(昭和 48 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

二次元物体まわりの変動圧計算法

——Ursell-Tasai 法の修正——

正員 渡 辺 巖*

A Method for Calculating the Hydrodynamic
Pressure on Two Dimensional Bodies

by Iwao Watanabe, *Member*

Summary

A method for calculating the hydrodynamic pressure distribution over a two dimensional body oscillating in waves using Ursell-Tasai type velocity potentials and stream functions is discussed. By modifying some points of Ursell-Tasai's method, it becomes easier to calculate the total pressure including the both radiation and diffraction pressure.

The problem was solved by a method using the normal derivative of the velocity potential. The result was compared with the solution by the stream function, and it was shown that both results were the same within a negligible small difference.

The convergence of the Ursell-Tasai type velocity potentials were also examined numerically. And it was concluded that for Lewis-form cylinders applied in this report the convergence was sure.

As an example, some calculated results on the pressure distribution, hydrodynamic forces and wave exciting forces on oscillating or restrained bodies were shown.

1 緒 論

波浪中にある船体にどのような変動圧が働くかという事は最近大きな関心の払われている問題である。これは一つには船体まわりの流れ場をより詳しく解明するという理論的要請によるためであり、もう一つは大型船が荒海面で遭遇する外力を正確に予測して、船体構造の分野に還元していくという実際上の要請によるものである。

船体運動に関してもまだ三次元理論が完全に確立されていない現状では、ポテンシャル自体を三次元的に求める事は更に困難である。それでこの問題にもストリップ法による変動圧計算法が用いられ、すでに計算例も発表されている。ストリップ法の基となっているのは Ursell-Tasai の Lewis form を使った二次元理論である^{1),2)}。この Ursell-Tasai の方法は各運動毎の流体力に主眼を置いた理論展開になっているのと、現在の様な数値解析法を想定していないので、数値計算を進める上で若干構成に扱いにくさがある。又級数の形で与えられるポテンシャルの収束性は Ursell が円柱について証明した結果から類推して Lewis form でも収束を仮定して計算を進めており、具体的な収束は明らかではない。

それにも拘らず、Lewis form に限定すれば僅かな計算時間で比較的精度の良い結果が得られるため、今後も積分方程式の直接解法等に伍して使用されて行くものと思われる。ただ、そのためにはポテンシャルの収束性について今より更に詳しく検討しておく必要がある。

これ以外にも原点に高次特異点を置いて問題を解く方法として Grim-Tamura^{3),4)} の方法がある。花岡⁷⁾が述べている通り、円柱まわりの流れ場については、二つの方法は全く等価で、解析的に置き換えが可能である。ところが Lewis form に適用していく段になると Grim-Tamura の方法は理論的に整然としているにも拘らず、実際の計算には扱いにくい形をしている。Ursell-Tasai 法は、理論構成は独特な形をしていても数値計算には

* 船舶技術研究所

便利な点が多い。Ursell-Tasai 法の特長性というのは、問題の定式化に際し、無限遠での発散波に位相の基準を取るため、物体表面での境界条件に未知数が含まれるという点である。計算技術の立場から見た時、この未知数の処理が一つのネックとなる様に思われる。その点を Grim-Tamura 法の如く改めれば、radiation 問題のみならず、今まで diffraction 問題に Ursell-Tasai 法を適用する際、遭遇した困難⁵⁾はほとんど解消すると思われる。なぜならば、Grim-Tamura 法の構成がそうである如く、radiation 問題といい、diffraction 問題といい二次元境界値問題としてみるならば、全く同等なはずだからである。

更に微小運動、微小攪乱を扱っている限りにおいては波浪中で船が運動している時のいわゆる波浪変動圧の問題も、又一つのそれに見合った境界値問題となる。

以上述べた二つの方法とも流れ関数によって境界条件を合わせ、その共役なポテンシャルを解とする計算法である。二次元場では流れ関数を活用する方法は有利なのであるが、元々境界条件は速度で与えられるものであり、流れ関数を用いるには一度積分操作が必要である。Lewis form では多くの場合、解析的に積分が可能であるのでそれ程問題はないが、それでも積分定数という余計なものが附加されたり、斜波、縦波問題では数値積分が必要になったりしてストリップ法に適用する際不便である。Lewis form の場ではポテンシャルの微分は解析的に可能なので、この方法が流れ関数法と同等に扱えるものかどうか確かめるのは意味のある事である。ポテンシャルだけで問題が解ける事が明らかにできれば、今後この Ursell-Tasai 流の考え方を三次元理論に拡張できる可能性も生まれてくるであろう。

2 二次元境界値問題

問題の定式化は従来から行われて来た方法とほとんど同じなので細かい計算は省き、本論文中必要と思われる事項並びに物体表面での境界条件について述べる。本論文中の式は全て原則として時間項 $e^{i\omega t}$ を省略した複素関数形である。まず記号の説明をまとめて記す。

記号

なお式や記号によって右肩上に H, S の符号がつく場合があるが、それぞれ y 軸に關し対称な場を表わす成分、反対称な場を表わす成分の意味に用いる。

$Z = x + iy = Re^{-i\theta}$: Lewis form のある平面座標

$\zeta = \xi + i\eta = re^{-i\theta}$: 写像内のある平面座標

B, T, S : それぞれ Lewis form の幅、喫水、断面積

$M = \frac{(B/2)}{1+a_1+a_3}$: 写像の縮率

$H_0 = \frac{(B/2)}{T} = \frac{1+a_1+a_3}{1-a_1+a_3}$: Lewis form の半幅喫水比

$\sigma = \frac{S}{BT} = \left(\frac{\pi}{4}\right) H_0 \frac{1-a_1^2-3a_3^2}{(1+a_1+a_3)^2}$: Lewis form の断面係数

ν : 動揺の角速度、または出会いの波の角速度

$K = \nu^2/g$: 波数 $\xi_B = K(B/2)$: 無次元化波数

n : Lewis form 上で流体内に向けた法線

h_w : 入射波の振幅

l : 運動の振幅 (suffix の h, s, r で heave, sway, roll 振幅を示す)

ε : 入射波と運動の位相差 (suffix は l と同じ意味)

ϕ : 速度ポテンシャル

ψ : 流れ関数

ϕ_w : 入射波の速度ポテンシャル

ψ_w : 入射波の流れ関数

F : 法線速度成分で与えられた物体表面上での境界値

F_r : F の n に関する微分を r の微分に直した式

G : 流れ関数表示による境界値

p : 圧力 $p' = p/\rho gh_w$ or $p/\rho gl$: 圧力の無次元量
ただし、roll の圧力は $\rho gl_r(B/2)$ で無次元化してある。

K_h : heave の時の附加質量係数

K_s : sway の時の附加質量係数

$\bar{A}_H$: heave の時の発散波と運動の振幅比

$\bar{A}_S$: sway の時の振幅比

E : 波浪強制力、 $\rho gh_w(B/2)$ で無次元化してある。

この他にも幾つかの記号を用いるが、概ね従来からの慣用法に従ったものである。それ以外のものが必要と思われるものについてはその都度説明を加える。

2.1 物体表面での境界条件

Fig. 1 の様に座標系を定め、2 パラメータの Lewis form を導入する。 $r=1$ の半円が Lewis form の外形 C

に対応するとすれば、写像の式は次の(1)式で与えられる。

$$Z = M \left(\zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3} \right) \quad (1)$$

ここで扱うのは、Lewis form が波浪中で既知で任意の周期的運動をしている時の流れ場（ポテンシャル）を求める事である。radiation 問題も diffraction 問題もこれの特別な場合として包含される。

波が入射して強制力を受けると、物体はある運動をする訳であるが、これは同一周期の三方向の運動に分解できる。今、波振幅 h_w の波が入射して生じた運動の振幅と波に対する位相差をそれぞれ $l_h, \epsilon_h, l_s, \epsilon_s, l_r, \epsilon_r$ とする。運動の方向は Fig. 1 に示す通りである。微小運動であるとする各運動に対する線型の境界条件が導かれ、結局波浪中で運動する物体の表面で満足すべき境界条件は(2)の如く書かれる。

$$C \text{ 上で: } \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_w}{\partial n} + i e^{i \epsilon_h} l_h \nu \frac{\partial y}{\partial n} + i e^{i \epsilon_s} l_s \nu \frac{\partial x}{\partial n} + i e^{i \epsilon_r} l_r \nu \left(y \frac{\partial x}{\partial n} - x \frac{\partial y}{\partial n} \right) \quad (2)$$

流れ関数による表示式に直すと

$$C \text{ 上で: } \psi = -\psi_w - i e^{i \epsilon_h} l_h \nu x + i e^{i \epsilon_s} l_s \nu y + i e^{i \epsilon_r} l_r \nu \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + C_0 \quad (3)$$

ただし、 C_0 は積分定数で不定である。

斜波への応用を考慮して、前田⁹⁾の仮定にならい、 ϕ_w, ψ_w を次の如く定める。入射波の方向と x 軸の正方向のなす角度を α とすれば、

$$\phi_w = i \frac{g h_w}{\nu} e^{K(y + i x \cos \alpha)} \quad (4)$$

$$\psi_w = - \int_C \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \phi_w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial n} \right) ds \quad (5)$$

横波の時 ($\alpha=0$)

$$\psi_w = - \frac{g h_w}{\nu} e^{K(y + i x)} \quad (5)'$$

この境界条件を与える二つの式は、いずれも y 軸に関する対称な流れ場をあらわす部分と反対称な場をあらわす部分とに分ける事ができる。即ち $F = F^H + F^S$ と置けば

$$F^H = - \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial n} \right)^H + i e^{i \epsilon_h} l_h \nu \frac{\partial y}{\partial n} \quad (6)$$

$$F^S = - \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial n} \right)^S + i e^{i \epsilon_s} l_s \nu \frac{\partial x}{\partial n} + i e^{i \epsilon_r} l_r \nu \left(y \frac{\partial x}{\partial n} - x \frac{\partial y}{\partial n} \right) \quad (7)$$

と書ける。同様に $G = G^H + G^S$ とすれば

$$G^H = -\psi_w^H - i e^{i \epsilon_h} l_h \nu x \quad (8)$$

$$G^S = -\psi_w^S + i e^{i \epsilon_s} l_s \nu y + i e^{i \epsilon_r} l_r \nu \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + C_0 \quad (9)$$

この境界条件に対応して、ポテンシャルも対称な成分と反対称な成分に分解する。各々を ϕ^H, ϕ^S として、UrSELL-Tasai の表現法に従って次の様な級数型のポテンシャルで表わせると仮定する。

2.2 ポテンシャル

A) 対称なポテンシャル

良く知られている通り、発散波を持つポテンシャルと高次特異点によるポテンシャル（補正ポテンシャル）の一次結合で表わす。

$$\phi^H = A_0^H \phi_0^H + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^H \phi_m^H \quad (10)$$

ここで

$$\phi_0^H = 2 \left\{ \oint_0^{\infty} \frac{e^{k y} \cos k x}{k - K} dk - i \pi e^{K y} \cos K x \right\} \quad (11)$$

$m \geq 1$

Fig. 1

$$\phi_m^H = \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} - \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \times \left\{ \frac{1}{2m-1} \frac{\sin(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} - \frac{a_1}{2m+1} \frac{\sin(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} - \frac{3a_3}{2m+3} \frac{\sin(2m+3)\theta}{r^{2m+3}} \right\} \quad (12)$$

A_m^H ($m=0, 1, 2, \dots$) は一般に未知の複素数である。

B) 反対称なポテンシャル

対称な場と全く同様な手順によって、反対称な場を表わすポテンシャル ϕ^S を次の様に書く。

$$\phi^S = A_0^S \phi_0^S + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^S \phi_m^S \quad (13)$$

ここで

$$\phi_0^S = -2 \left(\frac{x}{R^2} + K \oint_0^{\infty} \frac{e^{ky} \sin kx}{k-K} dk - i\pi K e^{Ky} \sin Kx \right) \quad (14)$$

$m \geq 1$

$$\phi_m^S = \frac{\cos(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} - \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \times \left\{ \frac{1}{2m} \frac{\sin 2m\theta}{r^{2m}} - \frac{a_1}{2m+2} \frac{\sin(2m+2)\theta}{r^{2m+2}} - \frac{3a_3}{2m+4} \frac{\sin(2m+4)\theta}{r^{2m+4}} \right\} \quad (15)$$

A_m^S ($m=0, 1, 2, \dots$) もやはり未知の複素数である。

A), B) のポテンシャルは未知数 A_m^H, A_m^S ($m=0, 1, \dots$) を含んでいる。これを境界条件に合う様な形に定めれば問題の解となる。

2.3 解 法

A_m^H, A_m^S を定める方法としては先に述べた如くポテンシャルの法線微分 $\partial\phi^H/\partial n$, $\partial\phi^S/\partial n$ を作って境界条件(2)を満足する A_m^H, A_m^S を求める方法と、共役な流れ関数 ψ^H, ψ^S を用いて(3)式に合わせる方法の二つが考えられる。前者を第Iの方法、後者を第IIの方法として具体的な形を少し述べる。

I) ポテンシャルによる方法

(2)式をそのまま使うのではなく、写像の等角性を利用して、法線微分を r の微分に直して置くと計算が楽である。境界条件式(2), (6), (7)の右边は $F_r \equiv F_r^H + F_r^S$

$$F_r^H = - \left(\frac{\partial\phi^H}{\partial r} \right)^H + i e^{i\epsilon_h} l_h \nu \frac{\partial y}{\partial r} \quad (6)'$$

$$F_r^S = - \left(\frac{\partial\phi^S}{\partial r} \right)^S + i e^{i\epsilon_s} l_s \nu \frac{\partial x}{\partial r} + i e^{i\epsilon_r} l_r \nu \left(y \frac{\partial x}{\partial r} - x \frac{\partial y}{\partial r} \right) \quad (7)'$$

これに対応してポテンシャルも r の微分形とする。その結果、次の様な関係式が得られる。これから A_m^H, A_m^S ($m=0, 1, 2, \dots$) を定める。

$$A_0^H \frac{\partial\phi_0^H}{\partial r} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^H \frac{\partial\phi_m^H}{\partial r} = F_r^H \Big|_{\text{on } C} \quad (16)$$

$$A_0^S \frac{\partial\phi_0^S}{\partial r} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^S \frac{\partial\phi_m^S}{\partial r} = F_r^S \Big|_{\text{on } C} \quad (17)$$

ここで

$$\frac{\partial\phi_0^H}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} \cdot \frac{\partial\phi_0^H}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial r} \cdot \frac{\partial\phi_0^H}{\partial y} \quad (18)$$

$$\frac{\partial\phi_0^S}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} \cdot \frac{\partial\phi_0^S}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial r} \cdot \frac{\partial\phi_0^S}{\partial y} \quad (19)$$

$m \geq 1$

$$\frac{\partial\phi_m^H}{\partial r} = - \frac{2m \cos 2m\theta}{r^{2m+1}} + \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \left\{ \frac{\sin(2m-1)\theta}{r^{2m}} - \frac{a_1 \sin(2m+1)\theta}{r^{2m+2}} - \frac{3a_3 \sin(2m+3)\theta}{r^{2m+4}} \right\} \quad (20)$$

$$\frac{\partial\phi_m^S}{\partial r} = - \frac{(2m+1) \cos(2m+1)\theta}{r^{2m+2}} + \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \left\{ \frac{\sin 2m\theta}{r^{2m+1}} - \frac{a_1 \sin(2m+2)\theta}{r^{2m+3}} - \frac{3a_3 \sin(2m+4)\theta}{r^{2m+5}} \right\} \quad (21)$$

II) 流れ関数による方法

(10), (13)に共役な流れ関数 ψ^H, ψ^S は

$$\psi^H = A_0^H \psi_0^H + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^H \psi_m^H \quad (22)$$

$$\psi^S = A_0^S \psi_0^S + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^S \psi_m^S \quad (23)$$

であるから、これを境界条件式に代入すると次の関係式を得る。

$$A_0^H \psi_0^H + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^H \psi_m^H = G^H \Big|_{\text{on } C} \quad (24)$$

$$A_0^S \psi_0^S + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^S \psi_m^S - C_0 = G^S \Big|_{\text{on } C} \quad (25)$$

ただし

$$\psi_0^H = -2 \left\{ \oint_0^{\infty} \frac{e^{ky} \sin kx}{k-K} dk - i\pi e^{Ky} \sin Kx \right\} \quad (26)$$

$$\psi_0^S = -2 \left\{ \frac{-y}{R^2} + K \oint_0^{\infty} \frac{e^{ky} \cos kx}{k-K} dk - i\pi K e^{Ky} \cos Kx \right\} \quad (27)$$

$m \geq 1$

$$\psi_m^H = \frac{\sin 2m\theta}{r^{2m}} + \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \left\{ \frac{1}{2m-1} \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} - \frac{a_1}{2m+1} \frac{\cos(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} - \frac{3a_3}{2m+3} \frac{\cos(2m+3)\theta}{r^{2m+3}} \right\} \quad (28)$$

$$\psi_m^S = \frac{\sin(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} + \frac{\xi_B}{1+a_1+a_3} \left\{ \frac{1}{2m} \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} - \frac{a_1}{2m+2} \frac{\cos(2m+2)\theta}{r^{2m+2}} - \frac{3a_3}{2m+4} \frac{\cos(2m+4)\theta}{r^{2m+4}} \right\} \quad (29)$$

結局、境界条件は二組の関係式に帰着する。これらは同じ事の言い換えであるから、どちらか一方、使い易いものを選べばよい。いずれにしても、解析的に A_m^H, A_m^S を求める事は困難なので、数値計算によらざるを得ない。即ち、これらの式を有限元連立一次方程式に作り換えて、 A_m^H, A_m^S ($m=0, 1, 2, \dots, N$) の近似値を求める。

3 数 値 計 算

3.1 Collocation 法

A_n^H, A_n^S ($n=0, 1, 2, \dots, N$) を求めるのに、Ursell-Tasai 法では、最小二乗法を適用して、境界条件の誤差が最小になるものを解としている。数値計算法としては、この他に Grim-Tamura 流の Fourier 展開を用いる方法も考えられる。いずれの方法が精度良いとも言えないし、Ursell-Tasai 型の関数では Collocation 法の方が扱い易い。ただ、今までの方法では、得られた A_n^H, A_n^S を代入して求めたポテンシャルの収束は仮定されているが、Lewis form の場合必ずしも自明ではない。まず A_n の性質をある程度正確に知る必要があるわけで、そのためには最小二乗法を始めから使ってしまうのは望ましくない。切り捨てた項がどう影響するかははっきりしないからである。そこでまず、heave と sway を代表に選び、標点の数と未知数の数を一致させた通常の Collocation 法により、各係数の性質を数値的に求める。標点の取り方で違った解の得られる可能性もあるが、すべて写像円の $0 \leq \theta \leq \pi/2$ を等分割する点を標点にする。なおポテンシャル中、主値積分で与えられるものについては級数展開による数値計算を行った。

Fig. 2-a~f に幾つかの Lewis form について求めた $|A_n^H|, |A_n^S|$ ($n=1, 2, \dots, N$) を示す。白抜きの記号は第 I の方法による値、黒い記号は第 II の方法で求めた結果である。 N が 10, 15 の場合を丸印と三角印で示す。なおこれらは全て $\xi_B=1.0$ で計算してある。円柱では N を変えた時の収束性は良い。heave については $1/n^3$, sway については $1/n^2$ に比例した数値が収束の極限と思われる。図中一点鎖線で示すのは $\xi_B=0.4$ での収束極限と見られる値を結んだものである。この時でも傾向は全く同じである。heave する円柱については Ursell の証明で、 $o(1/n^3)$ になる事が知られている。これはポテンシャルが収束するための十分条件であった。一般に

$$\left| \sum_{n=1}^{\infty} A_n \phi_n \right| \leq \sum_{n=1}^{\infty} |A_n| \cdot |\phi_n| \leq \sum_{n=1}^{\infty} |A_n| \cdot \text{Max} |\phi_n| \sim \sum_{n=1}^{\infty} |A_n| \cdot [1 + o(1/n)]$$

であるから、 $|A_n| < O(1/n)$ ならば絶対収束である。従って円柱では heave, sway 共にポテンシャルの収束は保証される。

Lewis form では、いずれも円柱の様な単調な傾向を持たず、 $|A_n|$ は増減を繰り返しながら減少していく。この増減には極限でも保持される部分と、 N に伴って移動する部分の二種類がある。前者は形状や運動に固有な性質であろう。一般に形状が円、もしくは楕円からはずれるに従い、この増減は際立つ様である。後者はいわば数値計算の収束性に関係する部分である。有限項数としたための誤差が累積して現われたものといえる。sway について求めた計算例は、一般にどの形でも後者による変動は比較的少なく、 N を増すに連れておだやかに極限値に収束していく。又 heave, sway 共第 I 法、第 II 法では、求まる $|A_n|$ に若干違いがある。いずれにせよ、計算法に由来する数値の変動を除外して考えれば、ここに掲げた Lewis form でも項の番号と共に $|A_n|$ が減少する事は明らかである。しかも $1/n^2$ 以上の速さで減少していくので、ポテンシャルは絶対収束すると考えて構わないであろう。ただ、この議論は通常用いられる Lewis form について言える事である。例えば、極端にやせた形状を試みたが、数値解では収束がわるくなる傾向がみられた。

この Collocation 法で求めた A_n^H, A_n^S を (10), (13) に代入してポテンシャルを計算しても良い結果は得られない。係数に計算法による誤差が含まれるためである。試みに $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$ の Lewis form が heave 又は sway する時の圧力を第 II の方法での A_n^H, A_n^S から求めてみる。用いるのは $N=15$ の値である。heave する時の圧力を Table 1 に示す。最後の欄に示すのは菅の計算結果⁹⁾で、ほぼ収束極限と思われる値である。15 項目まで採ると、主に実部の値が菅の結果とずれてくる。これ以外の 5, 10, 13 ではほぼ妥当な傾向、数値である。Table 2 に sway する時の圧力を示すが、こちらは全般的に素直である。結局、heave, sway 共、前にみた $|A_n^H|, |A_n^S|$ の極限への近付き方と同じ傾向を持つといえる。Collocation 法を用いてポテンシャルを計算する時にはこの計算法によって生ずる変動を平滑化するか、切捨てるかすれば、最小二乗法によらなくても良い値を求められるであろう。

従来の Ursell-Tasai 法と同じく、流れ関数法に最小二乗法を適用した時の各係数 A_n^H, A_n^S を Fig. 2 の c~f の×印で示す。前に述べた収束極限の値と少しずつ違う。この方法は有限関数とを仮定し、その中から境界上で誤差最小なものを解とする方法であるから一致しないのが当然である。ここに示すのは 8 項の関数とに 11 点の標点を与えて求めた結果であるが、収束極限との数値的な差は切り捨てた項の寄与に相当するものである。言い換えるならば、ネグレクトした項の影響はこの程度であり大きくないとも言える。従って Lewis form では最小二乗法で計算しても解析解とそれ程の違いはないと思われる。又近似する関数と項数や標点を多くしてもあまり変化はない。8 項に標点 11 点程度では十分であり、それ以上増してみても変化はない事を計算例で確かめてある。

Table 1 n に対する圧力の変化, heave ($\xi_B=1.0$)

θ		$n=5$	$n=10$	$n=13$	$n=15$	菅の値
0	P_r'	-0.3512	-0.3519	-0.3526	-0.3684	-0.3512
	P_t'	-0.5750	-0.5752	-0.5752	-0.5761	-0.5764
30°	P_r'	0.0125	0.0126	0.0125	0.0283	0.0129
	P_t'	-0.3113	-0.3114	-0.3114	-0.3122	-0.3121
90°	P_r'	0.9372	0.9370	0.9373	0.9529	0.9370
	P_t'	-0.1342	-0.1342	-0.1343	-0.1335	-0.1346

Table 2 n に対する圧力の変化, sway ($\xi_B=1.0$)

θ		$n=5$	$n=10$	$n=13$	$n=15$	菅の値
0	P_r'	-0.2440	-0.2405	-0.2401	-0.2400	-0.2387
	P_t'	1.340	1.340	1.340	1.340	1.341
30°	P_r'	-0.2094	-0.2074	-0.2075	-0.2075	-0.2073
	P_t'	0.6927	0.6927	0.6927	0.6927	0.6926
75°	P_r'	-0.0168	-0.0160	-0.0159	-0.0159	-0.0158
	P_t'	0.0744	0.0743	0.0744	0.0743	0.0743

Fig. 2-a $|A_n|$ 円 heave, $\xi_B=1.0$

Fig. 2-b $|A_n|$ 円 sway, $\xi_B=1.0$

Fig. 2-c $|A_n|$ Lewis form (1) heave, $\xi_B=1.0$

Fig. 2-d $|A_n|$ Lewis form (1) sway, $\xi_B=1.0$

Fig. 2-e $|A_n|$ Lewis form (2) heave, $\xi_B=1.0$

Fig. 2-f $|A_n|$ Lewis form (2) sway, $\xi_B=1.0$

以上の考察に基づき、計算時間、扱い易さ等を考慮し、圧力その他の計算は項数8項、標点11点の最小二乗法で求めた値を使う。

3.2 流体力、横波による強制力

境界条件式(3)に適当な数値を代入して解けば、radiation 問題の解、あるいは diffraction 問題のポテンシャルが得られる。これから圧力を求め、適当な方向の成分を積分すればそれぞれ対応する流体力、強制力となる。求めた流体力その他を Fig. 3, 4 に示す。図中 K_4, K_x は附加質量係数、 $\bar{A}_H, \bar{A}_S$ は発散波と運動の振幅比、 E_r, E_i は上下方向、又は左右方向波浪強制力の実部と虚部である。丸印、三角印で示したのは他の計算法で求められた数値である。上下方向強制力は前田の計算値と比較した。グラフから読み取った値であるから、3桁以上の精度はないが、ほとんど同一の値と考えるとさしつかえないようである。heave, sway についての振幅比、附加質量係数は菅の計算結果と比較したが、3桁までは一致していた。

本計算法は従来の Ursell-Tasai 法と本質的には同じであるから、同じ結果を与えるはずである。事実、高木の計算⁹⁾と比較してみると、 $H_0=0.8$, $\sigma=0.9$ の Lewis form が heave する時、高木の結果では $\bar{A}_H$ が 0.5266, K_4 が 0.65280 であるのに対し、本法ではそれぞれ 0.52673, 0.65285 という値になる。これはほとんど計算誤差内の違いで、同じとしてよい。他の形状あるいは運動についても同じ様な結果であった。

Fig. 3 heave の流体力、上下方向波浪強制力 ($\alpha=0$)

Fig. 4 sway の流体力、左右方向波浪強制力 ($\alpha=0$)

3.3 変動圧力

最後に変動圧の計算値を Fig. 5 から 9 に示す。例に用いたのは $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$ の Lewis form である。これらの図は各成分毎の dynamic な変動分を示す。heave, roll では、この他に static な変動分が加わって全変動圧となるのであるが、図で言えば、real part にそれぞれ 1 を加えたものが、全変動圧に相当する。他方 diffraction pressure には入射波による変動分、すなわち Froude-Krylov の仮定とされる成分も含めてある

Fig. 5 変動圧 $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$

Fig. 6 変動圧 $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$

Fig. 7 変動圧 $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$

ので、この変動圧を積分した値が前に示した強制力に対応している。各運動の変動圧の図に書き入れた丸印は菅の計算値である。変動圧も菅の計算値とよく一致している。

実際に全部の運動と波を与えた時の計算例はここに示さないが、各運動毎の変動圧を求め合成した結果と計算機の誤差内で一致している。実際の計算例、及び実験との比較は別の形で発表したい。

本計算には船舶技術研究所共用計算機 FACOM 270-20 を使用したが、対称、反対称のポテンシャルの二つを求めるのに 20 秒弱の計算時間であった。

Fig. 8 変動圧 $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$, $\alpha=0$ Fig. 9 変動圧 $H_0=1.0$, $\sigma=0.9404$, $\alpha=0$

4 結 言

波浪中の変動圧を求める問題を一つの二次元境界値問題として見た時、解となるべきポテンシャルは Ursell-Tasai 法に修正を加えると従来の方法より容易に求められる事を述べ、diffraction 問題も radiation 問題と全く同等に扱える事を示した。又従来収束性を仮定して用いられて来たポテンシャルの収束性を、数値的にはあるが検討を加え、通常の船型では別段数値計算上問題とすべき点はない事が明らかになった。

又流れ関数にこだわらず、ポテンシャルの法線微分を用いて解いても全く同じ結果の得られる事もわかったので、問題に応じてポテンシャルによる方法と流れ関数を用いる方法を使い分ける事が可能である。このポテンシャルによる方法が Ursell-Tasai 型ポテンシャルでも使えるという事は、この方面から三次元理論へアプローチできるであろうという期待を抱かせるが、今後の課題としたい。

最後にこの研究の当初から終始変わらぬご指導と助言を頂いた当所運動性能部花岡達郎部長に感謝したい。部長の激励がなければ、本稿の完成はなかったであろう。また運動性能部高石敬史氏、菅井和夫氏には全体の構成から細部にわたる点まで相談にのっていただいた。小川陽弘氏には連立方程式の計算プログラムを使わせていただき、菅信氏には氏の開発された二次元問題の計算プログラムを使わせていただいた。

以上の各位の協力ご指導で本稿を作成する事ができた。深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) F. Ursell : "On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid", Q. J. M. and A. M., (1949).
"On the Rolling Motion of Cylinders in the Surface of a Fluid", Q. J. M. and A. M., (1949).
- 2) O. Grim : "A Method for a More Precise Computation of Heaving and Pitching Motions both in Smooth Water and in Waves", Proceedings, 3rd Symposium on Naval Hydrodynamics, (1960).
- 3) 田才福造 : "船の上下動揺並びに縦揺に於ける減衰力及び附加質量について", 造船協会論文集第 105 号, (1959).

- “水面に浮んだ柱状体の左右揺れによって生ずる Hydrodynamic Force および Moment”，造船協会論文集第110号，(1961).
- 4) 田村欣也：“The Calculation of Hydrodynamic Forces and Moments Acting on Two Dimensional Body”，西部造船会会報，26号，(1963).
 - 5) 雁野昌明他：“波浪中の船体運動の計算に関係する二，三の問題について”，関西造船協会誌，140号，(1971).
 - 6) 前田久明：“任意船形に及ぼす波の強制力について”，日本造船学会論文集第126号，(1969).
 - 7) 花岡達郎：“船体運動の流体力学”，船に関する流体力学シンポジウム講演概要，(1972).
 - 8) 菅 信：“平水中で調和振動する二次元柱状体に働く変動圧力の計算”，第20回船研講演会概要，(1972).
 - 9) 田才福造，高木又男：“規則波中の応答理論および計算法”，耐航性に関するシンポジウム，(1968).
-