(昭和 46 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

有限喫水を持つ極小造波抵抗船型の計算

正員 丸 尾 孟* 正員 山 越 康 行**

Calculation of the Ship Form of Minimum Wave-Resistance with Finite Draft

by Hajime Maruo, *Member* Yasuyuki Yamakoshi, *Member*

Summary

The ship form of finite draft, which minimizes the wave-resistance for a given displacement, is calculated by the aid of the electronic computer. The ship is assumed to be wall-sided. The result gives the optimum distribution of doublets over the center-plane, which replace the ship hull. After a slight modification of the curve of distribution at both ends, the doublet distribution determines the curve of sectional area, so as to minimize the wave resistance. It determines also the optimum coefficient of fineness, e.g. prismatic coefficient, as a function of Froude number. Another calculation is made to minimize the wave-resistance, when the moment of inertia of the water plane with respect to the transverse axis through the mid-ship section is fixed. The result gives the optimum curve of sectional area, when the coefficient of fineness is different from the optimum value.

1 緒 言

船の造波抵抗が Michell の積分であらわされると考えたとき、与えられた排水量でこれが極小値をとるような船型を求めることは、Weinblum¹⁾ が 1930 年にこの問題を取り上げて以来、幾人かの研究者によつて試みられて来たが、特に 1963 年に喫水が無限大の場合について数学的に厳密な解が計算され²⁾、更に実験結果との比較によつてその妥当性が証明されるに及んで³⁾、船型計画の実用面へこの結果を応用する試みも活発になつて来た。

極小造波抵抗の問題では既に著者の一人が本学会講演会において一般的解説を施した⁴⁾。これによると Michell の積分を極小ならしめる解が存在するのは若干の限られた条件のもとにおいてであり、そのうち最も考え易い場合は船体の各横断面における肋骨線の形状が単一の方程式で与えられるようなものである。このときは船体表面の方程式は、その横座標が縦軸方向の座標のみの関数と喫水方向の座標のみの関数との単なる積に等しいという形をとる。初等船型 (elementary ship) あるいは簡単な船型 (simple ship) と呼ばれるこのような形状で、喫水方向の座標の関数の形をあらかじめ与えておくと、所定の排水量に対して造波抵抗値を極小とするような縦軸方向の関数が存在する。この関数は船の長さに沿う排水量の分布、すなわち横切面積曲線の形状を与えるから、造波抵抗が極小値をとるような横切面積曲線を求めることができる。船型と造波抵抗との関係において、横切面積曲線の形状が最も重要な因子の一つであることは既に Froude 以来経験的に知られている事実であることから、この問題は実用上極めて有意義である。しかしながらこれまでに具体的数値を広範囲にわたつて計算した結果の発表されているのは喫水が無限大の場合と、逆に喫水が零に近付いた極限の場合⁵⁾ についてであつて、実用上重要な喫水が有限の場合については、Kotik⁶⁾ の極く限られた結果が発表されているに過ぎず、三菱重工業長崎研究所の馬場氏によつて更に広範囲な計算が行われた事が報告されているが⁷⁾、その結果は公表されていない。これは喫水が無限大のときと零の極限のときとは、変分法における極値の条件をあらわす積分方程式が解析的に厳密解を求めることが可能であるのに対して、喫水が有限なときは解析的方法を用いることが

* 横浜国立大学

** 水産庁漁船研究室

できず、純粋に数値的方法によつて解を計算せねばならないので、はるかに多くの手数を要するからである。

今回はこのような問題を電算機を用いて数値的に解き、喫水が実用上考えられるような有限な値を持つときの船体に対応する二重吹き出し分布を、喫水方向の分布が一様な場合について計算した。

2 極小造波抵抗の条件式

船の幅が長さ比して極めて小さい薄い船を仮定すると、船波抵抗は Michell の積分によつて次のように与えられる。船の喫水面の中央に原点をとり、縦軸に沿つて x 軸を、幅方向に y 軸を、また喫水方向下向きに z 軸をとり、船体表面の方程式を

$$y=f(x, z) \quad (1)$$

であらわせば、一様な速度 U で進むときの造波抵抗は

$$R = \frac{4 \rho g^2}{\pi U^2} \int_1^\infty (I^2 + J^2) \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} d\lambda \quad (2)$$

但し

$$\left\{ \begin{array}{l} I \\ J \end{array} \right\} = \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_0^T \frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \frac{\cos(\kappa x \lambda)}{\sin(\kappa x \lambda)} e^{-\kappa z \lambda^2} dz \quad (3)$$

である。ここに L は船の長さ、 T は喫水、 ρ は水の密度、 g は重力加速度であり、 $\kappa = g/U^2$ である。既に知られているように、造波抵抗の表示式として (2) と (3) を用いたのでは、極小値を与える解を求めることができないことがわかつている。そこで $x = \pm L/2$ で $f(x, z) = 0$ であるとして (3) を部分積分し

$$\left\{ \begin{array}{l} I \\ J \end{array} \right\} = \kappa \lambda \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_0^T f(x, z) \frac{\sin(\kappa x \lambda)}{-\cos(\kappa x \lambda)} e^{-\kappa z \lambda^2} dz \quad (4)$$

を用いる。ここで関数 $f(x, z)$ が x のみの関数と z のみの関数の積として

$$f(x, z) = X(x) Z(z) \quad (5)$$

の如く書きあらわせる場合を考え、

$$\int_0^T Z(z) e^{-\kappa z \lambda^2} dz = E(\lambda) \quad (6)$$

と書けば

$$R = \frac{4 \rho g^4}{\pi U^6} \int_1^\infty \frac{\lambda^4 E(\lambda)}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} d\lambda \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-L/2}^{L/2} X(x) X(x') \cos\{\kappa \lambda (x - x')\} dx' \quad (7)$$

の形となる。もし水線形状が喫水方向に変化しない簡単な場合を考えれば

$$y = f(x, z) = f(x) \quad (8)$$

であるから

$$E(\lambda) = \frac{1}{\kappa \lambda^2} (1 - e^{-\kappa T \lambda^2}) \quad (9)$$

となり、造波抵抗は

$$R = \frac{4 \rho g^2}{\pi U^2} \int_1^\infty \frac{(1 - e^{-\kappa T \lambda^2})^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} d\lambda \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-L/2}^{L/2} f(x) f(x') \cos\{\kappa \lambda (x - x')\} dx' \quad (10)$$

で与えられる。Michell の理論では $f(x)$ は船体表面の座標を意味するから、これは $x = \pm L/2$ で零でなければならぬ。ところが後に示すように造波抵抗を極小とする解では $f(x)$ が両端で零にならず、逆に無限大となる。すなわち極小造波抵抗を与える形状では Michell の仮定が局部的に成立しない。このような難点は (10) 式が Michell の積分の単なる変形ではなく、 $y=0$ の鉛直面上に x 方向の軸を持ち密度が $U f(x)/2\pi$ なる二重吹き出しが分布したときの造波抵抗のあらわすものと解釈することにより取り除くことができる。

さて変数を無次元化するために

$$\begin{aligned} \xi &= 2x/L, \quad \xi' = 2x'/L, \quad \tau = 2T/L \\ r_0 &= gL/2 U^2 = 1/2 F_n^2 \\ \bar{B} &= \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} f(x) dx \\ \varphi(\xi) &= 2 f(x)/\bar{B} \end{aligned}$$

と置くと (10) 式は

$$R = \frac{1}{\pi} \rho U^2 r_0^2 \bar{B}^2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi d\xi' \quad (11)$$

となる。ここに核関数は

$$K[x, t] = \int_1^\infty \frac{(1 - e^{-t\lambda^2})^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \cos(x, \lambda) d\lambda \quad (12)$$

で定義される。造波抵抗係数の形に書くと

$$C_w = \frac{R}{\frac{1}{2} \rho U^2 \bar{B}^2} = \frac{2}{\pi} r_0^2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi d\xi' \quad (13)$$

である。

さて排水量が与えられたとき造波抵抗が極小になるように関数 $f(x)$ を決定する問題を考えよう。 $y=f(x)$ がそのまま船体の形状をあらわすものと考えれば、排水量は

$$V = 2 \int_0^T dz \int_{-L/2}^{L/2} f(x) dx = \frac{1}{2} TL \bar{B} \int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi = TL \bar{B} \quad (14)$$

であるから

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi = 2 \quad (15)$$

なる関係がある。従つて造波抵抗が極小ならしめることは (15) 式のような条件のもとで造波抵抗係数 C_w が極小値をとるような関数 $\varphi(\xi)$ を求めることに帰する。今 k を任意の定数として

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi d\xi' + k \int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi$$

なる式を考えると、その第一変分を零とするような関数が求める解である。すなわち

$$2 \int_{-1}^1 \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi' + k = 0 \quad (16)$$

あるいは

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi' = -\frac{k}{2} \quad (16)$$

が得られる。これは $\varphi(\xi)$ に関する第 1 種 Fredholm 積分方程式である。

$$\varphi(\xi) = -\frac{k}{2} \varphi_0(\xi) \quad (17)$$

と書けば、積分方程式は

$$\int_{-1}^1 \varphi_0(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0 \tau] d\xi' = 1 \quad (18)$$

となり、定数 k は

$$k \int_{-1}^1 \varphi_0(\xi) d\xi = -4 \quad (19)$$

より決定される。

このようにして得られた解は排水量が一定値に与えられたとき造波抵抗が極小になる船型を与えるものであるが、これをそのまま実用に供するには不適当な場合がある。たとえばここに得られた形状の肥せき係数は造波抵抗理論の観点からすれば各フルード数における最適の肥せき係数を与えるが、特に比較的低速ではこの値は実用的観点からは小さ過ぎてそのまま採用することが難しい。そこで肥せき係数がこれと異なる値を持つ場合について最適の船型を求めることも必要となつてくる。ところが肥せき係数を任意に定めて造波抵抗の極小になる形状を決定することは、数学的に不可能であることが証明されている⁸⁾。肥せき係数を変化させる一方法として、今考えている elementary ship では水線面の midship を通る横軸のまわりの二次モーメントを変化させることが考えられる。水線面の二次モーメントを一定値に定め造波抵抗を極小とする形状を求めることは可能である事が別所教授によつて示された。すなわち肥せき係数が最適値と異なる値のときの極小造波抵抗船型は排水量および水線面の二次モーメントを一定として求めるのが实际的であると考えられる。このような条件では縦のメタセンター高さが与えられることになるが、トリムモーメントを問題とするときは実用上若干の意義があろう。

さて水線面の二次モーメントが一定であるから

$$2 \int_{-L/2}^{L/2} f(x) x^2 dx = \text{const.} \quad (20)$$

である。この条件および排水量一定の条件のもとに (11) 式右辺の造波抵抗値を極小ならしめるための条件は、 k_1, k_2 を任意の定数として

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0\tau] d\xi d\xi' + k_1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi + k_2 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \xi^2 d\xi$$

なる式の第一変分を零ならしめることである。すなわち

$$2 \int_{-1}^1 \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0\tau] d\xi' + k_1 + k_2 \xi^2 = 0 \quad (21)$$

である。今

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0\tau] d\xi' = \xi^2 \quad (22)$$

なる積分方程式を満足する解を $\varphi_1(\xi)$ とすれば (21) の解はさきに定義された $\varphi_0(\xi)$ と $\varphi_1(\xi)$ との一次結合で与えられる。定数 k_1, k_2 は与えられた排水量と水線面の二次モーメントの値によつて決定される。

3 数 値 解 法

前節に示したように問題は

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi') K[r_0(\xi - \xi'), r_0\tau] d\xi' = g(\xi) \quad (23)$$

$$g(\xi) = 1 \quad \text{or} \quad \xi^2 \quad (-1 \leq \xi \leq 1)$$

なる積分方程式を満足する関数 $\varphi(\xi)$ ($-1 \leq \xi \leq 1$) を求めることにある。この核関数は積分変数を $\lambda = \sec \phi$ と変換することにより

$$K[r_0(\xi - \xi'), r_0\tau] = -\frac{\pi}{2} Y_0(r_0|\xi - \xi'|) \\ + \int_0^{\pi/2} (e^{-2r_0\tau \sec^2 \phi} - 2e^{-r_0\tau \sec^2 \phi}) \cos(r_0|\xi - \xi'| \sec \phi) \sec \phi d\phi \quad (24)$$

と書くことができる。ここに $Y_0(r_0|\xi - \xi'|)$ は零次の第2種ベッセル関数で、 $\xi = \xi'$ において $(2/\pi) \ln |\xi - \xi'|$ なる特異点を有する。このように対数的特異核を持つ第1種積分方程式の解は $\Phi(\xi)$ を $-1 \leq \xi \leq 1$ で連続な関数として

$$\varphi(\xi) = \frac{\Phi(\xi)}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (25)$$

なる形を持つことが知られている。そこで $\xi = \pm 1$ における解の特異性を解消するために、変数を

$$\xi = \sin \theta, \quad \xi' = \sin \theta', \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

と置きかえると

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Phi(\theta') K[r_0(\sin \theta - \sin \theta'), r_0\tau] d\theta' = g(\sin \theta) \quad (27)$$

なる式が得られる。右辺は θ の偶関数であるから方程式の解もまた偶関数である。そこで方程式を

$$\int_0^{\pi/2} [B(\theta, \theta') + D(\theta, \theta')] \Phi(\theta') d\theta' = g(\sin \theta) \quad (28)$$

と書くことができる。ここに

$$B(\theta, \theta') = -\frac{\pi}{2} [Y_0(r_0|\sin \theta - \sin \theta'|) + Y_0(r_0|\sin \theta + \sin \theta'|)] \\ D(\theta, \theta') = T[r_0(\sin \theta - \sin \theta'), r_0\tau] + T[r_0(\sin \theta + \sin \theta'), r_0\tau] \\ T(x, t) = \int_0^{\pi/2} (e^{-2t \sec^2 \phi} - 2e^{-t \sec^2 \phi}) \cos(x \sec \phi) \sec \phi d\phi$$

である。上式で $\tau \rightarrow \infty$ とすると $D(\theta, \theta') = 0$ となるから、この項が無限吃水の場合に対する有限喫水の影響をあらわす項であることがわかる。 $\theta = \theta'$ において核関数中 $Y_0(r_0|\sin \theta - \sin \theta'|)$ を含む項が対数的特異点を持つので数値積分するにあたってこの部分の評価法には特別な考慮を必要とする。

積分方程式の数値解法としては普通の方法、すなわち θ' について積分区間 $0 \sim \pi/2$ を N 等分し、第 i 番目の値

を θ'_i ($i=1, 2, \dots, N+1$) とする。 $\theta'_i = \theta'_i$ における $\Phi(\theta')$ の値を Φ_i とし各 $\theta = \theta_j$ ($j=1, 2, \dots, N+1$) の値に対して Simpson 法を用いて積分を代数和になおす。但し $\theta'_i = \theta_j$ を含む部分についてはベッセル関数を展開し

$$Y_0(x) \approx \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{x}{2} + \gamma \right) - \frac{x^2}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{2} + \gamma - 1 \right)$$

を用いて直接積分を行った。 $D(\theta, \theta')$ の計算に必要な関数 $T(x, t)$ の積分は ϕ の間隔を適当に変化調整した上で Simpson 法により直接数値積分によつて求めた。このようにして積分方程式を $N+1$ 元の連立一次方程式におきかえ Φ_i の値を決定した。計算は $N=48$ とし東大の大型計算機 HITAC 5020 E を用いて行つた。

4 計算結果とその検討

まづ排水量が一定値に与えられるという単一の条件で造波抵抗の極小となる形状を計算する。今考えている wall side の船では水線面積が

$$A_w = \tau/T$$

で一定値に与えられることになる。数値計算は $\tau = 2T/L$ が 0.05, 0.10 および無限大の3種類について、また速度はフルード数が 0.5000 ($\gamma_0 = 2.0$), 0.3976 ($\gamma_0 = \sqrt{10}$), 0.3536 ($\gamma_0 = 4$), 0.3162 ($\gamma_0 = 5$) および 0.2886 ($\gamma_0 = 6$) の5種類について行つた。ここで無限喫水についての計算はさきに発表された解析的方法による解と比較するために行つたもので、これによつて現在の数値解法の精度を確かめた。更に低いフルード数に関する計算も試みたが、無限喫水に対する結果の比較により精度が不充分であることが認められたので採用しないこととした。Fig. 1~Fig. 5 に各フルード数毎に結果が示してある。これらの図にはまたさきに発表された喫水を零とした極限に対する結果が破線で入れてある。概略的に見れば、今回の有限喫水に対する結果は無限喫水の場合よりもむしろ喫水零の極限計算の結果に近いといえるが、極限計算では端点で曲線が零点に来るのに対し、喫水を有限とした計算では端点で無限大にまで上昇するため、この附近の曲線にかなりの差が見られる。フルード数が 0.3162 の場合には両者の間の差が極めて小さくなるのに反して、0.2886 では全体的にかなりの差が見られる点は注目してよい。すなわち低いフルード数では喫水零の極限計算はあまり良い近似とはいえないのに対し、フル

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

ード数が0.3より0.4までの間では極限計算によってある程度まで有限喫水の値を近似できるということになる。極めて高いフルード数では端点附近の差が著しくなつて、極限計算の近似度が再び悪くなる。フルード数が0.2886では既に有限喫水と無限喫水との差が極めて僅かとなり、これ以下のフルード数では無限喫水の結果との差は無視し得る程度となろう。

これらの結果より各フルード数における最適の肥せき係数を計算した結果がFig.6に示してある。今回採用した wall-side の船では、方形係数、柱形係数および水線面積係数がすべて等しいので、そのいずれを肥せき係数にとつてもよいが、造波抵抗の性質からみて最も重要なのは柱形係数であるから、この図は最適の柱形係数の値を与えるものと見てよい。この図にはまたさきに発表された解析的方法による無限喫水と喫水零の極限に対する値が曲線で示してある。有限喫水に対する今回の計算値が、高速でかならずしも二本の曲線の間に入らず、浅い喫水では零喫水の値より下に出て、 $2T/L=0.10$ に対する値がほぼ零喫水に対する値に近くなつたことは興味がある。

次に水線面の二次モーメントが一定値をとるという条件のもとで、造波抵抗を極小ならしめる解を求めるにあ

Fig. 6

Fig. 7

Fig. 8

Fig. 9

Fig. 10

たつて、特に排水量を零として計算を行つた結果が Fig. 7~Fig. 11 に示してある。これらの値に適当な係数を乗じて、Fig. 1~Fig. 5 に示された曲線に加えてやれば、任意の肥せき係数を持つ形状を得ることができる。Fig. 12~Fig. 20 は二種類の喫水比について各フルード数毎に肥せき係数をパラメーターとして最適の形状を計算した結果が示してある。この曲線は水線形状を示すものといえるが、elementary ship ではこれがそのまま横

Fig. 11

Fig. 12

Fig. 13

Fig. 14

Fig. 15

Fig. 16

Fig. 17

Fig. 18

Fig. 19

Fig. 20

切面積曲線の形を与えるものと見てよいので、肥せき係数として柱形係数 C_p をとつている。既に述べたようにこれらの曲線は肥せき係数を一定値に定めて極小造波抵抗を与える形状を求めたものではない。しかし実用的観点からすれば肥せき係数が与えられた時最適の船型をこの曲線から選ぶことも許されるであろう。Fig. 16 には一例として喫水零の極限計算による値が点線に入れてある。水線形状あるいは横切面積曲線の形状に、ここに示された曲線をそのまま採用しようとすると、端点における解の特異性によりこの付近の形に何らかの修正を施さねば実用に適しない。この点については次節で検討する。また肥せき係数の小さい所で端点附近で座標が負になつているものがあるが、このような形は物理的には実現し得ないので、各フルード数において採用し得る肥せき係数の下限が存在することがわかる。

5 水線の形状

Michell の理論では (8) 式の関数 $f(x)$ は水線の形状を与えるが、極小値問題の解ではこの関数が (25) のような形となり、端点で無限大となるので Michell の仮定は成立せず、 $f(x)$ をそのまま水線の形状として採用できないことは既に述べた。この関数が物理的意味を持つためには、これが形状そのものを与えるのではなく、船体を中心面上の二重吹き出し分布で置きかえたとき、その密度分布をあらわすものと解釈する必要がある。このように考えたとき物体表面の形状は流線を追跡することによって求められる。フルード数があまり高くなく、水面の変形が微小であるとしてこれを無視すれば、無限に広がる一様な流れの中に、水面下船体の二重横型が置かれているとしてその表面をあらわす流線を計算することは、乾教授⁹⁾ によつてはじめて実施された。

x 軸の負の方向に U なる速度を持つ一様な流れの中に $y=0$ の平面上 $-L/2 \leq x \leq L/2$, $-T \leq z \leq T$ なる矩形部分に二重吹き出し分布が置かれているとき、各座標軸方向の速度成分を u, v, w とすれば、流線は

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (29)$$

なる微分方程式の解として与えられる。二重吹き出しの密度が $Uf(x)/2\pi$ であれば、このような流れの速度ポテンシャルは

$$\phi = -Uz - \frac{U}{2\pi} \int_{-T}^T dz \int_{-L/2}^{L/2} f(x') \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{R} \right) dx' \quad (30)$$

但し

$$R^2 = (x-x')^2 + y^2 + (z-z')^2$$

となり、速度成分は

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (31)$$

である。ここで速度を

$$\bar{u} = u/U, \quad \bar{v} = v/U, \quad \bar{w} = w/U \quad (32)$$

と無次元化し、また無次元座標

$$\xi = 2x/L, \quad \eta = 2y/L, \quad \zeta = 2z/L \quad (33)$$

を用いる。 $f(x)$ の代りに (25) 式において $\xi' = \sin \theta$ とし、更に

$$\Phi(\xi) = U\Psi(\theta) \quad (34)$$

と置けば、速度成分は

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= -1 - \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\Psi(\theta)(\zeta' - \zeta)}{\bar{R}\{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2\}} \left[\frac{\eta^2 + (\zeta - \zeta')^2}{\bar{R}^2} - \frac{2(\xi - \sin \theta)}{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2} \right] \bigg|_{\zeta' = -\tau}^{\zeta' = \tau} d\theta \\ \bar{v} &= \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\Psi(\theta)\eta(\xi - \sin \theta)(\zeta' - \zeta)}{\bar{R}\{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2\}} \left[\frac{2}{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2} + \frac{1}{\bar{R}^2} \right] \bigg|_{\zeta' = -\tau}^{\zeta' = \tau} d\theta \\ \bar{w} &= -\frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\Psi(\theta)(\xi - \sin \theta)\{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2 + 2\zeta(\zeta - \zeta')\}}{\bar{R}^{3/2}\{(\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2\}} \bigg|_{\zeta' = -\tau}^{\zeta' = \tau} d\theta \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

但し

$$\alpha = \bar{B}/L = A_w/L^2 = \bar{\nu}/L^2 T$$

$$\bar{R} = (\xi - \sin \theta)^2 + \eta^2 + (\zeta - \zeta')^2$$

である。流線の方程式を無次元の形に

$$\frac{d\xi}{\bar{u}} = \frac{d\eta}{\bar{v}} = \frac{d\zeta}{\bar{w}} \quad (36)$$

とし、 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ に (35) の式を入れて得られた微分方程式を Runge-Kutta-Gill の方法を用いて数值的に解く。計算は $z=0$ の面すなわち喫水線上の値について行つた。この流線は二重吹き出し分布に対応する物体の喫水線の形を与えるものである。 $\alpha=0.15$ として計算した結果は Fig. 21 に $2T/L=0.05$ の場合が、Fig. 22 に $2T/L=0.10$ の場合が例示してある。これらの図には対応する二重吹き出し分布が点線に入れてあるが、流線より求めた喫水線形状とは著しい差があり、実際の喫水線は二重吹き出し密度より Michell の仮定によつて求めた値に比してはるかに幅が狭くなつてゐる。これは二重吹き出し分布によつてできた形状が、竜骨線の中央で著しく垂れ下つた形となり、排水量が下方に移つたために幅が減少したことによるもので、この傾向は喫水の浅いもの程著しい。同様の計算を $\alpha=0.10$ として $2T/L=0.10$ 、フルード数 0.3536 の場合について行つた結果は Fig. 23 に示してある。傾向は前の例と同様であるが、流線形状と二重吹き出し密度による値との差ははるかに少なくなつてゐる。この図より特に言えることは Michell の仮定を用いて求めた形状と流線の形との差は、主として船体中央付近に現れ、端点の近くで差が極めて小さくなつてゐる。また端点で二重吹き出し密度が無限大になる所では、実際の形状は先を丸めた筒状船首ともいふべき形となり、その先端は特異点分布面の前端よりやや突出してゐる。今回は時間の都合上 $z=0$ の平面内以外での流線追跡は行わなかつたが、流線によつてつくられる形状が Michell の仮定によつて与えられる形状とかなり相

異しており、流線形状が実用船型に程遠いことは明らかである。しかしながらこの形状の横切面積曲線を考えると幅の減少が竜骨線の垂れ下りによる中央部喫水の増加によつて補償されて、二重吹き出し分布曲線より得られる形状に極めて近くなることは充分に予想されることである。細長体理論によると、二重吹き出し分布曲線と横切面積曲線との差は、線型理論で省略された高次の微小量と同程度になるから、造波抵抗を線型理論の枠内で考える限り、両者の間の差は無視してよい。次に各横切面の形状についていえば、流線による形状はたしかに Michell の仮定によるものと著しく異つてゐる。しかし波を全く伴わない特異点をもとの二重吹き出し分布に附加することにより、造波抵抗値を変えないで横切面の形状を大幅に変化できることが別所教授によつて明らかにされてお¹⁰⁾、しかもこのような変形によつて横切面積の変化する量は殆ど無視し得る程度であるから、横切面積曲線を一定とし、且造波抵抗値を変えことなく横切面の肋骨線形状を実用に適する形に変えることも可能である。このことは既に三菱重工長崎研究所における水槽実験で確かめられた

Fig. 21

Fig. 22

Fig. 23

事が報告されている⁷⁾。

以上述べたところによつて、今回の計算結果を実際面に応用するに当り、次のような事が結論できる。極小造波抵抗船型の計算によつて得られた二重吹き出し分布の曲線は、その端点近くの無限大に上昇する部分を丸めて修正すれば、実用船型に近い形状の横切面積曲線を与えるものと考えてよい。この際各横切面の形状を変化させても、造波抵抗値にはあまり大きな影響はない。

6 結 言

今回の研究は水線形状が喫水方向に一樣な wall-side の船型の、喫水が実用船型に近い有限値を持つ場合について、一定の排水量において造波抵抗の極小値を与える形状を変分法の原理により計算したものである。計算結果は船体に対応する二重吹き出し分布曲線を与えるが、流線計算の結果によると、船が充分に細長いときは、この曲線は端点近くを部分的に修正することにより、各フルード数における最適船型の横切面積曲線を与えるものとみなすことができる。これより各フルード数での最適肥せき係数が得られるが、水線面の二次モーメントを任意に与えて最適形状を求める計算を行うことにより、肥せき係数が最適値と異なる場合についても、最適横切面積曲線を求めることが出来た。これらの結果は以前に発表された喫水無限大の場合、および喫水零の極限に対する計算結果と比較されている。

参 考 文 献

- 1) G. Weinblum : Schiffe geringsten Widerstandes. Proc. 3rd Internat. Congr. Appl. Mech. Stockholm. 1930.
- 2) M. Bessho : On the minimum wave resistance of ships with infinite draft. Internat. Seminar on Theoretical Wave-Resistance, Ann Arbor 1963.
- 3) H. Maruo : Experiments on theoretical ship forms of least wave resistance. Internat. Seminar on T. W. R. Ann Arbor 1963.
- 4) 丸尾 孟, 別所正利 : 極小造波抵抗の船型, 造船協会論文集 114 号, 昭和 38 年 12 月.
- 5) H. Maruo : Problems relating to the ship form of minimum wave resistance. Fifth Symp. on Naval Hydro. Bergen 1964.
- 6) J. Kotik : Some aspects of the problem of minimum wave-resistance. Internat. Seminar on T. W. R. Ann Arbor 1963.
- 7) 丸尾 孟 : 造波抵抗理論概説, 造船協会誌 434 号 (昭和 40 年 9 月) 391 頁参照.
- 8) M. Bessho : On the problem of the minimum wave-making resistance of ships. Memoirs of the Defense Academy 2—4 (1963).
- 9) T. Inui : A new theory of wave making resistance (2nd report) 造船協会論文集 93 号, 昭和 28 年 7 月.
- 10) 別所正利, 水野俊明 : 波無し分布の応用について, 造船協会論文集 116 号, 昭和 39 年 12 月.