(昭和 48 年 5 月日本船造学会春季講演会において講演)

斜波中の拘束船体に働く変動圧について

正員 中 村 彰 一* 正員 高 木 又 男**
正員 斎 藤 公 男* 正員 雁 野 昌 明**

Hydrodynamic Pressures on a Restrained Ship in Oblique Waves

by Shoichi Nakamura, *Member* Matao Takagi, *Member*
Kimio Saito, *Member* Masaaki Ganno, *Member*

Summary

Usually hydrodynamic pressures on a restrained ship in waves can be obtained by the Ordinary Strip Method (O. S. M.) using Watanabe's approximation, namely the pressures are obtained from multiplying the radiation potential by the orbital velocity at the mean draft. However, these solutions are not exact, since the boundary condition on the surface is not satisfied precisely.

In this report the solutions which satisfy the boundary condition on the surface of the ship exactly (this method is named Strict Strip Method, S. S. M.) are presented, and the results of calculation in the case of zero forward speed are compared with those by O. S. M. and the experimental results.

It is shown that the agreement between the calculation and measured values is good on the weather side in both methods, but on the lee side, the theoretical predictions by S. S. M. show a more satisfactory coincidence with the measured values than those by O. S. M..

1 緒 言

波浪中を航行する船舶の安全性を高めるために、有限要素法を中心とした構造計算の精密化が各所で行なわれていることは衆知のとおりである。一方、その基礎になる外力についても日本造船研究協会 SR 131 研究部会を中心に鋭意研究が進められているが、現在のところ、Ordinary Strip Method (O. S. M.) をもとにした計算結果と模型実験結果との比較¹⁾によれば、上記の目的に対して必ずしも満足すべき結果は得られていない。

このような事情にかんがみ、本研究は波浪中を航行する船舶が受ける周期的変動圧のより精確な計算方法を見出すために、取りあえず、その中の直接波浪に起因する部分 (diffraction pressure + Froude-Kriloff pressure で、以下これを波浪変動圧と呼ぶ) を取り上げ、理論的実験的検討を加えたものである。

さて、問題を三次元細長体とみれば、diffraction potential は $\phi(y', z'; x')e^{i(\omega t + kx' \cos \chi)}$ (記号および座標系については 2 を参照のこと) と書かれ、 ϕ は船長方向 x' についてゆるやかな変化をすることが期待される。その極限として、Ursell²⁾ は incident wave に対し任意の出会角を持つ無限長円柱の diffraction problem の一般解法を示した。このとき、 ϕ は一般に Helmholtz の方程式を満足するが、 $\chi = 0$ または 180° のとき、 ϕ は incident wave と振幅が等しく、位相が逆である解か、あるいは無限遠で発散する解となり、実情と合わない。これに対し、Faltinsen³⁾ は、三次元問題から出発し、matched asymptotic expansion の手法を用い、Ursell の解をもとにして有限な解を得た。しかし、この解も船体前端で特異性を示し、船体前後端では著しく精度が悪い。また、その他の部分についても、実験との一致度は必ずしも良好とは言えない。

これに対し、O. S. M. では、任意の断面の速度ポテンシャルは、その断面と流体との相対速度により定まる境界条件のもとに、その断面に平行な方向の二次元波問題を解いてその解が得られるとしている。特に、diffraction

* 大阪大学工学部

** 日立造船(株)技術研究所

problem に対しては、断面と流体との相対速度には平均速度を用いるとの渡辺の近似を使って、船体運動に関する限り、他のどの方法よりも極めて良好な結果が得られている。これは、物理的に見た場合、incident wave の反射波は、少なくとも物体近傍では、Ursell の解法のように入射角が等しい方向に反射するのではなく、船長方向に直角に反射することを示唆しており、incident wave の波長が船体の半分以上であれば、O. S. M. の仮定の方がより現実的であることが首肯されよう。

以上のような考察にもとづき、ここでも strip method の基本思想に従うが、断面全体の合力ではなく、その部分に作用する圧力を問題にする限り、渡辺の近似には多分に疑問が残る。そこで、渡辺の近似を用いた場合と、境界条件を厳密に合わせた場合（以下これを Strict Strip Method という意味で S. S. M. の解と略称する）とについて数値計算を行ない、模型実験結果との比較を試みる。ただし、実験上の制約から今回の比較は前進速度 0 の場合のみについて行なう。

2 座標系と境界条件

Strip method の仮定に従えば、船体の任意の断面まわりの速度ポテンシャルは、その断面まわりの incident wave の流場に対する diffraction potential を二次元的に求めることによって得られる。このとき、波の変動周期は出会周期を用いることは言うまでもない。

使用した座標系を Fig. 1 に示す。ここに、 $O-XYZ$ は空間固定座標であり、 $o-x'y'z'$ は船体に固定された座標で X 軸と x なる方向に速度 V で等速運動するものとする。また、 $o-xyz$ は田才の計算方法^{4),5)}を踏襲するために用いる座標系である。Fig. 2 は断面の Lewis form 変換に用いられる変数のとり方を示す。

Fig. 1 Coordinate systems

Fig. 2 Coordinate system for Lewis form transformation

さて、任意の断面における y' および z' 軸方向の速度が v, w なるとき、求める速度ポテンシャルを Φ_d とすれば、物体の外向き法線を ν として、物体上の境界条件は、

$$\frac{\partial \Phi_d}{\partial \nu} = -v \frac{\partial x}{\partial \nu} + w \frac{\partial y}{\partial \nu} \quad (1)$$

ここで、incident wave の流場について考える。Fig. 1 から incident wave の速度ポテンシャル Φ_w は、

$$\begin{aligned} \Phi_w &= \operatorname{Re} \left[-i h_0 \frac{\omega}{k} \exp[kZ + i(kX - \omega T)] \right] \\ &= \operatorname{Re} \left[-i h_0 \frac{\omega}{k} \exp[kz' + i\{k(x' \cos \chi - y' \sin \chi) - \omega_e t\}] \right] \end{aligned} \quad (2)$$

で与えられる。記号は通常用いられるものであるから特に説明は加えない。

(2) 式の与える波面は、

$$\zeta = h_0 \cos\{k(x' \cos \chi - y' \sin \chi) - \omega_e t\} \quad (3)$$

で、 $t=0$ のとき、波の山が船の中央にあるような位相のとり方である。(2)式から

$$v = \frac{\partial \Phi_w}{\partial y'} = Re[-h_0 \omega \sin \chi \exp[kz' + i\{k(x' \cos \chi - y' \sin \chi) - \omega_e t\}]] \quad (4)$$

$$w = \frac{\partial \Phi_w}{\partial z'} = Re[-ih_0 \omega \exp[kz' + i\{k(x' \cos \chi - y' \sin \chi) - \omega_e t\}]] \quad (5)$$

(4), (5) 式の数値成分を対称成分と反対称成分に分け、対称成分には S 、反対称成分には A なる脚符をつけて示すと、

$$v_A = Re[-h_0 \omega \sin \chi \cos(ky' \sin \chi) \exp[kz' + i(kx' \cos \chi - \omega_e t)]] \quad (6)$$

$$w_A = Re[-h_0 \omega \sin(ky' \sin \chi) \exp[kz' + i(kx' \cos \chi - \omega_e t)]] \quad (7)$$

$$v_S = Re[ih_0 \omega \sin \chi \sin(ky' \sin \chi) \exp[kz' + i(kx' \cos \chi - \omega_e t)]] \quad (8)$$

$$w_S = Re[-ih_0 \omega \cos(ky' \sin \chi) \exp[kz' + i(kx' \cos \chi - \omega_e t)]] \quad (9)$$

O. S. M. との比較を便利にするために平均流速として

$$\bar{v}_A = Re \left[-h_0 \omega \sin \chi \exp \left[-k \frac{d}{2} + i(kx' \cos \chi - \omega_e t) \right] \right] \quad (10)$$

$$\bar{w}_S = Re[-ih_0 \omega \exp[-k\bar{d} + i(kx' \cos \chi - \omega_e t)]] \quad (11)$$

をとれば、(6)～(9) 式の場所的不均一性は

$$\bar{v}_A = \exp \left[k \left(z' + \frac{d}{2} \right) \right] \cos(ky' \sin \chi) \quad (12)$$

$$\bar{w}_A = \exp \left[k \left(z' + \frac{d}{2} \right) \right] \sin(ky' \sin \chi) / \sin \chi \quad (13)$$

$$\bar{v}_S = -\exp[k(z' + \bar{d})] \sin(ky' \sin \chi) \sin \chi \quad (14)$$

$$\bar{w}_S = \exp[k(z' + \bar{d})] \cos(ky' \sin \chi) \quad (15)$$

となる。

(4)～(15) 式の記号を用いて(1)式を書き改めると

$$\frac{\partial \Phi_d}{\partial \nu} = -\bar{v}_A \left(\bar{v}_A \frac{\partial x}{\partial \nu} - \bar{w}_A \frac{\partial y}{\partial \nu} \right) + \bar{w}_S \left(\bar{w}_S \frac{\partial y}{\partial \nu} - \bar{v}_S \frac{\partial x}{\partial \nu} \right) = 0 \quad (16)$$

となる。そこで、 $\bar{v}_A, \bar{w}_S$ などの振幅が 1 になるときの $\bar{v}_A, \bar{w}_A, \bar{v}_S, \bar{w}_S$ などの Φ_d の成分をそれぞれ $\Phi^{(A,v)}, \Phi^{(A,w)}, \Phi^{(S,v)}, \Phi^{(S,w)}$ と記すと

$$\frac{\partial \Phi^{(A,v)}}{\partial \nu} = \bar{v}_A \frac{\partial x}{\partial \nu} u(t) \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(A,w)}}{\partial \nu} = -\bar{w}_A \frac{\partial y}{\partial \nu} u(t) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(S,w)}}{\partial \nu} = \bar{w}_S \frac{\partial y}{\partial \nu} u(t) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(S,v)}}{\partial \nu} = -\bar{v}_S \frac{\partial x}{\partial \nu} u(t) \quad (20)$$

となる。ただし、 $u(t)$ は単位振幅を持った周期 $2\pi/\omega_e$ の振幅関数である。

3 速度ポテンシャルの解法

$\Phi^{(A,v)}$ などは(17)～(20)式の境界条件のほか、流体内部で Laplace の方程式を満足し、また、 $y=0$ で自由表面条件を満足することはもちろんのことである。

これらを田才の方法^{4),5)}に従って解くために、一般的に

$$u(t) = -\sin(\omega_e t + \varepsilon) \quad (21)$$

とおき、

$$\Phi_0 = \frac{\bar{A}b}{\pi \xi_{de} H_0} (\phi_c \cos \omega_e t + \phi_s \sin \omega_e t) \quad (22)$$

なる形で解を求める。ただし、

$\bar{A}$: 進行波の振幅/変位の振幅

$$\xi_{de} = \frac{\omega_e^2}{g} d, \quad H_0 = b/d$$

である。(21)式を考慮し、運動速度および変位の成分に合わせて、(22)式を

$$\Phi_0 = b \{ \phi_i \sin(\omega_e t + \varepsilon) - \phi_0 \cos(\omega_e t + \varepsilon) \} \quad (23)$$

の表示に変換すれば、 $U = U_0 Re |e^{i(\varphi - \omega_e t)}|$ の流場に対する速度ポテンシャルは、 $U' = U_0 e^{i(\varphi - \omega_e t)}$ として

$$\Phi = b Re | - U' (\phi_i + i \phi_0) | \quad (24)$$

によって求められる。したがって、

$$\bar{v}_A \text{ に対し } \phi_c(A, v), \phi_s(A, v); \phi_i(A, v), \phi_0(A, v); \varepsilon(A, v), \bar{A}(A, v)$$

$$\bar{w}_A \text{ に対し } \phi_c(A, w), \phi_s(A, w); \phi_i(A, w), \phi_0(A, w); \varepsilon(A, w), \bar{A}(A, w)$$

$$\bar{v}_S \text{ に対し } \phi_c(S, v), \phi_s(S, v); \phi_i(S, v), \phi_0(S, v); \varepsilon(S, v), \bar{A}(S, v)$$

$$\bar{w}_S \text{ に対し } \phi_c(S, w), \phi_s(S, w); \phi_i(S, w), \phi_0(S, w); \varepsilon(S, w), \bar{A}(S, w)$$

のごとく記号を定めると、波による diffraction potential は

$$\Phi_d = b Re | \bar{v}_A \{ (\phi_i(A, v) + \phi_i(A, w)) + i(\phi_0(A, v) + \phi_0(A, w)) \} - \bar{w}_S \{ (\phi_i(S, v) + \phi_i(S, w)) + i(\phi_0(S, v) + \phi_0(S, w)) \} | \quad (25)$$

と求められる。ただし、それぞれの ϕ_i, ϕ_0 は、対応する $\phi_c, \phi_s, \varepsilon, \bar{A}$ を用いて一般に次式で求められる。

$$\phi_i = \frac{\bar{A}}{\pi \xi_{de} H_0} \{ \phi_c \sin \varepsilon + \phi_s \cos \varepsilon \} \quad (26)$$

$$\phi_0 = \frac{\bar{A}}{\pi \xi_{de} H_0} \{ -\phi_c \cos \varepsilon + \phi_s \sin \varepsilon \} \quad (27)$$

以下、田才の解法と全く同様の方法を用いるために、文献 4) による田才の方法を田才一(S)，文献 6) による田才の方法を田才一(A) と記す。

a) 対称ポテンシャル

x, y の座標を b で無次元化し

$$x/b = x_0, \quad y/b = y_0$$

とし、Lewis form 変換の記号などは、田才一(S)，(A) と同様のものを使うと、(15)式は

$$\bar{w}_S = \exp[\xi_d(-H_0 y_0 + \sigma)] \cos(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi)$$

となり、田才一(S) (27)式で

$$F^{(S)} = \sin \theta + a_1 \sin \theta - a_3 \sin 3\theta$$

の代わりに

$$F^{(S, w)} = \int_0^\theta \bar{w}_S \{ (1 + a_1) \cos \theta - 3 a_3 \cos 3\theta \} d\theta \quad (28)$$

を用いる。また、田才一(S) (30)式の代わりに

$$f_{2m}^{(S, w)} = - \left[\sin 2m\theta + \frac{\xi_{de} H_0}{1 + a_1 + a_3} \left\{ \frac{\sin(2m-1)\theta}{2m-1} + \frac{a_1 \sin(2m+1)\theta}{2m+1} - \frac{3a_3 \sin(2m+3)\theta}{2m+3} \right\} \right. \\ \left. + \frac{\xi_{de} H_0}{1 + a_1 + a_3} (-1)^m \frac{F^{(S, w)}(\theta)}{F^{(S, w)}(\pi/2)} \left\{ \frac{1}{2m-1} - \frac{a_1}{2m+1} - \frac{3a_3}{2m+3} \right\} \right] \quad (29)$$

とおけば、 $p_{2m}^{(S, w)}, q_{2m}^{(S, w)}$ を定める田才一(S) (29)式は

$$\mathcal{W}_{c0}(\theta) - \frac{F^{(S, w)}(\theta)}{F^{(S, w)}(\pi/2)} \mathcal{W}_{c0}(\pi/2) = \sum_m p_{2m}^{(S, w)} f_{2m}^{(S, w)} \quad (30)$$

$$\mathcal{W}_{s0}(\theta) - \frac{F^{(S, w)}(\theta)}{F^{(S, w)}(\pi/2)} \mathcal{W}_{s0}(\pi/2) = \sum_m q_{2m}^{(S, w)} f_{2m}^{(S, w)} \quad (31)$$

となる。これから得られた $p_{2m}^{(S, w)}, q_{2m}^{(S, w)}$ を田才一(S) (31)式に代入して、 $A_0^{(S, w)}, B_0^{(S, w)}$ を求めれば、

$$\frac{\bar{A}^{(S, w)}}{\pi H_0 \xi_{de}} = \frac{MF^{(S, w)}(\pi/2)}{\{ (A_0^{(S, w)})^2 + (B_0^{(S, w)})^2 \}^{1/2}} \quad (32)$$

$$\sin \varepsilon^{(S, w)} = \frac{A_0^{(S, w)}}{\{ (A_0^{(S, w)})^2 + (B_0^{(S, w)})^2 \}^{1/2}} \quad (33)$$

$$\cos \varepsilon^{(S, w)} = \frac{B_0^{(S, w)}}{\{ (A_0^{(S, w)})^2 + (B_0^{(S, w)})^2 \}^{1/2}} \quad (34)$$

以上の計算によって、 $\phi_c^{(S,w)}$, $\phi_s^{(S,w)}$ が求まるから、(26), (27)式を用いて $\phi_i^{(S,w)}$, $\phi_0^{(S,w)}$ を求めることができる。 $\phi_i^{(S,v)}$, $\phi_0^{(S,v)}$ に対しては $\bar{w}_s \frac{\partial \nu}{\partial y}$ の代わりに $-\bar{v}_s \frac{\partial x}{\partial \nu}$ を用いて、同様の計算を行なうことができる。

b) 非対称ポテンシャル

(6)式から

$$\bar{v}_A = \exp \left[\xi_d \left(\frac{1}{2} - H_0 y_0 \right) \right] \cos(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \quad (35)$$

そこで、田才一(A)(17)式で $h^{(A)}(\theta)$ の代わりに

$$\begin{aligned} h^{(A,v)}(\theta) &= -\int_0^\theta \bar{v}_A M \{ (1-a_1) \sin \theta + 3 a_3 \sin 3 \theta \} d\theta \\ &\quad + \int_0^{\pi/2} \bar{v}_A M \{ (1-a_1) \sin \theta + 3 a_3 \sin 3 \theta \} d\theta \\ P_0^{(A,v)} &= -\pi \frac{H_0 \xi_d e}{A^{(A,v)}} \sin \varepsilon^{(A,v)}, \quad Q_0^{(A,v)} = -\pi \frac{H_0 \xi_d e}{A^{(A,v)}} \cos \varepsilon^{(A,v)} \end{aligned} \quad (36)$$

とおけば、田才一(A)(18)～(19)式を解いて $P_{2m}^{(A,v)}$, $Q_{2m}^{(A,v)}$ を得る。(36)式から

$$\bar{A}^{(A,v)} = \frac{\pi H_0 \xi_d e}{\{ (P_0^{(A,v)})^2 + (Q_0^{(A,v)})^2 \}^{1/2}} \quad (37)$$

$$\frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} = -\frac{1}{\{ (P_0^{(A,v)})^2 + (Q_0^{(A,v)})^2 \}^{1/2}} \left\{ \frac{P_0^{(A,v)}}{Q_0^{(A,v)}} \right\} \quad (38)$$

となる。以上によって $\phi_c^{(A,v)}$, $\phi_s^{(A,v)}$ が求まるので、(26), (27)式から $\phi_i^{(A,v)}$, $\phi_0^{(A,v)}$ が求まる。

$\phi_i^{(A,w)}$, $\phi_0^{(A,w)}$ に対しては、 $\bar{v}_A \frac{\partial x}{\partial \nu}$ の代わりに $-\bar{w}_A \frac{\partial y}{\partial \nu}$ を用いれば、全く同様に解を求めることができる。

4 波浪変動圧および断面に作用する力

(25)式は O. S. M. では (A, w) , (S, v) の項が 0 となり、

$$[\Phi_A]_0^* = b \operatorname{Re} \{ \bar{v}_A (\phi_i^{(A)} + i \phi_0^{(A)}) - \bar{w}_s (\phi_i^{(S)} + i \phi_0^{(S)}) \} \quad (39)$$

の形をとる。そこで、修正係数を

$$\left. \begin{aligned} C_i^{(S)} &= \frac{\phi_i^{(S,v)} + \phi_i^{(S,w)}}{\phi_i^{(S)}} \\ C_0^{(S)} &= \frac{\phi_0^{(S,v)} + \phi_0^{(S,w)}}{\phi_0^{(S)}} \\ C_i^{(A)} &= \frac{\phi_i^{(A,v)} + \phi_i^{(A,w)}}{\phi_i^{(A)}} \\ C_0^{(A)} &= \frac{\phi_0^{(A,v)} + \phi_0^{(A,w)}}{\phi_0^{(A)}} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

の形で求めておけば、S. S. M. の解は O. S. M. の解に(40)式の修正係数を、対応する項に乗ずることによって求めることができる。

O. S. M. による波浪変動圧の計算方法は、すでに種々の論文^{5),7)}に示されているので、ここでは $V=0$ とした場合の結果のみを記す。

$$\begin{aligned} \left[\frac{p_w}{\rho g h_0} \right]_0 &= \operatorname{Re} \left\{ \left[\{ \xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \phi_0^{(A)} - \xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \phi_i^{(S)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp[-\xi_d H_0 y_0] \cos(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \} - i \{ \xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \phi_i^{(A)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \phi_0^{(S)} + \exp[-\xi_d H_0 y_0] \sin(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \} \right] \exp[i(kx' \cos \chi - \omega t)] \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

(41)式から、 $[p_w]_0$ の振幅 $[p_{w0}]_0$ は

$$\begin{aligned} \left[\frac{p_{w0}}{\rho g h_0} \right]_0 &= \left| \left[\frac{p_w}{\rho g h_0} \right]_0 \right| = \left\{ \left[\xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \phi_0^{(A)} - \xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \phi_i^{(S)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp[-\xi_d H_0 y_0] \cos(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \right\}^2 + \left\{ \xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \phi_i^{(A)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \phi_0^{(S)} + \exp[-\xi_d H_0 y_0] \sin(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \right\}^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (42)$$

* $[]_0$ は O. S. M. に対応する。同様に $[]_s$ は S. S. M. に対応させる。以下同様な表現を用いる。

で与えられる。

断面に作用する力については、今回の実験では計測を行っていないので、詳細な検討は行なわないが、計算値間の比較を行なうのと、Haskind の関係 (付録参照) から、S. S. M. の計算精度をチェックするために計算式を求めておく。

z' 軸方向に作用する力 F_{WH} は (41) 式の対称成分を x_0 について積分することによって求められる。同様に、 y' 軸方向に作用する力 F_{WS} は (41) 式の反対称成分に負号をつけて、 y_0 について積分することにより、またその 0 点まわりのモーメント M_{WR} (Fig. 2 の θ 方向を正とする) は、レバーを乗じて求めることができる。

結果を記せば次のとおりである。

$$\left[-\frac{F_{WH}}{2\rho gh_0b} \right]_0 = Re \{ [-\xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \Psi_i^{(S)} + \Psi_w^{(S)}] - i \xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \Psi_0^{(S)}] \exp[i(kx' \cos \chi - \omega t)] \} \quad (43)$$

$$\left[-\frac{F_{WS}}{2\rho gh_0b} \right]_0 = Re \{ [-\xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \Psi_0^{(A)} + i \{ \xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \Psi_i^{(A)} + \Psi_w^{(A)} \}] \exp[i(kx' \cos \chi - \omega t)] \} \quad (44)$$

$$\left[\frac{M_{WR}}{2\rho gh_0b^2} \right]_0 = Re \{ [-\xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \Psi_{0l}^{(A)} + i \{ \xi_d H_0 \sin \chi \exp[-\xi_d/2] \Psi_{il}^{(A)} + \Psi_{wl}^{(A)} \}] \exp[i(kx' \cos \chi - \omega t)] \} \quad (45)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0^{(S)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_0^{(S)} \frac{(1+a_1)\cos\theta - 3a_3\cos 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_i^{(S)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_i^{(S)} \frac{(1+a_1)\cos\theta - 3a_3\cos 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_0^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_0^{(A)} \frac{(1-a_1)\sin\theta + 3a_3\sin 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_i^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_i^{(A)} \frac{(1-a_1)\sin\theta + 3a_3\sin 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_{0l}^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_0^{(A)} \frac{\{2a_1(1+a_3)\sin 2\theta - 4a_3\sin 4\theta\}}{(1+a_1+a_3)^2} d\theta \\ \Psi_{il}^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \phi_i^{(A)} \frac{\{2a_1(1+a_3)\sin 2\theta - 4a_3\sin 4\theta\}}{(1+a_1+a_3)^2} d\theta \\ \Psi_w^{(S)} &= \int_0^{\pi/2} \cos(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \exp[-\xi_d H_0 y_0] \frac{(1+a_1)\cos\theta - 3a_3\cos 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_w^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \sin(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \exp[-\xi_d H_0 y_0] \frac{(1+a_1)\sin\theta + 3a_3\sin 3\theta}{1+a_1+a_3} d\theta \\ \Psi_{wl}^{(A)} &= \int_0^{\pi/2} \sin(\xi_d H_0 x_0 \sin \chi) \exp[-\xi_d H_0 y_0] \frac{\{2a_1(1+a_3)\sin 2\theta - 4a_3\sin 4\theta\}}{(1+a_1+a_3)^2} d\theta \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

S. S. M. に対しては、 $\Psi_i^{(A)}$ 等を求めるときに、 $\phi_i^{(A)}$ 等に (40) 式の修正係数を乗じて積分すれば、(43)～(45) 式によって断面力が求められる。

5 両計算法による波浪変動圧および断面力の比較

O. S. M. および S. S. M. の両計算法による相違の程度を明らかにするために、 $H_0=1.0$, $\sigma=0.95$ の二次元断面について、波浪変動圧および断面力を計算した。Fig. 3 は $\chi=179^\circ$, 135° および 90° の場合について、S. S. M. による波浪変動圧の振幅 $[p_w]_s$ と、O. S. M. による振幅 $[p_w]_o$ との比を示したものである。 $\chi=179^\circ$ としたのは、計算プログラムに不定形が存在するために 180° を避けたものであるが、向波の状態を表わすと考えてよい。この場合、有意な ξ_d の範囲 ($\xi_d \leq 0.5$) に対しては、両者の差はほとんどみられない。 $\chi=135^\circ$ および 90° では、bottom 部および波の lee side において両計算法に大きな差が現われている。また、 ξ_d が極めて大きな値でも有意な $\chi=90^\circ$ の場合には、当然予想されるごとく、S. S. M. の場合、船側上部で大きな圧力を、下部で小さな圧力を与えている。

Fig. 4 は $\chi=90^\circ$ の場合、 $\xi_d=0.8$ および $\xi_d=4.0$ に対し、波浪変動圧振幅の無次元値 $p_{w0}/\rho gh_0$ の断面上に

おける分布を計算したものである。 $\xi_d=4.0$ の場合は $\theta=90^\circ$ で $p_{w0}/\rho gh$ はほぼ 2 であり、また波の lee side でほぼ 0 であることから、計算の妥当性がうかがわれる。すでに述べたように incident wave の流速分布から考えて、船体断面上 1/2 吃水付近の位置を境にして、上方では S. S. M. による値が高く、下方では O. S. M. による

値が高くなることが予想されるにもかかわらず、 $\xi_d=0.8$ の場合は、下方でも S. S. M. が高い値を与えている。数値計算の結果を検討したところ、これは対称ポテンシャル $\phi_i^{(s)}$, $\phi_o^{(s)}$ に原因がある。S. S. M. の場合、そこに含まれる $\phi_i^{(s,v)}$, $\phi_o^{(s,v)}$ は、 v の船体境界に対する法線方向成分は下部では小さいにもかかわらず、上部の影響が下部に及び、bottom においてもかなりの値をもっていることがみられる。

次に、船体断面に作用する力の in phase, out phase の各成分について、S. S. M. と O. S. M. による値の比を計算し、その結果を Fig. 5~Fig. 10 に示す。すなわち

$$\begin{aligned} C_{WHC} &= [F_{WHC}]_s / [F_{WHC}]_o, & C_{WHS} &= [F_{WHS}]_s / [F_{WHS}]_o \\ C_{WSC} &= [F_{WSC}]_s / [F_{WSC}]_o, & C_{WSS} &= [F_{WSS}]_s / [F_{WSS}]_o \\ C_{WRC} &= [M_{WRC}]_s / [M_{WRC}]_o, & C_{WRS} &= [M_{WRS}]_s / [M_{WRS}]_o \end{aligned}$$

(1)

(2)

(3)

Fig. 3 Ratio of hydrodynamic pressures obtained by S. S. M. to those by O. S. M. in head, bow and beam seas

Fig. 4 Girthwise distribution of hydrodynamic pressures in beam seas

Fig. 5 C_{WHC} versus ξ_d

Fig. 6 C_{WHS} versus ξ_d Fig. 7 C_{WSC} versus ξ_d Fig. 8 C_{WSS} versus ξ_d Fig. 10 C_{WRS} versus ξ_d Fig. 9 C_{WRC} versus ξ_d

を表わす。

上下揺、左右揺の主要成分 F_{WHC} , F_{WSS} については、船体運動に関し有意な ξ_d の範囲で両計算の間に大きな差はみられないが、damping force に関係する項 F_{WHS} , F_{WSC} にはかなりの差がみられる。また rolling moment については、主要成分 M_{WRS} についてもかなりの差がみられ、船体運動の計算でも考慮すべきであろうと思われる。また、 C_{WRS} が波との出会角に対してほぼ無関係な値をとっているのは興味深い。

6 波浪変動圧の実験

上記理論計算値との比較のため、拘束模型による波浪変動圧の計測を次の要領で実施した。

1) 供試模型船

実験に用いた模型船は鉦石船「笠木山丸」の長さ 3 m, FRP 製で、その要目を Table 1 に示す。圧力変換器の取付位置は Fig. 11 に示すように Lewis 断面と対応するようにした。そして、実断面と Lewis 断面が相違する位置ではその深さまたは幅が同じになるように選んだ。

2) 実験状態

模型実験は大阪大学船舶試験水槽 (100 m × 7.8 m × 4.35 m) において規則波中で模型船を拘束して行なった。規則波については、 $\sqrt{L/\lambda} = 0.9, 1.0, 1.2, 1.4$ の 4 種類の波長に対し、波高は 6 cm ($=L/50$) 一定とした。ま

Table 1 Principal dimensions of ship model

Item		Ship	Model
Length between p. p.	L (m)	247.0	3.0000
Breadth (moulded)	B (m)	40.6	0.4932
Depth (moulded)	D (m)	23.0	0.2794
Draught	d (m)	16.0	0.1943
Length/Breadth	L/B	6.0837	
Breadth/Draught	B/d	2.5375	
Volume of displacement	∇ (m ³)	132,634	0.2273
Block coefficient	C_B	0.8243	
Midship coefficient	C_M	0.9975	

た、船と波との出会角は 45° 間隔に正面向波から正面追波状態まで変化させた。

波浪変動圧は Fig. 11 に示すように、Sq. St. $2\frac{1}{2}$, Midship, Sq. St. $8\frac{1}{2}$ の 3 断面において、それぞれ船底部中心から船側部水線面付近までの 5 点で、半導体型圧力変換器により計測した。さらに、水線面付近での変動圧と比較するため、3 断面における水位の変動振幅を抵抗線型水位計で同時に計測した。

7 実験値と計算値との比較

O. S. M. および S. S. M. の両計算法による数値計算結果と実験値との比較を Fig. 12～Fig. 15 に示す。計算および実験結果はいずれも変動圧の振幅 p_{w0} を波振幅 h_0 に相当する水頭で無次元化して表わした。図中○, △, □印のマークはそれぞれ bottom ($\theta=0^\circ$), bilge ($\theta=50^\circ$), side ($\theta=80^\circ$) における変動圧振幅の計算値で、さらに O. S. M. による計算結果を実線, S. S. M. による結果を破線で表わして区別した。一方実験値はそれぞれに対応する黒く塗りつぶしたマークで示し、また◆印のマークは船側水位の変動振幅を、 $\theta=80^\circ$ に対応する位置での副波の振幅に換算したもので、その点における変動圧と対比できる。

1) 波長による変化

Fig. 12 は正面向波、追波および横波の状態における波浪変動圧について、両計算法による結果と実験値との比較を示してある。

拘束船体の表面に働く波浪変動圧は、船の運動が自由な場合とは異なって、波長の変化に対し急激な変化はみられない。図の中、正面向波および追波状態では、両計算結果はほとんど同じ値を示し、実験値ともよく合っている。ただし、正面向波における Sq. St. $2\frac{1}{2}$, 追波における Sq. St. $8\frac{1}{2}$ の実験値は計算値より低くなっている。これは、波が船体を通過中に減衰すること起因するものと思われる。一方、横波状態においては weather side 側の bottom 部から lee side 側全体にわたり両計算結果に定性的、定量的な差異がみられる。とくに、波の短い場合 ($\sqrt{L/\lambda}$ の大きい場合) においてこの傾向が著しい。実験値との比較については、weather side 側の bilge 部および side 部においては両計算法とも実験値によく合っている。一方、bottom 部から lee side 側にかけては計算結果と実験値に差がみられるが、S. S. M. による結果の方がよく合っている。

Fig. 13 は斜め向波および斜め追波に対するものであるが、定性的には横波の場合と同じ傾向を示している。

2) 断面分布

Fig. 14 は Lewis 断面に変換する時のパラメータ θ を横軸にとり、変動圧の断面分布を示したものである。正面向波および追波状態では両計算結果にほとんど差異は見られない。横波状態の weather side においては、両計算結果は bottom 部および波の短い場合に相違する。一般に S. S. M. の方が O. S. M. より高い値を与えている。次に、lee side においては、両計算結果はかなり異なった傾向を示す。すなわち、bottom 部では S. S. M. の方が O. S. M. より高い値を与えるが、side 部では逆に、異なった分布形を示している。実験値との比較では、断面分布についても S. S. M. の方が全般に実験値に近い値を与えている。

3) 出会角による変化

Fig. 15 は横軸に出会角 χ , 縦軸に変動圧 $p_{w0}/\rho gh_0$ をとり、断面上計測位置をパラメータとして示したもの

Fig. 11 Measuring sections and locations of pressure gage

Fig. 12 Variation of hydrodynamic pressure with wave length in head, following and beam seas

Fig. 13 Variation of hydrodynamic pressure with wave length in bow and quartering seas

Fig. 14 Girthwise distribution of hydrodynamic pressure in head, following and beam seas

Fig. 15 Variation of hydrodynamic pressure with heading angle

である。

$\sqrt{L/\lambda}=1.0$ の場合, weather side 側の変動圧については, 両計算結果はほとんど同じ値を示している。一方, lee side 側では $\chi=45^\circ\sim 135^\circ$ において両計算値にかなりの差異がみられる。すなわち, bilge 部, side 部においては O. S. M. の方が S. S. M. より大きな値を与え, bottom 部においては逆に S. S. M. の方が小さい。

$\sqrt{L/\lambda}=1.4$ の場合は, $\sqrt{L/\lambda}=1.0$ の場合より両計算結果に大きな差異がみられる。とくに, lee side 側の $\chi=45^\circ\sim 135^\circ$ において, 定量的, 定性的な差がみられ, S. S. M. の方が実験値により近い値を示している。

8 結 言

以上規則波中に拘束された船体に作用する波浪変動圧および断面力について, 従来の O. S. M. と境界条件を厳密に満足させた解とについて比較検討を行なうとともに, これらの計算結果と実験値との対応についても調べた。

それらの結果を要約すれば次のとおりである。

(1) $H_0=1.0$, $\sigma=0.95$ の断面に対し, 両計算結果による断面力を比較すると

- a) 上下揺, 左右揺の主要成分 F_{WHC} , F_{WSS} は有意な ξ_d の範囲で両計算結果に差はみられない。
- b) 減衰力に関する項 F_{WHS} , F_{WSC} には, かなりの差がみられる。
- c) 横揺モーメントについては, その主要成分に対してもかなりの差があり, 船体運動の計算でも考慮すべきである。

(2) 変動圧の実験値と計算結果の比較については

- a) 正面向波および追波状態では, 両計算結果はほとんど同じ値を示し, 実験値ともよく合っている。
- b) しかし, 正面向波における Sq. St. $2^{1/2}$, 追波における Sq. St. $8^{1/2}$ の実験値は計算結果より低い値を与える。これは, 波が船体を通過中に減衰することによるものと思われる。
- c) 横波および斜め波においては, bottom 部から lee side 側にかけて両計算結果に大きな差がみられ, 特に波の短い場合にこの傾向が著しい。実験値と比べると S. S. M. による方がよい結果を与えている。

以上のことから, 本報で示した S. S. M. は斜め波 ($\chi=45^\circ\sim 135^\circ$) 中の拘束船体に働く bottom 部から lee side 側にかけての変動圧を求める場合, 従来の O. S. M. より実験値に近い値を与える。ただし, 本研究では, 前進速度が 0 の場合についてのみ言及したので, 一般的な結論を得るには, 船速の影響や, さらに radiation の問題等に関する研究が必要と思われる。

最後に本研究を行なうにあたり, 数値計算および図面作成にご協力下さった, 日本コンピューター・システム梅野佳子さんに感謝の意を表したい。また, 模型実験やデータ解析に惜しみないご協力をいただいた, 大阪大学大学院工学研究科池淵哲朗君 および 同工学部造船学科 4 年石田俊章君, 磯崎芳男君に深く感謝する次第である。

なお, 本研究の一部は, 日本造船研究協会 SR 131 研究部会との共同研究として実施されたものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 日本造船研究協会第 131 研究部会: 波浪外力に関する水槽試験報告書, 研究資料 No. 163 (昭和 47 年 3 月)。
- 2) Ursell, F.: "The Expansion of Water-wave Potentials at Great Distances", Proc. Camb. Phil. Soc., 64 (1968 b) 811.
- 3) Faltinsen, O.: "Wave Forces on a Restrained Ship in Head-sea Waves", Ninth Symposium on Naval Hydrodynamics, Paris, August, 1972.
- 4) Tasai, F.: "On the Damping Force and Added Mass of Ships Heaving and Pitching", Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. VII, No. 26 (1959)
- 5) Tasai, F.: "An Approximate Calculation of Hydrodynamic Pressure on the Midship Section Contour of a Ship Heaving and Pitching in Regular Head Waves", Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. XIV, No. 48 (1966) 55.
- 6) Tasai, F.: "Hydrodynamic Force and Moment Produced by Swaying and Rolling Oscillations of Cylinders on the Free Surface", Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. IX, No. 35 (1961), 91.

- 7) 福田淳一, 永元隆一, 小沼 守, 高橋 実: 波浪中の船体運動と船体表面に働く変動水圧及び横強度に関する理論計算, 日本造船学会論文集第 129 号 (昭和 46 年 6 月), p. 83.
 8) Newman, J. N.: "The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves", Journal of Ship Research, Vol. 6, No. 3 (1962) 10.

付 録 Haskind の関係

$\chi=90^\circ$ または 270° の横波の場合には, 二次元の Haskind の関係が成り立つ。Newman⁸⁾ によれば, 速度ポテンシャルが本論文の座標系で,

$$\Phi_W = \frac{gh_0}{\omega} \exp[-ky + i(-kx + \omega t)] \quad (A1)$$

なる incident wave があるとき, 鉛直上向きに作用する力 F_{WH} は, 複素表示で

$$F_{WH} = \rho gh_0 e^{i\omega t} P_S^+ \quad (A2)$$

で与えられる。ただし, P_S^+ は物体が $w = e^{i\omega t}$ (z' 軸方向に) なる運動をしたときに x 軸の正方向に進行する波のポテンシャル $\Phi_P^{(S)}$ と

$$\Phi_P^{(S)} = e^{i\omega t} P_S^+ \exp(-ky - ikx) \quad (A3)$$

なる関係にある。

さて本論文によれば, 物体が $-y$ 軸方向に $w = -ie^{i(\omega t + \epsilon(S))}$ で運動するとき, x 軸の正方向の進行波のポテンシャルは

$$\Phi_P^{(S)} = \frac{\bar{A}^{(S)}}{\xi_d H_0} b e^{i\omega t} \exp(-ky - ikx) \quad (A4)$$

であるから, $w = e^{i\omega t}$ なる運動に対しては

$$\Phi_P^{(S)} = \frac{\bar{A}^{(S)}}{\xi_d H_0} b e^{i\omega t} e^{i(\pi/2 - \epsilon(S))} \exp(-ky - ikx) \quad (A5)$$

従って,

$$P_S^{(+)} = \frac{\bar{A}^{(S)}}{\xi_d H_0} b e^{i(\pi/2 - \epsilon(S))} \quad (A6)$$

となり, これを (A2) 式に代入して,

$$\frac{F_{WH}}{\rho gh_0 b} = \frac{\bar{A}^{(S)}}{\xi_d H_0} e^{i(\omega t + \pi/2 - \epsilon(S))} \quad (A7)$$

を得る。(A1)式のポテンシャルの波面は $\zeta = h_0 \sin(\omega t - kx)$ であるから, 本論文のように $\zeta = h_0 \cos(\omega t - kx)$ なる位相にするためには時間軸を $\pi/2$ だけずらせばよい。

結局 (A7) 式は

$$\frac{F_{WH}}{\rho gh_0 b} = -\frac{\bar{A}^{(S)}}{\xi_d H_0} e^{i(\omega t - \epsilon(S))} \quad (A8)$$

となる。(A8) 式の実数部をとって, $\cos \omega t$ の位相のものと $-\sin \omega t$ の位相のものに分解すれば,

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{F_{WH}}{2 \rho gh_0 b} \right]_{\cos} &= -\frac{\bar{A}^{(S)}}{2 \xi_d H_0} \cos \epsilon(S) = -\frac{\pi}{2} \frac{B_0}{A_0^2 + B_0^2} \\ \left[\frac{F_{WH}}{2 \rho gh_0 b} \right]_{-\sin} &= \frac{\bar{A}^{(S)}}{2 \xi_d H_0} \sin \epsilon(S) = \frac{\pi}{2} \frac{A_0}{A_0^2 + B_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (A9)$$

一方, 本文 (43) 式から (A8), (A9) 式に対応する項が求められるから, これらを等置して

$$-\xi_d H_0 \exp[-\xi_d \sigma] \Psi_i^{(S)} + \Psi_W^{(S)} = -\frac{\pi}{2} \frac{B_0}{A_0^2 + B_0^2} \quad (A10)$$

$$\xi_d H_0 \exp[\xi_d \sigma] \Psi_0^{(S)} = \frac{\pi}{2} \frac{A_0}{A_0^2 + B_0^2} \quad (A11)$$

が成立しなければならない。

波の進行方向に作用する力 F_{WS} についても (A2) 式と同様の関係が成立する。

$$F_{WS} = -\rho gh_0 e^{i\omega t} P_A^+ \quad (A12)$$

左右動に対しては, x 軸方向に $v = ie^{i(\omega t + \epsilon(A))}$ で運動するとき, x 軸正方向の進行波のポテンシャルは

$$\Phi_P^{(A)} = \frac{\bar{A}^{(A)}}{\xi_d H_0} b e^{i\omega t} \exp(-ky - ikx) \quad (A13)$$

であるから、 $v=e^{i\omega t}$ なる運動に対しては

$$\Phi_P^{(A)} = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{\xi_d H_0} b e^{i\omega t} e^{i(-\pi/2 - \varepsilon^{(A)})} \exp(-ky - ikx) \quad (A14)$$

従って

$$P_A^+ = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{\xi_d H_0} b e^{i(-\pi/2 - \varepsilon^{(A)})} \quad (A15)$$

これを (A12) 式に代入して、

$$\frac{F_{WS}}{\rho g h_0 b} = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{\xi_d H_0} e^{i(\omega t - \pi/2 - \varepsilon^{(A)})} \quad (A16)$$

を得る。反対称運動に対しては $\zeta = h_0 \sin(\omega t - kx)$ を位相の基準にするのがわかりやすいから、(A16) 式の実数部をとって、 $\sin \omega t$ に比例する成分と、 $\cos \omega t$ に比例する成分に分解すれば、

$$\left[\frac{F_{WS}}{2 \rho g h_0 b} \right]_{\sin} = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{2 \xi_d H_0} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon^{(A)}\right) = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{2 \xi_d H_0} \cos \varepsilon^{(A)} = \frac{\pi}{2} \frac{Q_0}{P_0^2 + Q_0^2} \quad (A17)$$

$$\left[\frac{F_{WS}}{2 \rho g h_0 b} \right]_{\cos} = -\frac{\bar{A}^{(A)}}{2 \xi_d H_0} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon^{(A)}\right) = \frac{\bar{A}^{(A)}}{2 \xi_d H_0} \sin \varepsilon^{(A)} \quad (A18)$$

$\chi = 270^\circ$ に対し、(A17)、(A18) 式に対応する項を求めて等置すれば、

$$-\xi_d H_0 \exp[-\xi_d/2] \Psi_i^{(A)} + \Psi_W^{(A)} = \frac{\pi}{2} \frac{Q_0}{P_0^2 + Q_0^2} \quad (A19)$$

$$\xi_d H_0 \exp[-\xi_d/2] \Psi_0^{(A)} = -\frac{\pi}{2} \frac{P_0}{P_0^2 + Q_0^2} \quad (A20)$$

が成立することになる。ただし、(A10)、(A11) 式および (A19)、(A20) 式における $\Psi_i^{(A)}$ などの値は、S. S. M. の値を代入するものであることは言うまでもない。