(昭和 47 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

長矩形平板の水面衝撃実験とその解析

正員 永 井 保* 正員 浜 本 剛 実*
正員 守 国 夫**

On the Water Impact of Flat and Concaved Plates

by Tamotsu Nagai, *Member**

Masami Hamamoto, *Member**

Kunio Mori, *Member***

Summary

Taking pictures of the motion of a water surface at the impact of flat and concaved rectangular plates on the water, we obtained the phenomena which the air was entrapped and compressed between the water surface and plate surface, while blowing out through the contact part of both surfaces. In order to develop the equation of air motion reasonably, we took the energy dissipation due to volume change of entrapped air into consideration, hence, an unknown coefficient was herein introduced. It was suitably determined from measured data by the dropping test already done by one of authors. The aspect ratio of rectangular plate was chosen beyond about three, and plates have one-third or full scale when compared with the plate panels of both destroyers and torpedo boats. We finally obtained the experimental formula of impulsive water pressure covering $M/\rho l^2$ from about 2 through 7, which might be considered most useful for practical purpose.

To get the elasto-plastic response of concaved rectangular plates, the damping effect due to compressed air was also introduced into the theoretical treatment, and this damping coefficient was approximately determined so as to satisfy the critical damping condition of the plate, such as the case of flat plates. We therefore obtained the experimental formula of the response.

Within plate scantlings used in our experiment, if the plate is repeatedly dropped on the water from the same height the induced concavity will finally converge to the certain magnitude. And hence, applying those two formulae obtained above to solve such phenomena, reasonable coincidences concerning concavities after each drop were obtained between the computed results by numerical analysis and measured data.

序 論

スラミング現象によつて船首船底部に損傷が発生することはよく知られているが、水面と船体との衝撃機構についてはその本質が十分に解明されていない状態にある。その本質の一部を解明する目的で著者の一人は船底模型の自由落下による水面衝撃実験を施行し、船底板の応答について論じた^{1,2,3)}。その際水圧については実測値を用いたが、その後水圧についても解析を続行して来たところ、実測値と合理的に一致する算定法を求めることができた。したがつて今回はその結果について述べるとともに、初期たわみのある船底板の水圧ならびに凹損への影響についても述べることにする。

実験に使用した矩形平板模型の寸法は護衛艦および高速艇の船首船底防撓材間板パネル部を対象にして決めたので縦横比は約 3 以上である。

* 防衛庁技術研究本部第 1 研究所第 3 部

** 株式会社神戸製鋼所構造研究所

衝撃時には船底と水面間に空気が介在するということが知られているので、このことを水圧算定の条件とし、さらに接水時の水面の挙動をみるためにこれを高速度カメラにてとらえることにした。その結果、接水条件（圧力、空気層厚さ）を制御できる係数を考えることによって実測値との照合を行なった。一方応答算定にあたっては介在する空気の粘性による減衰係数をまず仮定し、この無次元化した値を導入した弾塑性応答理論解を求め、この結果と実測の応答とが互いに近似的に等しくなるように試策法によって無次元係数を決めることにした。その結果初期たわみのある場合も前回の初期たわみ無しの場合と同じく、板がほぼ critical damping の状態にあることがわかった。換言すれば critical damping 状態になるように減衰係数を決定すれば良いという結果が得られた。

高い基本固有周波数をもつ平板の場合、同一落下高さで繰返し水面衝撃により発生する凹損がしだいにある量に収束してゆく現象を説明するために、初期たわみのある平板の水圧ならびに凹損算定法を適用してみたが、その結果は良好な一致をみた。かくして、以上述べたごとく初期たわみをもつ平板が水面衝撃によって発生する圧力ならびに凹損の実用になる算定法が求められたものと思われる。

1 衝撃水圧の近似解析

1.1 水面衝撃機構

自由落下している平板が水面に衝突して受ける水面衝撃圧の発生および発達の様相は現象的には、その圧力は大気圧から急激に上昇し始め、やがてその最大値に達した後、急速に減少して、再び大気圧に復帰する。この間の作用時間が数ミリ秒で全域過渡的に変化するがこの現象の基本的な特徴である。したがって、平板と水面とが直接に接するのではなく、この間に何らかの緩衝機構が存在することがつとに指摘^{4,5)}され注目されて来た。

このことを背景にして、近年 Verhagen⁶⁾ は衝撃圧の作用時間が水の衝撃波の伝播速度よりも空気の衝撃波の伝播速度に近いことから、いわゆる“流体力による板の動的応答”を無視した衝撃機構モデルを提案している。

これによると、水面と平板との間の空気の流れおよびその圧力を解析するために、粘性項をはずした Euler の運動方程式と連続の条件に断熱変化を仮定している。一方、気液二相境界面の挙動については Wehausen⁷⁾ の関係を用いて、双曲線型変微分方程式を導いている。これを特性曲線法によって、数値的に解いて、平板の両端が接水するまでの空気層の厚さおよびその圧力を求めている。次に接水と同時に平板の両端から流出する空気の流れは遮断される。その瞬間、平板と水面との間に捕えられた空気層の圧力が上昇および降下する様相を平板と水の見掛質量との相対運動に帰着させ、平板、空気および水面でできるサンドウィッチモデルによって現象的に鮮明に論じている。

その結果によると、落下平板の質量 M とその半幅 l の 2 乗に水の密度 ρ を掛けた量との比を無次元化して、すなわち $M/\rho l^2$ が 0.3~0.5 の領域では落下高さが 0.4m 程度までは衝撃水圧は実験結果と理論値がよく一致することが確かめられている。しかし $M/\rho l^2$ が 1 およびそれ以上になると、理論値が実験値より非常に大きくなつて来て、両者の不一致が顕著になる。この理由は空気の流れが遮断されたとき、衝撃水圧が発達しながら、その空気層内の圧力分布が変化しこれに伴って水面の見掛質量が変化していると推定されるので、したがって、著者らはこのサンドウィッチモデルにつぎの二点を新たに導入することを試みた。すなわち、水面の見掛質量の評価と圧力分布が変化するためのエネルギーの散逸を考えることにした。

1.2 空気層の運動とその圧力

平板の両端が接水するまでは前節で述べた様に、空気層の空気の流れは Verhagen の双曲線型微分方程式にあずかつて、その圧力を生ずるが図 1 に示す様に接水と同時に、空気層内の空気の外気への流出は遮断され、この瞬間、水面と平板との間に捕えられた空気は衝撃波をともなうエアーアクションとして、平板に衝撃圧を与えるが平板の両端が水面に衝突した直後、この衝突部分より空気が急激に流出するため、この近傍の水をまわりに霧散させる。このとき平板と水の見掛質量との相対運動は運動量理論によって、次のように与えられる。

$$MU - MU_1 = -2l \int_0^t (p - p_0) dt \quad (1)$$

$$m\dot{\eta} = 2l \int_0^t (p - p_0) dt \quad (2)$$

図1 サンドウィッチモデル

ここで	M : 落下物体 (平板) の質量	p : 接水時以後の圧力
	m : 水の付加質量	η : 水面の変位量
	l : 落下物体底板の半幅	U : 落下平板の速度
	p_0 : 大気圧	U_1 : 接水時の平板の落下速度

この (1), (2) 式を空気層の厚さ h を用いて書きかえると

$$\frac{mM}{m+M}(U_1+\dot{h})=2l\int_0^t(p-p_0)dt \quad (3)$$

となる。但し, $\dot{h}=\dot{\eta}-U$

(3) 式を時間で微分して次の様な空気層の運動方程式を導くことができる。

$$\frac{mM}{m+M}\ddot{h}+\left(\frac{M}{m+M}\right)^2\frac{dm}{dh}\dot{h}(\dot{h}+U_1)=2l(p-p_0) \quad (4)$$

ここで連続の条件に断熱変化を仮定して, その係数を γ とすると

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)=\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^\gamma=\left(\frac{h_1}{h}\right)^\gamma \quad (5)$$

の関係を用いて, (4) 式を圧力についての式に直すと,

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{p}{p_1}\right)+\left\{\frac{\gamma+1}{\gamma}\left(\frac{p}{p_1}\right)-\frac{M}{m+M}\cdot\beta\right\}\left\{\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{p_1}\right)\right\}^2 \\ +\frac{M}{m+M}\cdot\beta U_1\left(\frac{\gamma}{h_1}\right)\left(\frac{p}{p_1}\right)^{(\gamma+1)/\gamma}\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{p_1}\right) \\ +2l\frac{m+M}{mM}p_1\left(\frac{\gamma}{h_1}\right)\left(\frac{p}{p_1}-\frac{p_0}{p_1}\right)\left(\frac{p}{p_1}\right)^{(\gamma+1)/\gamma}=0 \end{aligned} \quad (6)$$

となる。但し, $\beta=\frac{1}{1+k}\frac{dh}{d(p/p_1)}$

尚, 初期条件は $t=0$ で $h=h_1$, $p=p_1$ とする。この (6) 式で表される微分方程式によつて, 空気層内の圧力変化, つまり平板に作用する最大圧力および作用時間が求まることになる。

さて, (6) 式を解く場合, h_1 , p_1 は Verhagen の双曲線型変微分方程式を特性曲線法によつて数値的に解いて求まるが水の付加質量 m , および空気層内の圧力分布の形と水の付加質量との関係を表わす係数 k についての評価が必要である。次にこれについて少しく考えてみる。

1.3 水面の付加質量

水面に圧力が作用すると, 水面はある加速度をもつて変位する。この場合, 図 2 に示す様に, 圧力 $p(x, t)$ を受ける線型化された重力 g の作用する自由表面の条件は ϕ を速度ポテンシャルとして, その座標系 (x, y) および時間 t の関数で表わすと一般に

$$p(x, t)=-\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}-\rho gy \quad (7)$$

で与えられるが $\rho gy/p(x, t)\ll 1$ として, 重力の影響を無視すると,

$$p(x, t)=-\rho\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (8)$$

となる。したがつて, 水の粒子の加速度を $F(z)$, その直交成分を X, Y として,

$$\left. \begin{aligned} F(z) &= X(x, y) + iY(x, y) \\ z &= x + iy \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{但し} \quad X = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

とするならば, 自由表面での境界条件および無限遠方での条件が図 2 に示す様に与えられているので, これに Cauchy の定理を適用すると, その閉ループの中に特異点をもたないので, 積分変数 ζ について積分すれば

$$0 = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{F(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta + \frac{1}{2} F(z) \quad (11)$$

図 2 水面および水中での加速度ポテンシャル

したがって、

$$F(z) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta \quad (12)$$

であるから、(9)、(10) の関係を用いて、 $\zeta = \xi + i\eta$ の故、(12)式の虚数部より y 方向の加速度 $Y(x)$ を求めると次のようになる。

$$Y(x) = -\frac{1}{\pi \rho} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi}{\xi - x} \quad (13)$$

さて、平板と水面との間の空気層の圧力分布を一般に

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \quad (n=1, 3, 5 \dots) \quad (14)$$

$$\xi = l \cos \theta \quad 0 < \theta < \pi \quad (15)$$

によつて表わせば加速度 $Y(x)$ は、

$$Y(x) = \frac{p_0}{\pi \rho l} \int_0^\pi \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n A_n \cos n\theta}{\cos \theta - \cos \varphi} d\theta = \frac{p_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin n\varphi}{\sin \varphi} \quad (16)$$

図 3 (a), (b) Pressure Distribution Across Model Midlength During Impact

したがって、図2に示す control surface 全体についての平均的な付加質量を考えて、
(質量)×(加速度)=力

の関係から水面の付加質量 m を求めると、

$$m = \frac{\int_{-l}^l (p - p_0) dx}{\frac{1}{2l} \int_{-l}^l Y(x) dx} = \frac{\pi}{2} \rho l^2 [1+k]^{-1} \quad (17)$$

但し、 $k = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{A_n}{A_1}$ 、つまり圧力分布形状によつてきまる係数

例えば A_3 以上の項を零と置けば (17) 式より

$$m = \frac{\pi}{2} \rho l^2$$

となつて、平板の付加質量と等しくなる。勿論、このときの圧力分布はだ円分布である。つまり平板と水面との間の圧力分布の形によつて水面の付加質量が変化することを (17) 式は示している。

衝撃水压の発達過程での板幅方向の圧力分布の変化の様相については、まわりの境界条件を決める物理的必然性がわかつていないため、理論的解析は現在のところ困難であるが、実験的にはすでに Maclean⁸⁾によつて、図3に示す様に圧力分布が変化しながら、衝撃水压が発達している様相が鮮明に捕えられている。したがって、衝撃水压を解析する場合にはこのことを考慮しなければならない。つまり (6) 式に与えられた β がこの間の物理的現象を表わす微係数である。さて

$$\beta = \frac{1}{1+k} \frac{dk}{d(p/p_1)} \quad (18)$$

において前述した様に k と (p/p_1) との間の解析解は得られていないので今近似的に摂動法により、

$$k = k_0 + k_1 \left(\frac{p}{p_1} \right) + k_2 \left(\frac{p}{p_1} \right)^2 + \dots \quad (19)$$

と置いてみる。この様にして、衝撃現象の大略が (6) 式の微分方程式で表わされるとすれば、実験結果をよく説明する様に、第1近似として (19) 式の2項までにとどめて実験式を求めることにする。したがって、圧力分布の発達の様相を支配する k の値は Maclean の圧力分布の測定範囲を参照すると図4に示す様な

図4 k による圧力分布の形

注) $\epsilon_p \leq 0$ は接水条件
C; 空気層内の局所音速
U; 空気流速
H; 落下高さ

図5 Block Flow

と考えられる。そこで自由落下している平板の衝撃水圧の最大値を $M/\rho l^2=4$, $H=1, 2, 4$ m の場合について求めてその結果を第3章の図17に示してみた。ここで図5の計算プログラムにおいて板の両端が接水するまでの圧力は Verhagen の双曲線型変微分方程式で求め、これを初期条件として接水後の圧力変化を(6)式によって求めた。ここで使用した電算機は IBM-360 である。

2 水面衝撃による初期たわみのある長矩形平板の弾塑性応答

平板の水面衝撃による変形は板と水面の間に介在する空気層により減衰されると考えられるので、この減衰係数を縮尺模型による実測値と近似的に等しくなるように仮定して、平板の応答解析を行なった。以下に基礎方程式とその解法を述べる。

実船における船首船底部の防撓材間パネルの辺長比は通常3以上であることより、衝撃問題においても板パネルを帯板の連続として近似的に取扱えることは、初期たわみがない場合について著者の一人がすでに報告している¹⁾。そこで今回は初期たわみのある場合を、同じく帯板として解析を試みた。計算に用いた仮定は次のとおりである。すなわち

(1) 両端固定とする。(2) 衝撃時の変形は静的変形に類似する。(3) 衝撃後の減衰係数は実験により決定する。(4) 衝撃水圧は一様分布とする。(5) 部材は塑性ヒンジ点で回転しその間は弾性変形とする。(6) 応力・歪曲線は bi-linear 型とする。

図6 衝撃水圧を受ける帯板

図6に示すように板厚 d , スパン b の帯板に衝撃力 $p(t)$ が作用した場合、中央点での曲げモーメントの釣合い式は次のようになる。

$$\int_0^{b/2} (q dx) \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(x, t) = \frac{b^2}{8} p(t) - m_0 - m_{b/2} - w_m(t) \sigma_s d - \int_0^{b/2} (c dx) x \frac{\partial}{\partial t} (x, t) \quad (20)$$

ここで、 $w(x, t)$ は x 点のたわみ、 $w_m(t)$ は中央点のたわみ、 q は単位長さ当り質量、 σ_s は膜応力、 c は減衰係数、 m_0 および $m_{b/2}$ はそれぞれ $x=0$, $b/2$ の曲げモーメント、 $p(t)$ は衝撃水圧で全正弦波形状とし作用時間を J とする。

一様分布荷重が作用する両端固定梁の塑性崩壊機構は先ず両端に塑性ヒンジを形成し、次に中央点が塑性ヒンジとなる。そこで各段階の変形を鶴田等の論文⁹⁾を参照して次のように仮定する。

(a) 両端に塑性ヒンジを形成するまで

$$w(x, t) = 16 \{ w_{m0} + w_{m1}(t) \} \left(\frac{x}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{b} \right)^2 \quad (21)$$

ここで $w_0 = 16 w_{m0} \left(\frac{x}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{b} \right)^2$ は初期たわみ

(b) 両端塑性ヒンジ形成から中央点塑性ヒンジ形成まで

$$w(x, t) = 16 \{ w_{m0} + w_{m1}(t) \} \left(\frac{x}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{b} \right)^2 + 4 w_{m2}(t) \left(\frac{x}{b} \right) \left(1 - \frac{x}{b} \right) \quad (22)$$

(c) 中央点塑性ヒンジ形成以降

$$w(x, t) = 16 \{ w_{m0} + w_{m1}(t) \} \left(\frac{x}{b} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{b} \right)^2 + 4 w_{m2}(t) \left(\frac{x}{b} \right) \left(1 - \frac{x}{b} \right) + 2 w_{m3}(t) \frac{x}{b} \quad (23)$$

塑性ヒンジ形成の条件式を求めるため、図7の応力・歪関係および図8の応力分布を仮定すると、曲げモーメントと膜力の組合せによる降伏限界曲線式は次のようになる。

図 7 応力-歪関係

図 8 塑性ヒンジの応力分布

図 9 塑性ヒンジでのセパレーション

$$x=0 \text{ にて} \quad m_0 = -\frac{\sigma_0 d^2}{4} \left\{ 1 - \frac{(\sigma_s d)^2}{\left\{ \sigma_0 h + \frac{\lambda E d^2}{2} (\psi_0 + \psi) \right\}^2} + \frac{1}{3\sigma_0} \lambda E d (\psi_0 + \psi) \right\} \quad (24)$$

$$x=b/2 \text{ にて} \quad m_{b/2} = -\frac{\sigma_0 d^2}{4} \left\{ 1 - \frac{(\sigma_s d)^2}{\left\{ \sigma_0 d - \frac{\lambda E d^2}{2} (\psi_0 + \psi) \right\}^2} - \frac{1}{3\sigma_0} \lambda E d (\psi_0 + \psi) \right\} \quad (25)$$

ここに ψ_0 は初期たわみによる曲率, ψ は荷重により生じる曲率, λ は歪硬化の係数, σ_0 は降伏点応力で初期たわみのある場合はその全伸び量をスパンで割った平均歪を考慮する。すなわち図 7 の A 点を σ_0 とする。

曲げと膜力の働く塑性ヒンジでは回転と同時に separation¹⁰⁾ による伸び ε が生じる。 θ を中立軸まわりの回転角とすると図 9 より

$$\varepsilon = \theta d_c = \frac{d}{2} \frac{\sigma_s}{\sigma_0 + \frac{\lambda E d (\psi_0 + \psi)}{2}} \theta \quad (26)$$

となる。膜応力 σ_s を幾何学的形状変化より求め、(21)～(23) を (20) 式に代入して各段階の運動方程式を求めると次のようになる。ここで $W(x, t) = \frac{w(x, t)}{d}$ とすると、

(a) の段階

$$\left. \begin{aligned} \ddot{W}_{m1} + \frac{c}{q} \dot{W}_{m1} + \frac{120}{11} \frac{\sigma_{sa} d}{q b^2} (W_{m0} + W_{m1}) &= \frac{15}{11} \frac{p(t)}{q d} - \frac{1440}{11} \frac{\sigma_0 d}{q b^2 F} W_{m1} \\ \text{ここに } \sigma_{sa} &= \frac{256}{35} \frac{\sigma_0 W_{m1}}{F} (W_{m1} + 2W_{m0}), \quad F = \frac{3b^2 \sigma_0 (1 - \nu^2)}{E d^2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(b) の段階

$$\left. \begin{aligned} \ddot{W}_{m1} + \frac{25}{22} \ddot{W}_{m2} + \frac{c}{q} \left(\dot{W}_{m1} + \frac{25}{22} \dot{W}_{m2} \right) &+ \frac{120 \sigma_{sb} d}{11 q b^2} (W_{m0} + W_{m1} + W_{m2}) \\ &= \frac{15}{11} \frac{p(t)}{q d} - \frac{1440}{11} \frac{\sigma_0 d}{q b^2 F} W_{m1} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに } \sigma_{sb} = \sigma_0 \frac{\frac{256}{35} W_{m1}(W_{m1} + 2W_{m0}) + 8W_{m2} \left\{ W_{m2} + \frac{8}{5}(W_{m0} + W_{m1}) \right\}}{F + \frac{12W_{m2}}{1 + \frac{\lambda Ed}{2\sigma_0} |\phi_0 + \phi|_{x=0}}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

(c) の段階

$$\left. \begin{aligned} & \ddot{W}_{m1} + \frac{25}{22} \ddot{W}_{m2} + \frac{10}{11} \ddot{W}_{m3} + \frac{c}{q} \left(\dot{W}_{m1} + \frac{25}{22} \dot{W}_{m2} + \frac{10}{11} \dot{W}_{m3} \right) \\ & + \frac{120\sigma_{sc}d}{qb^2} (W_{m0} + W_{m1} + W_{m2} + W_{m3}) = \frac{15}{11} \frac{p(t)}{qd} - \frac{1440}{11} \frac{\sigma_0 d}{qb^2 F} W_{m1} \\ \text{ここに } \sigma_{sc} = \sigma_0 \frac{\frac{256}{35} W_{m1}(W_{m1} + 2W_{m0}) + 8W_{m2} \left\{ W_{m2} + \frac{8}{5}(W_{m0} + W_{m1}) \right\} + 2W_{m3} \left(W_{m0} + W_{m1} + W_{m2} + \frac{W_{m3}}{2} \right)}{F + 6 \left\{ \frac{2W_{m2} + W_{m3}}{1 + \frac{\lambda Ed}{2\sigma_0} |\phi_0 + \phi|_{x=0}} + \frac{W_{m3}}{1 + \frac{\lambda Ed}{2\sigma_0} |\phi_0 + \phi|_{x=b/2}} \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

(b), (c) の段階では塑性ヒンジで曲げモーメントの連続条件が満足されねばならない。弾性曲線式 $m_x = -D \times (d^2 w/dx^2)$ と降伏限界曲線式 (24), (25) より曲げモーメントを消去するとたわみ係数 W_{m1} , W_{m2} , W_{m3} の関係が次のように求まる。

(b) の段階：両端塑性ヒンジより決定される条件式

$$\frac{8Dd}{b^2} (4W_{m1} - W_{m2}) = \frac{\sigma_0 d^2}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma_{sb}}{\sigma_0 + \frac{\lambda Ed}{2} |\phi_0 + \phi|_{x=0}} \right)^2 + \frac{\lambda Ed}{3\sigma_0} |\phi_0 + \phi|_{x=0} \right\} \quad (30)$$

(c) の段階：両端および中央塑性ヒンジより決定される条件式

 $x=0$ では (30) 式が成立すると同時に $x=b/2$ で次式を満足せねばならない。

$$\frac{8Dd}{b^2} (2W_{m1} + W_{m2}) = \frac{\sigma_0 d^2}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma_{sc}}{\sigma_0 + \frac{\lambda Ed}{2} (\phi_0 + \phi)_{x=b/2}} \right)^2 + \frac{\lambda Ed}{3\sigma_0} |\phi_0 + \phi|_{x=b/2} \right\} \quad (31)$$

両式より σ_s を消去すると

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 + \frac{4\lambda Ed^2}{\sigma_0 b^2} (4W_{m0} + 4W_{m1} - W_{m2}) \right\}^2 \left\{ 1 - \frac{32D}{\sigma_0 b^2} (4W_{m1} - W_{m2}) + \frac{8}{3} \frac{\lambda Ed^2}{\sigma_0 b^2} (4W_{m0} + 4W_{m1} - W_{m2}) \right\} \\ & = \left\{ 1 + \frac{4\lambda Ed^2}{\sigma_0 b^2} (2W_{m0} + 2W_{m1} + W_{m2}) \right\}^2 \left\{ 1 - \frac{32D}{\sigma_0 b^2} (2W_{m1} + W_{m2}) + \frac{8}{3} \frac{\lambda Ed^2}{\sigma_0 b^2} (2W_{m0} + 2W_{m1} + W_{m2}) \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

(27)～(32) 式を用いて電算機による数値解析を実行するために、ここで

$$\dot{W}_{mi} = \frac{dW_{mi}}{dW_m} \dot{W}_m, \quad \ddot{W}_{mi} = \frac{d^2 W_{mi}}{dW_m^2} (\dot{W}_m)^2 + \frac{dW_{mi}}{dW_m} \ddot{W}_m \quad (i=1, 2, 3) \quad (33)$$

を用いて (27), (28), (29) 式を整理するとつぎの式になる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \ddot{W}_m &= -A_1 (\dot{W}_m)^2 - A_2 \dot{W}_m - A_3 \sigma_s W_m - A_4 W_{m1} + A_5 p(t) \\ \text{ここに } A_1 &= \frac{\frac{d^2 Y}{dW_m^2}}{\frac{dY}{dW_m}}, \quad A_2 = \frac{c}{m}, \quad A_3 = \frac{120}{11mb^2} \frac{1}{\frac{dY}{dW_m}} \\ A_4 &= \frac{1440\sigma_0}{11mb^2 F} \frac{1}{\frac{dY}{dW_m}}, \quad A_5 = \frac{15}{11md} \frac{1}{\frac{dY}{dW_m}} \\ Y &= W_{m1} + \frac{25}{22} W_{m2} + \frac{10}{11} W_{m3} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

また (33) 式を用いて (30) 式を W_{m1} で整理すると

$$\left. \begin{aligned} & B_1 W_{m1}^4 + B_2 W_{m1}^3 + B_3 W_{m1}^2 + B_4 W_{m1} + B_5 = 0 \\ \text{ここに } B_1 &= \left(\frac{128}{35} \right) \sigma_0^3, \quad B_2 = \frac{128}{35} \sigma_0^3 \alpha_2 + \left(\frac{64\lambda EdF}{b^3} \right)^2 \left(2dD - \frac{1}{6} \lambda Ed^4 \right) \end{aligned} \right\}$$

数値計算は (33)~(36) 式を用いて図 10 の Block Flow にしたがって実行する。

3 理論解誘導の際に用いた仮定の検証と実験式の決定

ここでは 1, 2 における理論解誘導時に用いた仮定を実験的に証明するとともに、理論解に導入した未知係数を計測結果を用いて決定する方法について述べることにする。実験の説明より始める。

3.1 実験

計測した項目は (1) 衝撃水圧 (2) 変形 (3) 加速度 (4) 衝撃時の落下物体の速度 (5) 衝撃時における水面の運動である。

箱型船体、実験装置 (使用した水圧計の略図を図 11

図 11 水圧計内部の概略構造

図 12 衝撃時の落下物体速度

に示す)および計測項目(1)~(3)に対する計測要領ならびに使用した矩形平板の材質、寸法、降伏点などはすでに発表^{1,2,3)}してあるのでここでは省略し、計測項目(4),(5)に対する実験の概要について述べる。使用した矩形平板は $M/\rho l^2$ の範囲 2.4~7.4、空中における最低固有振動数範囲 399~1,030 Hz である。

3.1.1 衝撃時の落下物体の速度

図12に示すごとく光電管による投光器を水面上5mmの位置に取付け、水面間5mmの平均速度を計数管を用いて測定した。その結果は図12に示すごとく U_1 は $\sqrt{2gH}$ 曲線による値の約90%になっている。

3.1.2 衝撃時における水面の運動

図13に示すような実験装置により、木製の小型試験板(100×100×20mm)にバラスト10kgを取付けた落下物体($M/\rho l^2=4$)を高さ2mより落下させ、衝撃時における水面の運動を調べた。

まず使用した装置の主なるものは高速度カメラと衝撃直前照明としてのフラッシュ(Beckman and Whitley社製 Dynafax), He-Ne ガスレーザー発振装置(日本科学工業株式会社製)である。つぎに計測要領は高速度カメラ 10,000 pictures/sec でシャッターは開放し、フラッシュは 3,000,000 キャンドルで 5.4 milli-sec 間照明させて衝撃時における水面の運動を撮影した。その際使用したフラッシュの発火始動装置は図13に示すごとく信号源に He-Ne ガスレーザー、受光面に CdS セルをそれぞれ用いて自作したものである。図14に示す撮影結果から上記の装置が計測目的を十分に満足していると思われる。図14より衝撃時には落下物体が水面を押し下げると同時に端において接水し、空気層を封じ込めることがわかる。このことは1に用いた仮定を裏付けることになる。さてその直後、封じ込められた空気が圧縮され、体積の減少とともにここでもかなりのエネルギーが減衰されることになる。かくして圧縮空気が接水端より噴出し、この部分の水を霧散させる状態が観察できた。さらに重量 1.5 ton の高張力鋼製矩形平板(1,000×240×4.1mm)を4mの高さから落下させた場合について水の霧散の状態を示すと図15の写真のごとくになる。この場合 $M/\rho l^2=7.4$ であった。

3.2 計測結果を用いて接水条件の設定ならびに減衰係数の決定について

3.2.1 水圧計測値

使用した模型寸法、模型重量および落下高さの範囲内において計測した水圧の作用時間は平均約 7 milli-sec となっている。この現象と図14の現象より判断すると、物体と水面間には空気が介在すること、そしてその空気層の体積変化によるエネルギーの消滅ならびに水の霧散によるエネルギーの消滅を考慮に入れる

図13 衝撃時における水面の運動計測装置

図14 衝撃時における接水と水の霧散

図15 衝撃時における水の霧散

必要があることがわかる。また使用した矩形平板の最低固有周波数が 399~1,030 Hz なので衝撃時には矩形平板の励振現象は発生しなかつた。このため励振による水圧変化は無視できるものと思われる。以上の実験結果にもとづき、1においては矩形平板の剛性は無限大とし空気の弾性を考慮に入れてみた。

3.2.2 第1章に導入した接水条件の設定

平板の両端が接水したときの空気層の厚さ h_1 および圧力 p_1 を求める Verhagen の双曲線型変微分方程式において平板と水面との接水条件をきめる係数 α を求めるためには、接水時の空気層の厚さ h_1 および平板落下速度 U_1 の間には平板の両端から流出する空気の色度を音速 C_0 として、 l をその半幅とすれば連続の条件より

$$\frac{U_1}{C_0} = \frac{h_1}{l}$$

の関係が成立しなければならないから、 $h_1 = U_1 l / C_0$ のオーダーで接水することが条件になる。そこで図 14 の観測結果と合せ考えて $\alpha = 0.006$ ときめた。図 16 に示す 3 種の初期たわみについて述べることにする。実験結果より最大初期たわみ量 w_{m0} が同じならば水圧の最大値も近似的に等しくなっていることがわかつた。したがって図 17 の横軸は上記 3 種のいずれの場合にも適用できるとされる。さて $\alpha = 0.006$ を代入して計算すると図 17 の曲線のごとくなる。この図より実験値と大体よい一致を示しているといえる。

3.2.3 第2章に導入した減衰係数 C の決定

矩形平板の応答計測結果に一致するように C 値を決定してみる。ここで C 値の無次元化として CT/q をとる。この比は critical damping を論ずるときに基準としてえらばれる係数である。ここで T は $C=0$ ときたわみの振動周期である。この係数を数値計算の結果と実験結果との比較により決定すると、鋼板では約 4π 、Al 合金板では約 6π となる。そこで飽和凹損を論ずるにあたっては CT/q を critical damping になるように定めれば妥当と思われる。このようにして応答実験式を決定することができる。

3.3 計測値と実験式による結果との比較例

今 1 例として初期たわみ 4.9 mm をもつ Al 合金板 (1,000×190×4.5 mm) を用い全重量 0.7 ton にして 2 m の高さより落した場合、計測値と実験式による結果とを比較してみることにしよう。図 18 に水圧、加速度、変位それに落下物体の速度を比較しているがいずれもほぼ良好な一致を示している。水面の下降速度の計測値がないので、この際両者の比較はできないが、最大水圧になる時に落下物体の速度と水面の下降速度が一致していることが図 18 よりわかり、興味深い現象と思われる。

図 16 船底部の断面

3.4 同一重量で同一高さより繰返し落下した後に発生する凹損量

初期たわみなしとき第 1 回落下後に凹損が発生す

図 17 最大水圧と $w_{m0}/2l$ の関係

図 18 実験と計算との比較 (水圧, 加速度, 速度, 変位)

るときき場合を考えてみる。そしてさらに第2回落下時の衝撃水圧を予測するには上述の実験式に第1回後の凹損量を初期たわみとして代入すれば求められる。したがって第2回目衝撃時の応答はこの水圧を近似的な正弦波形の水圧に置換えて、これを入力として応答実験式に代入すれば直ちに求められる。それ以降の落下も同様にして計算できる。かくして求めた応答を実測凹損量と比較した例を図19に示す(図では第1回目を0としてある)。しかし初回時の水圧分布を繰返し応答式に代入した結果が計測凹損量と一致してくれば、計算の手間がはぶけるのでその意味で図20にその例を示すこととした。この例よりこのような近似的手法でも十分良好な結果が得られることがわかる。言い換えると一定水圧を繰返して代入することにより得られる凹損量は近似的に計測結果とよく合ってくるということになる。また図20より多数回の繰返し落下後においては凹損が一定値に収束してくることと、初期たわみは飽

和凹損量に影響を及ぼさないことがわかり興味深いと思われる。したがって今この飽和凹損量を初期たわみとして与えておけば、この水圧の下では応答

図 19 実験と計算との比較

図 20(a) 繰返し落下と残留たわみ (Al 合金)

図 20(b) 繰返し落下と残留たわみ (高張力鋼)

図 21(a) Al 合金板パネルの応答
 (190×5.5 mm, $\Delta=6$ msec, $CT/q=6\pi$, $\sigma_1=14.5$ kg/mm², $\lambda=0.04$)

図 21(b) 軟鋼板パネルの応答
 (200×4.5 mm, $\Delta=5.26$ msec, $CT/q=4\pi$, $\sigma_1=26.0$ kg/mm², $\lambda=0.02$)

図 21(c) 高張力鋼板パネルの応答
(240×4.1 mm, $\Delta = 12.7$ msec, $CT/q = 4\pi$, $\sigma_1 = 67.0$ kg/mm², $\lambda = 0.02$)

が絶えず弾性域内にあることになる。これらの現象を図 21 に示した。たとえば図 21(b) に示すごとく各板は時間軸 0 の位置における縦軸の最高値の凹損量が与えられれば、指定の衝撃水圧の下で絶えず弾性応答を示すことを示している。なおある一定スパン間隔に対し、2 種の板厚をパラメータとして最大衝撃水圧の変化に対し飽和凹損量を求めると図 22 のごとくなる。この図よりいずれも飽和凹損量は最大衝撃水圧に比例していることがわかった。

4 結 語

(1) 水圧の作用時間が板の固有振動周期にくらべて長くその水圧が周波数に依存しない領域において発生する水圧並びに応答を算定する実験式を求めた。この際水面衝撃実験に用いた模型は初期撓みのある実物大並びにその 1/3 縮尺矩形平板である。

(2) 高い基本固有周波数をもつ平板の場合、同じ高さで繰返し落下すると発生する凹損はやがて収束するという現象をすでに求められた応答の実験式を用いて検討した。

終りに臨み、実験遂行上大変にお世話になつた伊東久直技手に厚くお礼申し上げるとともに、絶えず激励を賜わり本研究全般にわたつて種々のご教示とご検討をいただきました大阪大学寺沢名誉教授ならびに船舶用軽金属委員会 AHS 委員の諸氏に心からの感謝と敬意を表します。

参 考 文 献

- 1) 永井保：水面衝撃による長矩形平板の弾塑性応答について，日本造船学会論文集 第 124 号，昭和 43 年 11 月
- 2) 永井保：水面衝撃による高張力鋼製矩形平板の弾性応答について，日本造船学会論文集 第 120 号，昭和

図 22 繰返し落下による飽和凹損

41 年 11 月

- 3) 永井保：耐スラミング構造の研究第 3 報，防衛庁技本技報 250 号，昭和 42 年 1 月；同第 4 報，技報 263 号，昭和 42 年 5 月；同第 5 報，技報 318 号，昭和 43 年 5 月
 - 4) 田中紀男：落下物体の水面衝撃圧，関西造船協会第 72 号，昭和 27 年
 - 5) 藤田譲：平円板の水面衝撃圧について，日本造船学会論文集 第 94 号，昭和 29 年 2 月
 - 6) J. H. G. Verhagen : The Impact of a Flat Plate on a Water Surface, Jour. of Ship Res., Dec. 1967
 - 7) J. V. Wehausen and E. V. Laton : "Surface Waves" Encyclopedia of Physics., Edited by S. Flügge, Vol. 9 Fluid Dynamics III 1960
 - 8) W. M. Maclean : The Ship Dynamic Test Machine at the Univ. of Calif., Berkeley May 1967
 - 9) 鶴田他 4 名：水圧を受ける平板の強度，日本造船学会論文集 第 109 号，昭和 36 年 5 月
 - 10) A. G. Young : Ship Plating Loaded beyond the Elastic Limits, I. N. A., 1959
-