(昭和 46 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

船体構造の最適設計に関する研究 (第 2 報)

——格子桁構造の最適設計——

正員 北 村 勝 英*

Studies on Optimization of Ship Structures (The 2nd report)

——Optimum Design of Grillages——

by Katsuhide Kitamura, *Member*

Summary

As one approach towards the optimization of ship structures, such stiffened structures as bulkheads, side and bottom shells are considered. Stiffened structures are transposed into flat grillages composed of straight orthogonal beams laterally loaded and their optimum design analyses are conducted by using framed structure analysis and nonlinear programming. The relationships between loaded area, beam number and optimum arrangements of beam sections in both simplified grillages and the bottom grillages of oil tankers are discussed. Conclusions obtained are as follows :

I. The combination of matrix force method for framed structure analysis and nonlinear programming (here, SUMT method in incorporating DFP method is used) can be successfully applied to the optimum design of grillages.

II. In design of grillages, as the number of beams increases, the weight of grillages increases. Furthermore, the weight in case of grillages is larger than that in case of single beam structure.

III. Optimum arrangements of beam sections in simplified grillages are such that shorter beams with large sectional area hang longer beams with small sectional area, still more in case where total load is applied only shorter beams, longer beams are not necessary.

IV. Optimum arrangements in the bottom grillages of a center tank of oil tankers are a little different from in case of simplified grillages because of bottom platings working as a part of longitudinal and transverse girders and of difference in allowable stress between longitudinal and transverse girders.

1 緒 言

近年、構造解析に電算機を利用することが行なわれ、成果を挙げている。構造の最適設計を考察する場合にも、電算機による最適化手法を利用する研究が行なわれている¹⁾。船体構造の最適設計を求めることは、構造の複雑さ、要求性能の多様さなどのため、船体構造全体としての最適化は困難な問題となる。そのため、各部分構造の最適化、または単純化した構造要素別の最適化、あるいは要求性能別の最適化などを考察し²⁻⁴⁾、これらを総合して船体の最適像を組立てることが必要となろう。構造要素の最適設計例として、さきに軸力と曲げモーメントを受ける箱形梁、I 形梁の最適断面を検討したが⁵⁾、本報告では防撓構造の最適設計を検討する。

船体構造は隔壁板、甲板、側外板、船底板などの板と桁材からなる防撓構造の組合せと考えられる。防撓構造の構造解析は、これを厳密に取り扱うことの複雑さから、近似解法として、異方性板解析または格子桁(骨組)解析に置き換えて行なわれ、その妥当性が検証されている⁶⁾。ここでは、船底構造などの比較的本数の少い大骨

* 石川島播磨重工業株式会社 技術研究所構造強度部

を検討するため、格子桁解析を使用した。一般に、横荷重を受ける防撓構造を格子桁にモデル化して、防撓面積の縦横比と格子桁の本数、最適桁断面寸法の関係を検討することは、船体のみならず、他の構造を考える場合も有用であろう。この場合、いわゆる *fully stressed design* の条件で解析的に解を求めることも可能であるが^{6,7)} 必ずしもこれが最適設計ではなく、また桁本数が多くなると、種々の部材配置のパターンを想定して計算することが困難となる。この問題を、非線形計画法を使用して解析することが行なわれ^{4,8)}、良い結果を与えている。我々はこれと同様の方法によつて、一般格子桁の最適部材配置の傾向を考察し、続いて船底格子桁の最適設計を検討する。

2 解析方法

横荷重を受ける防撓構造の最適設計を検討するために、これを第1図に示す格子桁構造にモデル化して、格子桁構造の最適設計を行なう。

第1図 格子桁構造

第2図 曲げモーメントと剪断力を受ける単一桁

2.1 格子桁構造解析

横荷重を受ける格子桁構造の解析は、格子点の変位を未知量として、力の均合い式を解く変位法によつても可能であるが、ここでは格子点の反力を未知量として、変位の適合条件式を解く応力法を使用している。

まず第2図に示す単一桁を考える。この桁は曲げモーメントと剪断力のみを受け、捩りモーメント、軸力等の影響は小さいとして無視する。長さ l の桁が一端から l_j の点に集中荷重を受けるとき、 l_j の点に生じる曲げモーメント、撓み、剪断撓みは(1)、(2)、(3)で表わされる。

$$M_{ij} = \begin{cases} -r_j l \{ (1-\mu)(1-a)x - \mu(1-a)^2(a-x-2ax) \} & : x \leq a \\ -r_j l \{ (1-\mu)a(1-x) - \mu a^2 \{ (1-a) - (1-x) - 2(1-a)(1-x) \} \} & : x > a \end{cases} \quad (1)$$

$$v_{ij} = -\frac{r_j l^3}{6EI} \{ (1-\mu)(1-a)x(2a-a^2-x^2) + \mu(1-a)^2 x^2 \{ 3a - (2a+1)x \} \} : x \leq a \quad (2)$$

$$v_{ij}^s = -\frac{r_j l}{G A_s} (1-a)x : x \leq a \quad (3)$$

ただし、 M_{ij} : 曲げモーメント、 v_{ij} : 撓み、 v_{ij}^s : 剪断撓み、 r_j : 集中荷重、 l : 桁長さ、 a : l_j/l 、 x : l_i/l 、

EI : 曲げ剛性、 $G A_s$: 剪断剛性、 μ : 桁端部の固定度(固定: 1, 支持: 0)

(2)、(3)で $x > a$ の範囲の式は、相反定理により、同式において、 $x \rightleftharpoons a$ として表わされる。同様に、分布荷重を受けたときは(4)、(5)、(6)で表わされる。

$$M_{i0} = -\frac{q l^2}{12} \{ (1-\mu)6x(1-x) - \mu(1-6x+6x^2) \} \quad (4)$$

$$v_{i0} = -\frac{q l^4}{24EI} \{ (1-\mu)(x-2x^3+x^4) + \mu(x^2-2x^3+x^4) \} \quad (5)$$

$$v_{i0}^s = -\frac{q l^2}{2G A_s} x(1-x) \quad (6)$$

ただし、 M_{i0} : 曲げモーメント、 v_{i0} : 撓み、 v_{i0}^s : 剪断撓み(以上分布荷重による)、 q : 分布荷重
つぎに縦 M 本、横 N 本の桁からなる格子桁を考える。 $M \times N$ 個の格子点の垂直反力(7)を未知量に選ぶ。

$$\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_{M \times N}) \quad (7)$$

分布荷重 q と垂直反力 $\mathbf{r}$ による桁の撓み(2)、(5)を加え合わせて、各桁の格子点の撓みを作り、縦横の桁の撓みを等置する(適合条件)と、 $\mathbf{r}$ を未知量とする $M \times N$ 個の連立方程式(8)を得る。

$$\mathbf{D} \mathbf{r} + \mathbf{C} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (8)$$

剪断撓みの影響を考慮する場合には、撓みの式に(3)、(6)も加えて考える。ここで、 $\mathbf{D}$ は(2)、(3)の r_j の

係数を各格子点について加え合わせた係数行列で、撓性行列(flexibility matrix)といわれる。 $\mathbf{C}$ は同じく(5), (6)の q の係数を各格子点について加え合わせた係数行列である。 $\mathbf{q}$ は各桁の分布荷重を表わし、 $\mathbf{Cq}$ は荷重行列といわれる。(8)を解いて $\mathbf{r}$ を求めると、これを使つて各桁の i 点の曲げモーメント、曲げ応力は(1), (4)の和として(9)となる。

$$M_i = M_{i0} + \sum_j M_{ij}, \quad \sigma_i = \frac{M_i}{z_i} \quad (9)$$

ただし、 M_i : 曲げモーメント, σ_i : 曲げ応力, z_i : 桁の断面係数

2.2 最適設計法

最適設計解析は第1報⁵⁾に述べた方法によつて行っている。設計変数 $\mathbf{x}$ を定義し、制限条件および目的関数を設計変数の関数として(10)に表現する。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_n), & h_i(\mathbf{x}) &= 0 \quad (i=1, 2, \dots, l) \\ c_j(\mathbf{x}) &\geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, m) & \bar{o} &= \bar{o}(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

設計変数は桁の断面積を表わす無次元量を選ぶ。制限条件は桁の曲げ応力(または剪断応力)を許容応力以下に制限する $c_j \geq 0$ 型の制限条式を使う。 $h_i = 0$ 型の制限条件式は、この問題では(8)がこれに相当するが、この解析ではこの式を解いてしまつていて、この型の制限条件式は使わない。目的関数は最小重量を考えているので、桁の全重量を表わす無次元量を使う。

最適化手法は、非線形計画法の中の違反関数法(penalty function)の一種であるSUMT法と傾斜法(gradient method)の一種であるDFP法(またはvariable metric method)を接続した電算プログラムを使つて行っている。SUMT法では目的関数に制限条件式を考慮した違反関数を加え、新しい目的関数(11)を定義する。

$$f(\mathbf{x}, \beta) = \bar{o}(\mathbf{x}) + \beta \sum \frac{1}{c(\mathbf{x})} \quad (11)$$

パラメタ β は零に収束する正数列を選び、 β の各段で f の最小値を求めると、これが最適解に収束する。DFP法では、目的関数を最小にするため、(12)の一方の最小化を数値的に繰返す。

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha_k} f(\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{H}_k \mathbf{g}_k) \\ \mathbf{x}_0, \mathbf{g}_0 = \nabla f(\mathbf{x}_0), \mathbf{H}_0 (= \mathbf{I}) : \text{初期値として与える} \\ \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{H}_k \mathbf{g}_k, \mathbf{g}_{k+1} = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}), \mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\Delta \mathbf{x}_k \Delta \mathbf{x}_k^T}{\Delta \mathbf{x}_k^T \Delta \mathbf{g}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \Delta \mathbf{g}_k \Delta \mathbf{g}_k^T \mathbf{H}_k}{\Delta \mathbf{g}_k^T \mathbf{H}_k \Delta \mathbf{g}_k}, \\ \Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k, \Delta \mathbf{g}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

関数の傾斜(gradient)の計算は、数値微分法によらず解析式を使う。後述する応力の制限条件 c の傾斜を求めるには、応力を表わす式の傾斜が必要で、これは(9)より(13)となる。

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k} = \left(z_i \frac{\partial M_i}{\partial x_k} - M_i \frac{\partial z_i}{\partial x_k} \right) \frac{1}{z_i^2}, \quad \frac{\partial M_i}{\partial x_k} = \sum_j \frac{\partial M_{ij}}{\partial x_k} = \sum_j m_{ij} \frac{\partial r_j}{\partial x_k} \quad (13)$$

ここで、 m_{ij} は(1)の r_j の係数を表わす。格子点の垂直反力 r_j の傾斜は(8)より(14)となる。

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial x_k} \mathbf{r} + \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x_k} + \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x_k} \mathbf{q} = 0 \quad \therefore \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x_k} = -\mathbf{D}^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial x_k} \mathbf{r} - \mathbf{D}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x_k} \mathbf{q} \quad (14)$$

計算方式はつぎのようにした。各桁の断面積を表わす変数 x_i が定まると、これを使つて各桁の撓性行列、荷重行列を作成し、これを加え合わせて(8)に示す構造全体の撓性行列 $\mathbf{D}$ 、荷重行列 $\mathbf{Cq}$ を組立てる。傾斜を求めるために、同様に各桁の撓性行列、荷重行列の傾斜を作成し、これを加え合わせて(14)に示す構造全体の $\mathbf{D}^{-1} \partial \mathbf{D} / \partial x_k$ 、 $\mathbf{D}^{-1} (\partial \mathbf{C} / \partial x_k) \mathbf{q}$ を組立てる。(8)より未知反力 $\mathbf{r}$ を求めると同時に(14)の $\partial \mathbf{r} / \partial x_k$ を求める。

2.3 一般格子桁

i) 設計変数は桁の断面積を使う。桁の断面性能はすべて断面積で表わせると仮定し、その関係を(15)とする。

$$I_i = \alpha A_i^{\beta}, \quad z_i = \gamma A_i^{\delta}, \quad A_{si} = \epsilon A_i \quad (15)$$

ただし、 A_i : 断面積, I_i : 断面二次モーメント, z_i : 断面係数, A_{si} : 剪断断面積, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$: 形状を表わす定数

計算上の変数は計算を容易にするために、代表的な基準断面積で無次元化した。

$$x_i = \frac{A_i}{A_0} \quad (16)$$

ただし、 x_i : 計算上の変数, A_0 : 基準断面積

後述の計算結果では、基準断面積として、面の全体の受ける横荷重を1本の桁で受けるとしたときの必要な断面積を使った。

ii) 制限条件としては、桁の格子点に生じる曲げ応力および剪断応力に(17)の制限を与えた。

$$-1 \leq \frac{\sigma_i}{\sigma_0} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{\tau_i}{\tau_0} \leq 1 \quad (17)$$

ただし、 σ_i, τ_i : 曲げ応力, 剪断応力, σ_0, τ_0 : 曲げ応力, 剪断応力の許容値

桁の最大応力は、格子点以外の位置で生じることも考えられるが、格子点間の最大応力を求めて、これを(17)に使うことは若干計算を複雑にするので、ここでは採用しなかつた。桁本数が多くなれば、格子点で検討しておけばほぼ良いと思われる。

iii) 最適設計として、もつとも簡単な最小重量を考え、目的関数は桁の全重量を使つて(18)とした。

$$W = \rho \sum_i A_i l_i = \rho A_0 l_0 \bar{\sigma}, \quad \bar{\sigma} = \sum_i A_i l_i / A_0 l_0 \quad (18)$$

ただし、 W : 桁全重量, ρ : 密度, l_i : 桁長さ, l_0 : 基準桁長さ, $\bar{\sigma}$: 計算上の無次元重量

iv) 計算例に使用した桁は、イギリスの構造用型鋼数種類から、型鋼の断面形状を数値的に求めたもの⁹⁾があるのでこれを使用した。

$$I = 0.356 A^2.65, \quad z = 0.489 A^{1.82} \text{ (単位 in)}, \quad A_s = 0.5 A \text{ (仮定)} \quad (19)$$

計算した格子桁構造は、縦および横桁が複数本よりなり、簡単のために、縦桁、横桁はそれぞれ同一断面の桁であるとした。桁両端の境界条件は単純支持($\mu=0$)とし、剪断変形は無視した。制限条件は、曲げ応力のみを制限する場合と剪断応力も制限する場合の2種類とした。その他、桁の長さ、分布横荷重、許容応力はつぎの数値を使用した。

$$l_1 = 100 \text{ in}, \quad l_2 = 50 \sim 400 \text{ in} (l_2/l_1 = 0.5 \sim 4.0), \quad p = 4.0 \text{ lbs/in}^2, \quad \sigma_0 = 2.0 \times 10^4 \text{ lbs/in}^2, \quad \tau_0 = \sigma_0 / \sqrt{3}$$

分布横荷重は、これを縦横桁が等しく受持つとして、その1/2ずつを複数本の縦桁および横桁に配分して負荷した。別に比較のために長い桁または短い桁のみに負荷した場合も検討した。

2.4 船底格子桁

タンカーの中央タンクの船底構造を考え、1本の船底縦桁と複数本の船底横桁からなる構造を格子桁にモデル化した。桁の断面形状は、船底外板の有効幅を考慮して第3図に示す非対称I型とした。

i) 設計変数は、桁の船底外板有効断面積 A_1 、横桁のフェイスおよびウェブの断面積 A_2, A_3 、縦桁のフェイスおよびウェブの断面積 A_4, A_5 とした。計算はこれらを基準断面積で無次元化して行なつた。ウェブの断面形状を表す深さ板厚比 λ は、実船の場合を模して(20)とした。

$$\lambda = \frac{b_3}{t_3} = 250 \quad (20)$$

船底外板の有効幅は、横桁については横桁心距を、縦桁についてはタンク幅の1/2を取つた。

$$b_{11} = l_2 / (N+1) = \text{横桁心距}, \quad b_{12} = l_1 / 2 \quad (21)$$

ただし、 b_{11}, b_{12} : 横桁, 縦桁の外板有効幅, l_1, l_2 : タンク幅, 長さ, N : 横桁の本数
横桁の断面性能は、各断面積 A_i で(22)に表わせる。

$$I = \frac{\lambda A_3 F_4}{F_1}, \quad z_1 = \frac{\sqrt{\lambda A_3 F_4}}{F_2}, \quad z_2 = \frac{\sqrt{\lambda A_3 F_4}}{F_3} \quad (22)$$

ただし、 $F_1 = A_1 + A_2 + A_3, F_2 = A_1 + A_3/2, F_3 = A_2 + A_3/2, F_4 = A_1 A_2 + (A_1 A_3 + A_2 A_3)/3 + A_3^2/12$
縦桁の場合も A_4, A_5 を使つて同様に表わせる。

ii) 制限条件としては、桁の格子点に生じる曲げ応力および剪断応力に(23)の制限を与えた。

$$-1 \leq \frac{\sigma_i}{\sigma_{0i}} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{\tau_i}{\tau_{0i}} \leq 1 \quad (i=1, 2) \quad (23)$$

ただし、 $\sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2$: 横桁および縦桁の曲げおよび剪断応力, $\sigma_{01}, \sigma_{02}, \tau_{01}, \tau_{02}$: 横桁および縦桁の曲げおよび剪断の許容応力

第3図 船底外板の有効幅をつけた船底桁の非対称I形断面

iii) 最適設計として、最小重量を考え、目的関数は桁の全重量を使つて(24)とした。

$$W = \rho A_0 l_1 \bar{o}, \quad \bar{o} = \{l_1 l_2 + N(A_2 + A_3)l_1 + (A_4 + A_5)l_2\} / A_0 l_1 \quad (24)$$

iv) 計算した船底格子桁構造は、15万トン級タンカーの中央タンクを考え、タンク幅(l_1)、タンク長さ(l_2)、分布横荷重、許容応力はつぎの数値を使用した。

$$l_1 = 20 \text{ m}, \quad l_2 = 30 \text{ m} (l_2/l_1 = 1.5), \quad p = 1.0 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{01} = 14 \text{ kg/mm}^2, \quad \sigma_{02} = 2.8 \text{ kg/mm}^2, \\ \tau_{01} = \sigma_{01}/\sqrt{3}, \quad \tau_{02} = \sigma_{02}/\sqrt{3}$$

分布横荷重はすべて横桁に負荷した。船底構造では、大骨である横桁、縦桁の他に、小骨である縦方向防撓材があり、船底水圧は小骨を通して横桁に伝わり、つぎに縦桁に伝わると考えられるためである。許容応力はつぎのようにした。横桁については、桁の強度がすべて船底格子桁に寄与するとして、軟鋼の許容応力 14 kg/mm^2 を曲げの許容応力に使つた。縦桁については、主として縦強度の要請から部材寸法が決定されるので、ここでは便宜的に、船体の縦曲げによる応力と船底水圧による局部曲げによる応力の合応力のうち、船底格子桁によるものを 20% とし、許容応力は 2.8 kg/mm^2 を使つた。その他、桁両端の境界条件は単純支持($\mu=0$)とし、剪断変形は無視した。船底格子桁は、縦桁が中央桁1本、横桁は同一断面の桁が3~6本ある場合を計算した。船底外板の板厚は変数および定数として2種類に取扱つた。

3 計算結果の考察

3.1 一般格子桁

i) 縦横各1本桁の場合

第4図に縦横各1本桁の場合の計算結果を示した。桁の断面積は、全横荷重を1本の横桁(短い桁)で支持するとした場合に必要の断面積を基準断面積に選び、この値で無次元化して示した。

$$x_i = \frac{A_i}{A_0} \quad (i=1, 2), \quad A_0 = \left\{ \frac{1}{r} \left(\frac{p l_1^2 l_2}{8 \sigma_0} \right) \right\}^{1/\delta} \quad (25)$$

また桁の全重量を表す目的関数も、この基準桁1本の重量で無次元化して示した。同図に示した3種類の曲線の組合せは、縦横桁の格子点(中央点)の位置で、各桁の曲げ応力が許容応力に一致する場合の桁の断面積と重量の組合せを示しており、いわゆる *fully stressed design* に相当する。同一縦横比に対して、各組合せの目的関数値に相異がある。●, ○, ×で示したのが本方法により求めた最適値の計算結果であり、3種類の *fully stressed design* のうち、最良のものに一致していることがわかる。最適設計は、短い桁の断面を大きく、長い桁の断面を小さくして、短い桁が長い桁を吊る構造である。この場合、桁の格子点での曲げ応力は、短い桁では桁下縁が引張許容応力となり、長い桁では逆に桁下縁で圧縮許容応力になる。縦横比1.0以下では、 x_1, x_2 が入れ替るが、この範囲では、 x_1 が長い桁、 x_2 が短い桁となるので、最適な桁断面配置の傾向は、縦横比1.0以上の場合と変わらない。縦横比1.0では、計算結果が2種類得られたのでこれを示したが、これらは2種類の *fully stressed design* に一致している。両桁断面が同一となる断面配置は局所最適であるが、その目的関数値が全体最適の場合と非常に近い値を与えるため、計算結果ではこの解も抽出したものである。この桁断面配置では、両桁とも格子点で桁下縁で引張許容応力となる、いわゆる相持ち構造である。縦横比が1.0以上では、桁重量を表す無次元数が1より大きくなっているため、一般に格子桁とした場合は単一桁の場合より重量が増加することがわかる。またその傾向は縦横比が大きくなるにしたがい大きくなる。

第4図に示した計算結果では、桁の断面形状として、イギリスの構造用型鋼を使用している。日本の造船用型鋼の断面形状は、ハンドブック¹⁰⁾を参照してその十数種類から平均値を求めてみると、組立型鋼および板付大型平鋼についてそれぞれ(26)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} I &= 10A^{2.0}, \quad z = A^{1.7} \text{ (組立型鋼)} \\ I &= 4A^{2.0}, \quad z = A^{1.5} \text{ (板付大型平鋼) (単位 cm)} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ただし、 I : 板付き断面二次モーメント、 z : 板付き断面係数、 A : 板を含まない断面積、板は $610 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ とする。

この断面形状を使つて第4図と同様の *fully stressed design* 曲線を求め、第4図の曲線と比較すると、最適な桁断面配置は、縦横比1~4の範囲内で、

$$x_1: 2\% \text{ 増}, \quad x_2: 8\% \text{ 減}, \quad \bar{o}: 7\% \text{ 減}$$

第5図 縦横各1本の格子桁の最適断面(荷重配分の影響)

第4図 縦横各1本の格子桁の最適断面

となるが、造船用型鋼の場合も最適な桁断面配置の傾向は、構造用型鋼の場合と変わらないことがわかった。

以上の計算では、桁の曲げ応力のみを制限した場合と剪断応力も制限した場合を検討したが、両者の結果は等しかつた。求められた最適解を調べると、すべて曲げ応力の制限条件上に解があり、剪断応力の制限条件は余裕を残していることがわかった。

第5図は分布横荷重を各桁に配分させる方法の影響を示したものである。第4図の場合は、分布横荷重全体が1/2ずつ縦横各桁に分布すると仮定したが、第5図では一方向の桁が全荷重を受けると仮定した方が実際に近いと思われる構造の場合を検討した。同図左は、全荷重を長い桁のみに分布した場合、同図右は、全荷重を短い桁のみに分布した場合の計算結果を示した。長い桁のみに分布した場合は、第4図の1/2ずつ縦横桁に分布した場合と同様に、短い桁が長い桁を吊る fully stressed design の桁断面配置が最適であることがわかる。短い桁のみに分布した場合には、その fully stressed design は図中の2種類の曲線組で示すように、長い桁が短い桁を吊るか、相持ち構造となる。本計算の結果はこのいずれとも異なり、短い桁のみで全荷重を支持し、長い桁の断面は零となる桁断面配置が最適解として得られた。以上より、いずれの荷重配分の場合でも、短い桁の断面を大きく、長い桁の断面を小さくして短い桁が長い桁を吊るかまたは、長い桁のない、桁断面配置が最適設計であることがわかる。

ii) 縦横桁が複数本の場合

第6図に短い桁2本、長い桁1本の場合の計算結果を示した。最適設計は、縦横比が1.5以上では、短い桁の断面を大きく、長い桁の断面を小さくして、短い桁が長い桁を吊る桁断面配置となり、桁の格子点での曲げ応力は、短い桁では桁下縁で引張許容応力、長い桁では桁下縁で圧縮許容応力となる。同図の縦横比1.5の計算結果は、fully stressed design の曲線に乗っていないが、3種類の曲線の目的関数値が近いので、最適解まで解が収束することが困難となり精度が悪くなったものと思われる。

短い桁が3本、長い桁が1本の場合の計算も同様に行なつたが、縦横比2.0以上で短い桁の断面を大きく、長い桁の断面を小さくして、短い桁が長い桁を吊る桁断面配置が最適であることがわかった。

第7図に縦横桁ともに1~5本の場合の計算結果を比較して示した。桁本数を増加しても最適解は短い桁の断面が大きく、長い桁の断面を小さくする傾向は変化しない。縦横比が1から増加すると、短い桁の無次元断面は一定であるが、長い桁の無次元断面および桁全体の無次元重量は増加する。桁の本数を増加すると、縦横各桁の断面は減少するが、桁の全重量は増加する。この理由は桁の断面形状を表わす(15)の定数 β , δ の値が、一般に1より大であることによっている。同一の横荷重を桁断面を小さくした複数本の桁で支持すると、断面積の減少よりも、断面二次モーメント、断面係数の減少が大きいため、同一の曲げ許容応力で設計するためには各桁の断面積を増加し

第6図 縦1本横2本の格子桁の最適断面

第7図 縦横各N本の格子桁の最適断面

第8図 船底格子桁の最適断面 (船底板厚を
変数とした場合)第9図 船底格子桁の最適断面 (船底板厚を
定数とした場合)

なければならない。第7図に示すように、縦横桁が各5本の場合の全重量は、各1本の場合と比較すると、縦横比 1.0~2.0 で、1.65~1.5 倍となる。すなわち、縦横桁各1本の格子桁がもつとも有利であるが、桁の断面寸法その他の制限により、複数本の格子桁とする場合には、最適な桁断面配置を選べば、桁本数を5本にすると、重量は1本の場合の 50% 増程度になる。

3.2 船底格子桁

i) 船底外板の板厚を変数とした場合

第8図に船底外板の板厚を変数とした場合の計算結果を示した。桁の断面積は、全横荷重を1本の横桁で支持するとした場合に必要の最小断面積を基準断面積に選び、この値で無次元化して示した。基準断面積はつぎのようにして求めた。(22)より横桁の断面積を一定にして、断面係数 z を最大にするには、

$$A_1 = A_2 = A/4, \quad A_3 = A/2 \quad (27)$$

とすれば良いことがわかり、これを使って A と z の関係は (28) となる。

$$z = \frac{\sqrt{2\lambda}}{6} A^{1.5} = 3.73 A^{1.5} \quad (\text{ただし, } \lambda = 250 \text{ とした}) \quad (28)$$

すなわち、変数と基準断面積は (29) となる。

$$x_i = \frac{A_i}{A_0} \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad A_0 = \left\{ \frac{1}{3.73} \left(\frac{p l_1^2 l_2}{8 \sigma_0} \right) \right\}^{1/1.5} \quad (29)$$

第8図に示すように横桁の本数が増加すると横桁1本の断面積は減少するが、縦桁の断面積は増加する。横桁の断面積を本数倍した横桁の全重量は、横桁の本数が3本から6本で1.8倍、縦桁重量は1.5倍となり、船底外板を含んだ船底構造の全重量は1.8倍になっている。この解の桁断面配置では、横桁と縦桁は相持ち状態となり、縦横桁の曲げ応力はともにフェイス側が引張応力となる。このとき縦桁の曲げ応力は、いずれかの格子点位置(複数点)で許容応力に一致している。横桁の曲げ応力は、横桁の本数が3~6本と増加するにしたがい、許容応力の9~6割程度になっている。

さきに示した一般桁の場合には、横桁のみに全荷重を分布させると、縦桁の断面積が零となる場合が最適な断面配置として得られていたが、船底格子桁の場合には、若干異なっている。船底格子桁の場合も、横桁の断面を大きく、縦桁の断面を小さくすることが最適設計の方向であるが、船底外板が縦横両桁の一部分として働き、断面2次モーメント、断面係数に関与するため、変数 x_1 が中位の値となり、横桁のウェブを表わす変数 x_3 が大きく、縦桁のウェブを表わす変数 x_5 が零に近くなる桁断面配置が最適設計になっている。制限条件を調べると、横桁が3本の場合は横桁の曲げ応力が許容応力と一致しているが横桁が4~6本の場合は縦桁の曲げ応力と剪断応力が許容応力に一致している。縦桁の許容応力を横桁の20%と小さくしているため、一般に縦桁の制限条件で解が決定したものである。この場合の船底外板の板厚は、横桁本数が3, 6本の場合、それぞれ5.5mm, 9.1mmとなり、実船の場合よりもかなり小さな値となっている。

ii) 船底外板の板厚を定数とした場合

船底外板の板厚は、主として縦強度の要請から決定される。ここでは便宜的に、船体の縦曲げによる応力と船底水圧による局部曲げの合応力のうち、船底格子桁によるものを20%として、縦桁の許容応力を減少させて計算したが、i)で示したように、船底板厚は実船の場合よりもかなり小さな値として最適解が得られた。実船に近い状態で最適設計を検討するために、つぎに船底外板の板厚を実船とほぼ等しい定数として計算した。第9図に船底外板の板厚を40mmとした場合の計算結果を示した。この解の桁断面配置は、船底板厚を変数にした場合と同様に、横桁と縦桁は相持ち状態となり、応力状態も同様である。横桁の本数が増加すると、横桁1本の断面積は減少するが、縦桁の断面積は増加する。横桁の全重量は桁本数が3本から6本で1.4倍、船底外板を含んだ船底構造の全重量は1.2倍になっている。

船底外板の板厚を定数とした解を i) の変数とした場合

第10図 船底格子桁の最適断面(船底板厚を定数とし、横桁本数5本の場合、単位 mm)

と比較すると、船底外板が 7~3 倍、横桁のウェブの断面積が減少し、縦桁のウェブの断面積が増加し、船底構造の全重量は 2~1.5 倍になっている。第 10 図に横桁本数 5 本の場合の得られた解の桁断面図を示した。

さて、この計算結果によると、横桁の断面を大きくして、横桁本数を減少させることが有利である。しかし、実船の場合の横桁本数は 5~6 本程度でこの結果と符合しない。この理由としてつぎの諸点が考えられる。

- a. この解析では桁の断面積と断面性能を一義的に仮定しているが、桁が大きくなると局部強度が減少して、補強など重量増加が必要となる。
 - b. 桁材で囲まれた板パネルの強度の検討を省略しているが、桁本数が減少すると板パネルの強度が減少し、板厚の増加が必要となる。
 - c. 工作上大きな板厚、大きな部材寸法が使えない。
 - d. fail safe の考慮より、桁の本数を減少させることができない。
- 今後、これらの点を考慮して最適設計を検討してみる必要がある。

4 結 言

分布横荷重を受ける防撓構造の防撓面積と、防撓桁の本数、最適な桁断面配置の関係を検討するために、これを格子桁にモデル化し、最適化手法の一種である非線形計画法を使用して、一般格子桁および船底格子桁の最適設計計算を行ない、計算結果を検討してつぎの結論を得た。

I. 分布横荷重を受ける格子桁の最適設計解析は、格子点の反力を未知量として解析する応力法と、非線形計画法（ここでは SUMT 法と DFP 法の組合せ）を結びつけて検討することができた。

II. 格子桁の設計では、一般に桁本数を多くして、小さな桁断面を使うと重量が増加する。さらに格子桁にした場合は単一桁にした場合よりも重量が増加する。

III. 格子桁の最適な桁断面配置は、分布横荷重を受ける面の縦横比によつても変るが、縦横の桁本数が同一の場合には、短い桁の断面を大きく、長い桁の断面を小さくして、短い桁で長い桁を吊る配置である。さらに分布横荷重がすべて短い桁にかかる場合には、長い桁の断面は零の場合が最適である。

IV. タンカーの中央タンクの船底格子桁は、船底外板が縦および横桁の一部分として同時に働くためと、縦横桁の許容応力に差があるため、一般に縦桁の曲げ許容応力で桁断面配置が決定し、横桁の応力は許容応力に達しない。

さて、本計算は桁の断面形状を単純化し、かつ桁の局部強度、板パネルの強度の検討を省略しているが、これらを取入れて構造解析を若干複雑にすることも可能であると思われる。また骨組構造解析は、簡単のために応力法を使っているが、変位法を使えば、一般の 3 次元骨組構造の最適設計も同様に行なうことが考えられる。

本研究の一部は、日本鋼構造協会塑性設計小委員会最適化研究班において検討されたものである。主査秋田好雄博士はじめ委員の皆様の多大な忠告と援助に深謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Schmit, L.A.: Structural synthesis 1959~1969 a decade of progress, Japan-U.S.Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, Tokyo (1969)
- 2) Evans, J.H.: Optimizing Ship Structural Design Through the Choice of Materials, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.128 (1970)
- 3) Caldwell, J.B.: Design Philosophy, ibid.
- 4) Moe, J.: Optimum Design of Ship Structures, ibid.
- 5) 秋田, 北村: 船体構造の最適設計に関する研究(第1報)一非線形計画法と箱形梁, I 形梁の最適設計, 日本造船学会論文集, 第128号(昭和45年)
- 6) 寺沢, 八木: 第2章パネルの防撓構造に関する研究, 日本造船研究協会報告, 第33号(昭和36年)
- 7) 長沢, 本間: 横荷重を受ける防撓板の最小重量について, 日本造船学会論文集, 第127号(昭和45年)
- 8) Moses, F. & Onoda, S.: Minimum Weight Design of Structures with Application to Elastic Grillage, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.1 (1969).
- 9) Clarkson, J.: The Elastic Analysis of Plate Grillages, Cambridge University Press (1965)
- 10) 関西造船協会編: 造船設計便覧, 海文堂 (1968)