\ n_\eta = \frac{1}{\sqrt{(\partial \eta_0 / \partial \xi)^2 + 1 + (\partial \eta_0 / \partial \zeta)^2}} \\ n_\zeta = -\frac{(\partial \eta_0 / \partial \zeta)}{\sqrt{(\partial \eta_0 / \partial \xi)^2 + 1 + (\partial \eta_0 / \partial \zeta)^2}} \end{array} \right\} \quad (8)$$

となる。又、船体表面の $\eta \geq 0$ の面を S_+ , $\eta \leq 0$ の面を S_- とすると (7) は、

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\partial \eta_0}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \phi_s \\ &= \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} \left\{ \iint_{S_+} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \xi} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds + \iint_{S_-} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \xi} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds \right\} \right. \\ & \quad \left. + \left\{ \iint_{S_+} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \eta} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds + \iint_{S_-} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \eta} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds \right\} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial \eta_0}{\partial \zeta} \left\{ \iint_{S_+} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \zeta} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds + \iint_{S_-} m(\xi', \eta', \zeta') \frac{\partial}{\partial \zeta} G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta', \zeta') ds \right\} \right] \\ &= \frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (9)$$

(9) は、 $m(\xi, \eta, \zeta)$ に関する積分方程式であるから、これにより吹出し密度関数 $m(\xi, \eta, \zeta)$ を決定することができれば、船の造る波高、造波抵抗等が計算することができ、問題が解けたこととなる。

4 積分方程式の解法

前節の (9) 式のままで積分方程式を解き、吹出し密度分布関数 $m(\xi, \eta, \zeta)$ を一般的に決定することは、非常にむづかしいので、緒言に述べたところにしたがって、次の様な仮定をする。すなわち、積分を簡単化するために ξ 方向に M 分割、 ζ 方向に N 分割する。そのときの $A(\xi_i, 0, \zeta_j)$, $B(\xi_{i+1}, 0, \zeta_j)$, $C(\xi_i, 0, \zeta_{j+1})$, $D(\xi_{i+1}, 0, \zeta_{j+1})$ [$i=1, 2, 3, \dots, M, j=1, 2, 3, \dots, N$] を頂点とする矩形の中心点を $E(\xi_{0i}, \zeta_{0j})$ とし、 E 点を船体表面に投影した点 E' の η 座標を $\eta_{ij} = \eta_0(\xi_{0i}, \zeta_{0j})$ とするとき、 $A'(\xi_i, \eta_{ij}, \zeta_j)$, $B'(\xi_{i+1}, \eta_{ij}, \zeta_j)$, $C'(\xi_i, \eta_{ij}, \zeta_{j+1})$, $D'(\xi_{i+1}, \eta_{ij}, \zeta_{j+1})$ の四点で構成される矩形面と、船体中心線面に対して対称な矩形面の二つの面で構成されているブロック積み分布面を考える。これらの微小矩形分布面においては、吹出し密度は一様であるとし、その吹出し密度を m_{ij} とする。このような仮定のもとに (9) 式の各項の積分は総和の形で表わすことができ、又、船型を表わす吹出し密度が船体中心線面に対して対称であることを考慮すると (9) は次のように書くことができる。

Fig. 2 Distributed Surface

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{\partial \eta_0(\xi, \zeta)}{\partial \xi} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N m_{ij} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \xi} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{ij}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{ij}, \zeta')\} d\zeta' \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N m_{ij} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \eta} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{ij}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{ij}, \zeta')\} d\zeta' \right. \\ & \quad \left. + \frac{\partial \eta_0(\xi, \zeta)}{\partial \zeta} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N m_{ij} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \zeta} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{ij}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{ij}, \zeta')\} d\zeta' \right] \\ &= -\frac{\partial \eta_0(\xi, \zeta)}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式は、船体表面上の点 $(\xi_{0m}, \eta_{mn}, \zeta_{0n})$ [$m=1, 2, \dots, M, n=1, 2, \dots, N$] において満足される条件であるから、 m_{ij} に関する $M \times N$ 元の連立方程式となり、 m_{ij} の係数が計算されれば、 m_{ij} は数値的に求めることができる。(10) の m_{ij} の各係数は、次の諸式で計算される。

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \xi} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{ij}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{ij}, \zeta')\} d\zeta' \\ &= \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_L}{\partial \xi} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \xi} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_{ul}}{\partial \xi} d\zeta' \end{aligned} \quad (11. a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \eta} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{lj}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{lj}, \zeta')\} d\zeta' \\ &= \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_l}{\partial \eta} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \eta} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_u}{\partial \eta} d\zeta' \end{aligned} \quad (11. b)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial}{\partial \zeta} \{G(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{lj}, \zeta') + G(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{lj}, \zeta')\} d\zeta' \\ &= \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_l}{\partial \zeta} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \zeta} d\zeta' + \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_u}{\partial \zeta} d\zeta' \end{aligned} \quad (11. c)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} G_l &= G_1(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{lj}, \zeta') + G_1(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{lj}, \zeta') \\ G_f &= G_2(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{lj}, \zeta') + G_2(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{lj}, \zeta') \\ G_u &= G_3(\xi, \eta, \zeta; \xi', \eta_{lj}, \zeta') + G_3(\xi, \eta, \zeta; \xi', -\eta_{lj}, \zeta') \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(11) 式の各項の計算は、

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_l}{\partial \xi} d\zeta' \\ &= \frac{1}{2} \left[\ln \left| \frac{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2} - (\zeta - \zeta')}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2} + (\zeta - \zeta')} \right. \right. \\ & \quad \times \left. \frac{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2} - (\zeta + \zeta')}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2} + (\zeta + \zeta')} \right| \\ & \quad + \ln \left| \frac{\sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2} - (\zeta - \zeta')}{\sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2} + (\zeta - \zeta')} \right. \\ & \quad \times \left. \frac{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2} - (\zeta + \zeta')}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2} + (\zeta + \zeta')} \right| \Bigg]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \Bigg|_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \end{aligned} \quad (13. a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_l}{\partial \eta} d\zeta' \\ &= \left[-\frac{\zeta + \zeta'}{|\zeta + \zeta'|} \left[\tan^{-1} \left\{ -\frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta + \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}} \right\} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan^{-1} \left\{ \frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta + \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}} \right\} \right] \right. \\ & \quad + \frac{\zeta - \zeta'}{|\zeta - \zeta'|} \left[\tan^{-1} \left\{ -\frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan^{-1} \left\{ \frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right] \right. \\ & \quad - \frac{\zeta + \zeta'}{|\zeta + \zeta'|} \left[\tan^{-1} \left\{ -\frac{(\xi - \xi')}{\eta + \eta_{lj}} \frac{|\zeta + \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}} \right\} \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan^{-1} \left\{ \frac{(\xi - \xi')}{\eta + \eta_{lj}} \frac{|\zeta + \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}} \right\} \right] \right. \\ & \quad + \frac{\zeta - \zeta'}{|\zeta - \zeta'|} \left[\tan^{-1} \left\{ -\frac{(\xi - \xi')}{\eta + \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan^{-1} \left\{ \frac{(\xi - \xi')}{\eta + \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right] \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \Bigg|_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \end{aligned} \quad (13. b)$$

ただし、 $\eta = \eta_{lj}$ のとき (13. b) の第2項は、次のようになる⁴⁾。

$$\begin{aligned} & \left[\left[\frac{\zeta - \zeta'}{|\zeta - \zeta'|} \left[\tan^{-1} \left\{ -\frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan^{-1} \left\{ \frac{(\xi - \xi')}{\eta - \eta_{lj}} \frac{|\zeta - \zeta'|}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right\} \right] \right. \\ & \quad \left. \left. \left. \begin{aligned} &= \begin{cases} 2\pi & (\xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1} \text{ かつ } \zeta_{j+1} \leq \zeta \leq \zeta_j \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{上の範囲以外のとき}) \end{cases} \end{aligned} \right] \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \Bigg|_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \end{aligned} \quad (13. b')$$

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_l}{\partial \zeta} d\zeta' \\ &= \left[\left[\ln \left| \frac{\xi - \xi' + \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}}{\xi - \xi' + \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right| \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \ln \left| \frac{\xi - \xi' + \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta + \zeta')^2}}{\xi - \xi' + \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{lj})^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right| \right] \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \Bigg|_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \end{aligned} \quad (13. c)$$

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \xi} d\zeta' = 4 \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2} e^{k_0(\zeta+\zeta')\sec^2\theta} \sin[k_0 \sec^2\theta \cdot R_1 \cdot \cos(\theta-\alpha_1)] d\theta \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (14. a)$$

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \eta} d\zeta' = 4 \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2} e^{k_0(\zeta+\zeta')\sec^2\theta} \sin[k_0 \sec^2\theta \cdot R_1 \cdot \cos(\theta-\alpha_1)] \tan\theta d\theta \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (14. b)$$

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_f}{\partial \zeta} d\zeta' = -4 \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2} e^{k_0(\zeta+\zeta')\sec^2\theta} \cos[k_0 \sec^2\theta \cdot R_1 \cdot \cos(\theta-\alpha_1)] \sec\theta d\theta \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (14. c)$$

ここで (14. a), (14. b), (14. c) は $\eta - \eta_{ij} \geq 0$ の場合の計算式であり, $\eta - \eta_{ij} < 0$ の場合は, これらの式の第一項の θ の積分範囲が下限 $-\pi/2$, 上限 $\pi/2 + \alpha_1$ として計算しなければならない。最後に G_{il} による項は,

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_{il}}{\partial \xi} d\zeta' = -\frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2+\alpha_1} d\theta \int_0^\infty \frac{n \cdot \cos\{n(\zeta+\zeta')\} + k_0 \sec^2\theta \cdot \sin\{n(\zeta+\zeta')\}}{n^2 + (k_0 \sec^2\theta)^2} e^{-nR_1 \cos(\theta-\alpha_1)} dn \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (15. a)$$

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_{il}}{\partial \eta} d\zeta' = -\frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2+\alpha_1} \tan\theta d\theta \int_0^\infty \frac{n \cdot \cos\{n(\zeta+\zeta')\} + k_0 \sec^2\theta \cdot \sin\{n(\zeta+\zeta')\}}{n^2 + (k_0 \sec^2\theta)^2} e^{-nR_1 \cos(\theta-\alpha_1)} dn \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (15. b)$$

$$\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} d\xi' \int_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \frac{\partial G_{il}}{\partial \zeta} d\zeta' = -\frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2+\alpha_1}^{\pi/2+\alpha_1} \sec\theta d\theta \int_0^\infty \frac{-n \cdot \sin\{n(\zeta+\zeta')\} + k_0 \sec^2\theta \cdot \cos\{n(\zeta+\zeta')\}}{n^2 + (k_0 \sec^2\theta)^2} e^{-nR_1 \cos(\theta-\alpha_1)} dn \right]_{\zeta_{j+1}}^{\zeta_j} \left[\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \right] \quad (15. c)$$

ここで (14. a)~(15. c) の式の中の α_1 , α_2 , R_1 , R_2 は次の式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \tan^{-1}(\eta - \eta_{ij}/\xi - \xi'), \quad R_1^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta_{ij})^2 \\ \alpha_2 &= \tan^{-1}(\eta + \eta_{ij}/\xi - \xi'), \quad R_2^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta + \eta_{ij})^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

5 造波抵抗

船体表面上に於ける吹出し分布のうける造波抵抗係数は一般に次の式で与えられる。

$$C_W = \frac{k_0^2}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (I^2 + J^2) \sec^3\theta d\theta \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} I \\ J \end{aligned} \right\} = \iint_S m(\xi, \eta, \zeta) e^{k_0 \zeta \sec^2\theta} \begin{Bmatrix} \cos(k_0 \xi \sec\theta + k_0 \eta \sin\theta \sec^2\theta) \\ \sin(k_0 \xi \sec\theta + k_0 \eta \sin\theta \sec^2\theta) \end{Bmatrix} ds \quad (18)$$

ここで, 前節で仮定したブロック積み分布面に分布された吹出し密度分布 m_{ij} を用いて書き直すと

$$C_W = \frac{1}{4\pi k_0^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (P^2 + Q^2) \cos^3 \theta d\theta \quad (19)$$

$$\left. \begin{matrix} P \\ Q \end{matrix} \right\} = 4 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[m_{ij} \cos(k_0 \eta_{ij} \sin \theta \cdot \sec^2 \theta) \times (e^{k_0 \zeta_j \sec^2 \theta} - e^{k_0 \zeta_{j+1} \sec^2 \theta}) \right] \times \left\{ \begin{matrix} \cos(k_0 \xi^+ \sec \theta) \cdot \sin(k_0 \xi^- \sec \theta) \\ \sin(k_0 \xi^+ \sec \theta) \cdot \sin(k_0 \xi^- \sec \theta) \end{matrix} \right\} \quad (20)$$

ここで、 $\xi^+ = (\xi_i + \xi_{i+1})/2$, $\xi^- = (\xi_{i+1} - \xi_i)/2$ であり、 η_{ij} は前節と同様 $\eta_{ij} = \eta_0(\xi_{0i}, \zeta_{0j})$ で与えられる。

6 数値計算例および考察

本計算では、船型方程式が次式で与えられるような無限喫水船型と有限喫水船型について、吹出し密度分布、及び造波抵抗係数の計算を行なった。

$$\text{Model 1: } \eta_0(\xi) = B/L(1 - \xi^2)$$

$$\text{Model 2: } \eta_0(\xi, \zeta) = B/L(1 - \xi^2) \{1 - (\zeta/t)^2\}$$

$$B/L = 0.1, \quad t = 0.125$$

ただし

Model 1 の船型は、古くから多くの研究者によつて研究されていて、最近では中武⁵⁾、著者の一人⁴⁾等によつて、船体中心線面内の吹出し分布が数値的に計算されており、又、実験においても、造波抵抗係数及び船側波形が計測されている。Model 2 についても Wigley 以来、多くの研究者によつて研究されており、最近著者の一人も、波形解析を行なう為、造波抵抗係数、波形等を計測している⁶⁾。

さて、Model 1 に対して、船型条件を満足させて問題を解く場合、垂直玄側無限喫水ではあつても、条件を満足させる深さによつて波の影響が異なってくるので、 $F_n = 0.0$ 以外は、喫水方向に分布が一様であると仮定するのは適当でない。そこで、両船型とも ξ 方向に 20 分割、 ζ 方向に 3 分割して、 $20 \times 3 = 60$ 元の m_{ij} に関する連立方程式を解いて階段状の吹出し分布を求めた。Model 2 の有限喫水船型に対して、 ζ 方向 3 分割は、少なすぎるように思われるが、時間の都合上 Model 1 と同じとした。又、 G_3 の局部波による項は、影響が少ない上、計算が複雑でめんどろになり、計算時間もかかるので、本計算では考慮に入れなかつた。

Fig. 3, 4 に両船型の速度を変えたときの一番浅い分布面での吹出し密度分布を示している。これらの結果から

Fig. 3 Source Density Distributions on Ship Surface for Model 1

Fig. 4 Source Density Distributions on Ship Surface for Model 2

両船型とも船首波の影響が大きく表われていて、分布のもり上がり、高速になる程船尾の方向に移動している。この分布のもり上りの移動の傾向は、船側波形の傾向と似ているようである。このことは、船体中心線面分布の場合、中武⁵⁾によつても指摘されている。又、船首波の影響は、Model 1 に対しては、Midship を過ぎると急速になくなり、船尾波の影響もない模様である。Model 2 に対しては、Model 1 に比べ浅いところで条件を満足させている影響と、フレームラインの傾斜のためによる鉛直方向の速度成分の影響が表われているように思われる。つぎに、両船型の各速度における各深さでの吹出し分布が Fig. 5, 6 に示されている。

これから、Model 1 は、波の影響以外には ζ 方向の速度成分が入つてこない為、深さが深くなれば、急速に波の影響がなくなり、 $\zeta = -0.3$ を過ぎるとほとんど ζ 方向に一様分布となる。これに比べ、Model 2 は、波の影響と ζ 方向の速度成分が同時に入ってくるため、分布が ζ 方向にも大きく変化している。又、喫水が Model 1 に比して浅いため、全分布について波の影響が大きく見られるが、 $\zeta = -0.1025$ の Bottom 付近の分布で、ほとんど波の影

Fig. 5-a Source Density Distribution on Ship Surface for Model 1 at $k_0=3.5$

Fig. 6-a Source Density Distribution on Ship Surface for Model 2 at $k_0=5.0$

Fig. 5-b Source Density Distribution on Ship Surface for Model 1 at $k_0=4.0$

Fig. 6-b Source Density Distribution on Ship Surface for Model 2 at $k_0=6.0$

Fig. 5-c Source Density Distribution on Ship Surface for Model 1 at $k_0=4.5$

Fig. 6-c Source Density Distribution on Ship Surface for Model 2 at $k_0=10.0$

響がなくなっているのはむしろ意外である。又、Fig. 5-b には、著者の一人によって求められた中心線面分布を密度のスケールを 1/2 にして参考のにせてあるが、船体表面分布は中心線面分布のほぼ半分のオーダーであることがわかる。

Fig. 7 には、Model 2 に対する $k_0=4.0$ での各 ζ に於ける ξ 方向の分布を示している。これから見ても明らかな様に ξ 方向に、分布が大きく変化している。又、図に入れた Michell 近似 (1/2 のオーダーで図示している) と比較すると、Michell 近似では、フレームラインの形に比例することになるが、今回の計算では、波の影響が入っているために、明らかに異なっている。

これらの吹出し分布を用いて、計算された造波抵抗係数が Fig. 8, 9 に示されているが、Model 1 に対しては、山谷の位相が実験と合っているようである。つぎに Model 2 に対しては、著者の一人によって波形解析で求められ値も同時に示してある。これから見ると実験には近づかず、むしろ定量的には Michell の結果より悪くなっているところもあるが、これは、分布面が実際の船体表面と異なつて、階段状であるための影響も表われているものと思われる。しかし、他の表面吹出し分布の計算例^{3,7)} (波の影響は考慮されていない) でも今回と同様造波抵抗値が高くなっていることが見られる。この点は、今後の重大な課題であろう。また、水面の変動による

Fig. 7 Draft-wise Source Density Distribution on Ship Surface for Model 2 at $k_0=4.0$

浸水面の変化の影響は、船型条件に於ける造波の影響と同程度と思われるので、この影響も考慮した計算が必要であろう。

今回の計算では残念ながら、造波抵抗計算で良い結果が得られなかったが、船体表面上の吹出し分布における造波の影響を見ようとする目的は達したものと思う。

Fig. 8 Wave Resistance Coefficient for Model 1

Fig. 9 Wave Resistance Coefficient for Model 2

7 結 言

以上、従来の船体中心線面分布を用いず、近似的な船体表面の吹出し分布の計算の方法について示した。この方法を用いて、二次式水線形状を有する無限喫水船と有限喫水船の場合について計算を行なった。この結果から、実際の船型を本方法のような階段状の分布形状で表わす為には、曲率の大きいところで分割をさらに細かくすると、平底に対して特別に考慮するなどの工夫が必要であると思われる。

最後に、この研究に対して、ご熱心にご指導下さいました横浜国立大学丸尾教授に深甚の謝意を表するとともに、詳細にわたりご討論いただきました三井造船安部光弘氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Michell, J. H. : The wave resistance of ships, Phil. Mag 45 (1898)
- 2) Hess J. L. & Smith A.M.O. : Calculation of Non-Lifting Potential Flow about Arbitrary Three Dimensional Bodies, Douglas Aircraft Co. Inc. Report (1962)
- 3) 荻原誠功, 外 : 船体表面上吹出し分布の近似計算法について, 日本造船学会論文集 126 号 (1969)
- 4) M. Ikehata : The Second Order Theory of Wave-Making Resistance, Journal of Zosen Kyokai (1965)
- 5) 中武一朗 : 船型を表わす特異点分布について, 西部造船会会報 34 号 (1967)
- 6) 丸尾, 池畑 : 波形解析による造波抵抗の算定 (第三報), 日本造船学会論文集 125 号 (1969)
- 7) J. D. Breslin & King Eng : Calculation of the Wave Resistance of a Ship Represented by Source Distribution over Hull Surface, Inter. Semi. at Michigan, (1963)

付録 Thin Ship 近似の限界

従来, Thin Ship の仮定のもとに $\eta=0$ の極値をもつて, (6) の境界条件が取り扱われてきたが、幅が無限

小ではなくて有限小であることが考慮されていない。そこで、摂動法に於ける2次の項までとつて、この仮定の限界を考えてみる。ここで、問題を簡単化するために、一番幅の影響の大きいと思われる η 方向の速度について考えることとする。さて $0 \leq \eta \ll 1$ とし、 η 方向の速度が

$$\frac{\partial \phi_c(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} \doteq \frac{\partial \phi_c(\xi, 0, \zeta)}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 \phi_c(\xi, 0, \zeta)}{\partial \eta^2} \quad (\text{A.1})$$

と展開できるものとする。ここで、 ϕ_c は吹出しが $\eta=0$ の面に分布しているときの攪乱速度ポテンシャルであり、簡単のため、吹出し密度は単位とし、最も特異性のあると思われる Local の項だけをとることとする。今、Fig. 10 に示されるような斜線をほどこした微小矩形面に単位の吹出しが一樣に分布されているものとする、 ϕ_c は、

$$\phi_c(\xi, 0, \zeta) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{0.0625} d\xi' \int_{-0.3}^0 \left(-\frac{1}{r_1^*} - \frac{1}{r_2^*} \right) d\zeta' \quad (\text{A.2})$$

$$r_1^{*2} = (\xi - \xi')^2 + (\zeta - \zeta')^2, \quad r_2^{*2} = (\xi - \xi')^2 + (\zeta + \zeta')^2$$

となる。そのとき、 P_{nm} において η を変化させ、(A.1)式の成立する η の範囲を求めてみよう。

Fig. 11-a, 11-b には、各点における(A.1)の右辺と左辺を示しており、直線は右辺、曲線は左辺を示している。この結果からも解るように、(A.1)が成立しているのは $\eta=0$ のきわめて近傍であることが解る。吹出し

Fig. 10 Mesh Plane Distributed Unit Source Density

分布面に近い程特異性が大きく現われ、特に P_{21} における値は $\eta=0.05$ を過ぎると符号が逆転し全く異なった値となつている。したがつて、(A.1)のように2項までとつた場合でも $\eta > 0.02$ の範囲で使用することは不適当であり、ましてや、従来の Thin Ship の近似のように(A.1)の第一項だけで表わすことは、 P_{21} で0.5、それ以外では零とすることに相当するので、たとえ $\eta=0.02$ の場合でも、正しくは、 P_{21} で約0.3となり、0.5との間にかなりの差を生じている。 $\eta < 0.02$ では、分布面以外の点での値は、 P_{21} の値に比べ、オーダーが一桁小さいので、零としても十分であるが、いずれにしろ、 η の値0.02未満という大変厳しい限界が Thin Ship の仮定にはあるようである。

Fig. 11-a Limitation of Perturbation Method

Fig. 11-b Limitation of Perturbation Method