切欠平板引張試験片の弾塑性挙動と 破壊特性に関する一考察

正員 矢 田 敏 夫* 正員 酒 井 啓 一*
正員 飯 野 暢* 正員 阪 野 賢 治*

A Study on Elasto-plastic Behavior and Fracture Characteristics
of Notched Plate Tensile Specimen

by Toshio Yada, *Member* Keiichi Sakai, *Member*
Nobu Iino, *Member* Kenji Sakano, *Member*

Summary

Elasto-plastic behavior for both center notched and side notched plate specimens were studied as a first step toward prediction of fracture.

Elasto-plastic analysis by finite element method and brittle coating were used to approach the problem. At each stress level, brittle coating cracks formed at high strain range showing contours of equal strain was in good agreement with the predicted shape using the finite element method.

Fracture test results on both center notched and side notched specimens were compared. And they were discussed on the basis of elasto-plastic analysis.

From examination of the properties of matrices, it was made clear that a computed result for a given condition of a specimen can directly be applied to obtain solution in different state if

- i) geometric similarity exists in specimens
- ii) the Young's modulus and strain hardening coefficient are varied while the ratio between the two is kept constant.
- iii) yield stress is varied in specimens.

1 緒 言

脆性破壊の発生を規定する物理量として、 K 値、COD 値あるいは ρ^+ 値などが提案され、破壊靱性の評価に用いられている。これらの規準を適宜に選べば、切欠をモデル化して行なう弾性論的な解析手法により、実験室的な試験片の破壊特性から実際の構造物の破壊特性を推定することができる^{1,2)}。たとえば、亀裂の開口変化量に注目した破壊規準である COD 値は直接計測が可能なことなど有用な破壊規準と考えられ、残留応力が付加される場合あるいは応力履歴を受ける場合の靱性評価にも適用が試みられている³⁾。また最近では COD 値を破壊規準にとり、試験を標準化することについても検討が行なわれている⁴⁾。

しかしながら、試験片の形状が異なる場合の破壊特性、あるいは板厚の異なる場合の塑性拘束の影響など明確にされていない問題も少なくなく、研究が進められている⁵⁾。また破壊発生に及ぼす応力の種類の影響、構造的な部材拘束の影響なども明らかにすべき問題である。

脆性破壊の発生現象を定量的に解析することが困難である最大の理由は、脆性破壊の発生起点の近傍に生じる応力・ひずみ状態が複雑なことである。

* 石川島播磨重工業(株)技術研究所

しかし近年のコンピュータの発達に伴い、破壊力学の分野にも有限要素法 (FEM) による計算技術が導入され、複雑な応力場における応力集中度係数の計算が可能になった。また FEM による弾塑性解析を適用すれば従来亀裂モデルについて近似的に理論解析を行っていた切欠の弾塑性挙動を直接計算で求めることができ、破壊発生の際の検証を進めるうえできわめて有効であると考えられる。

このような観点から著者らはエレメントを逐次降伏させる FEM 弾塑性解析プログラムを用いて、切欠の変形挙動および切欠先端部の応力-ひずみ分布を求めた。

本報告では、破壊力学条件を攻求するための第1ステップとして、切欠靱性試験のうち最も基本的な試験である切欠引張試験をとりあげ、センタノッチ試験片とサイドノッチ試験片について、平面応力および平面ひずみ状態における変形挙動を比較した。計算結果を応力塗料によって求めたひずみ分布形状と比較検討したところ傾向的には良い一致をみた。

またセンタノッチ試験片とサイドノッチ試験片による引張破壊試験を行ない、試験結果を弾塑性解析によって得られた知見をもとに考察した。

破壊力学条件を検討するためには多くのケースについて解析を行なう必要があるが、FEM で得られるのは数値解であるため、1条件についての結果が得られるのみである。しかしながら FEM における相似性を用いれば他の計算条件の場合にも適用できる場合があり、計算結果の活用法について検討した。

2 切欠材の引張変形挙動

センタノッチ (CN) およびサイドノッチ (SN) の試験片を平面ひずみおよび平面応力の条件のもとに FEM による弾塑性解析を行ない、応力、ひずみ等にどのような差がみられるかを調べた。また、FEM の解析に用いた試験片と同じ形状の試験片を軟鋼板で製作し、その表面に応力塗料を塗布しひずみ分布の状態を調べた。これらの結果について報告する。

2.1 FEM による解析

2.1.1 解析の条件

CN と SN, 平面応力と平面ひずみの各条件について同じ寸法、要素分割で弾塑性解析を行なった。試験片寸法および要素分割を図1に示す。試験片は対称性を考え 1/4 の部分を示してある。切欠は簡単のためスリットとした。材料としては HT 80 を考え降伏応力 (σ_Y) に 75 kg/mm², ヤング率 (E) に 21,000 kg/mm², 加工硬化率 (H) に 100 kg/mm², ポアッソン比 (ν) に 0.3 を用いた。弾塑性の解析法は増分法であ

図1 解析の対象とした試験片寸法および要素分割

図2 切欠線上の軸方向応力 σ_y の分布

り、増分量は弾性域にある要素が1個だけ降伏点に達するように自動的に決まるようにし、降伏条件としてはMisesの降伏条件を用いた。各増分間は微小変形であるとし、前段階の状態について平衡を考え変位、ひずみ、応力の増分を求めた。

2.1.2 切欠線上の応力分布

切欠線上での σ_y を図2に σ_x を図3に示す。外力の状態を降伏応力に対する Net 継面での平均応力の比で示してある。ただし σ_y は荷重軸方向、 σ_x は切欠線方向の垂直応力を表わす。

σ_y についてみると、切欠先端近傍の応力値は平面ひずみの場合が平面応力の場合に比べて相当高いことがわかる。これは平面ひずみの条件では切欠先端近傍において三軸引張応力状態となり降伏に必要な σ_y が大きくなるためである。平面応力の場合には切欠先端近くでわずかに上昇の傾向がみられるが、佐藤らの報告⁶⁾によれば平面応力状態であっても要素分割を細かくすれば切欠先端のすぐ近くの要素は加工硬化により降伏応力の2倍近くの値を示している。切欠先端は塑性域にあっても特異性を示すので、加工硬化の性質があるかぎり、要素分割を細かくすればするほど先端のすぐ近くの要素の応力値は高くなるであろう。SN と CN を比べると、塑性域内ではSN がわずかに高い値を示しているが、これは後に述べるように σ_x の影響によるものである。

図3 切欠線上の横方向応力 σ_x の分布

表1 FEMにより得られた全面降伏時の応力

	plane stress		plane strain	
	CN	SN	CN	SN
$\sigma_{GY}(\text{kg/mm}^2)$	77.2	85.0	88.7	99.3
σ_{GY}/σ_Y	1.03	1.13	1.18	1.32

σ_{GY} : General yield stress at net section

実験結果である⁷⁾。板厚1.6mmの軟鋼板を用い有効断面を一定にし切欠深さを変化させた試験片について引張

σ_x についてみると、切欠近傍ではやはり平面ひずみの場合が平面応力の場合に比べて高いことがわかる。 σ_x の特徴として切欠近傍の値は荷重の小さい範囲では荷重の増加により大きくなるが、ある荷重を境に逆に低下する傾向にある。この低下により σ_x は切欠先端からある距離の所でピークを示し、ピークを示す位置は外力の増大により切欠先端から離れていく傾向にある。また σ_x の低下は平面ひずみに比べて平面応力の場合に早くから生じるようである。これは、平面応力の場合には塑性域は切欠線上前方に広がるが、平面ひずみの場合には、ほとんど前方へ広がらないことに関係しているであろう。平面応力の場合には図中に切欠線上の塑性域の長さを示したが、平面ひずみでは全面降伏時でも切欠線上の塑性域は5~7mm程度と小さかったので省略した。

CN と SN を比べると、全体にSNの場合に高い値を示しており、荷重の増加に伴う σ_x の低下の傾向はCNの方が大きいようである。

このように試験片の状態により、主応力値、応力比が異なるので、試験片が全面降伏となる荷重に差が生じる。これを示したのが、表1である。平面応力のCenter notchではほぼ一軸での降伏応力に等しい。

CN と SN の差は σ_x の差にもよるものであり、CN に比べSNの σ_x が大きいのは試験片端部の弾性部分が板幅方向の収縮を防げるためである。したがって $2C/W$ が変化すれば、SNの全面降伏応力は変化することが予想される。このことを確かめたのが図4に示す

試験を行ない降伏応力を求めたものである。板幅方向のひずみ $\epsilon_x=0$ であるとするれば、平面応力状態 ($\sigma_z=0$) では $\sigma_y=2\sigma_x$ (但し $\nu=0.5$) となり、Mises の降伏条件に従えば $\sigma_y/\sigma_Y=2/\sqrt{3}\div 1.15$ となる。この実験では $W/d=3$ 程度ではば 1.15 倍となっていることがわかる。また FEM の解析により得られた結果もプロットしてあるが実験値と良い一致を示している。

平面ひずみで CN の場合には、 $\sigma_x\div 0$ より平面応力の場合と比べて 1.15 倍になっている。平面ひずみで SN は $\sigma_x>0$, $\sigma_z>0$ であるため、降伏応力が大きく上昇している。

2.1.3 ひずみ分布

ひずみ状態については、全面降伏直後の ϵ_y 等ひずみ領域を図5に示す。SN の場合には、ひずみ量が小さく変形にくい状態にあることがわかる。なお、SN の場合降伏が進行する方向がわかるように荷重が増加した状態での 0.5 ひずみ域も示した。ここでは ϵ_y について示したが、相当応力や相当ひずみの分布形状すなわち塑性域の形状もほぼ同様な傾向にある。

平面ひずみと平面応力とを比べると、平面応力の場合には切欠先方にもひずみの大きい領域は広がっているが平面ひずみでは切欠先方へほとんど広がらないことがわかる。

図5 全面降伏直後の等ひずみ領域 ϵ_y

図4 全面降伏強度におよぼす切欠深さの影響

2.1.4 COD

応力と COD の関係を示したのが図6である。COD としては切欠先端より 5mm の位置を示し、同位置での DM モデルによる値も示した。各条件により全面降伏応力が異なるので、応力 - COD 関係もその影響を受け、

図6 応力と切欠先端から5mmの位置の COD の関係

同じ応力状態では降伏応力が高くなる条件の COD が小さい値をとっている。したがって、拘束により降伏応力に変化する試験片や欠陥材の COD を DM モデルを用いて計算により求める場合には、降伏応力の変化を考えた適当な補正が必要である。

2.2 応力塗料による変形の観察

2.2.1 供試材および試験片形状

供試材の機械的性質を表2に示す。板厚 20 mm の鋼板を表面研磨して 19 mm 厚とした。

表 2 供試材の機械的性質

降伏強さ (kg/mm ²)	引張強さ (kg/mm ²)	伸び率 (%)	絞り (%)
23.8	44.4	24.0	45.3

G. L. = 200 mm

試験片は平板引張試験片および SN, CN のディープノッチ試験片(幅: $W=400$ mm, 切欠長: $2C=160$ mm, 切欠の先端 2 mm は 0.2 mm 幅, 他は 2 mm 幅)の 3 種類を製作した。

2.2.2 実験方法

試験片の表面に応力塗料 (TL-500-75 B) を塗布し, 約 24 時間放置した後引張試験を実施した。平板引張試験片では, 材料の機械的性質を調べるとともに, 応力塗料の状態とひずみ量との関係を調べた。ディープノッチ試験片では, ひび割れ, およびはくり域の状態について観測した。

2.2.3 実験結果および考察

平板試験片の引張試験により, 応力塗料にひび割れができるのは, ひずみ量が 750μ 程度であり, 塗料がはくりを始めるのはひずみ量が $20000\sim 25000\mu$ であった。

ディープノッチ試験片のとり付けの不整のため試験片に曲げ応力が生じ, 表裏で塗料にひび割れに差を生じたため, ひび割れの状態についての報告は割愛し, 曲げの影響がほとんど無くなる全面降伏以後の塗料のはくり状態について報告する。

塗料のはくりが認められるのは, 全面降伏付近からであり, はくり域は双葉のような形状である。これは図 5 に示した平面ひずみ状態の場合の等ひずみ領域の形状に良く似ている。このような状態はクラックが進展し始める最高荷重近くまでつづき, 荷重の増加とともにはくり域は切欠線の延長線に近づいていく。

CN と SN では初期のはくり域の形状は似ているが, 大きさは CN の方が大きい。最高荷重は CN では 145 ton, SN では 155 ton であったが, そのときのはくり域も CN の方が大きい。最高荷重近くではくり域は急速に拡大するがその形状は CN と SN とでかなり相違がある。すなわち CN では, はくり域は切欠線前方方も広が

図 7 荷重-伸び曲線の模式図と応力塗料のはくり状態

り、その形状は FEM の解析で平面応力状態について得られた等ひずみ領域の形状と似ている。一方 SN では切欠線の延長方向には、はくりは広がらず、切欠先端から 45° の方向にすべりが起りこれに沿って塗料のはくりしているのが認められる。しかしはくり量は CN に比べるとはるかに小さい。

さらに負荷すれば、亀裂は徐々に進展していくが、これにつれて CN ではまだはくりしていない亀裂先端の残部においてもはくりし、広い領域にわたって一様なはくりが観察される。一方 SN では初期の切欠先端位置から 45° 方向のみにはくりが認められる。はくりが明瞭になるのは主に最高荷重直後の変形によるものである。さらに亀裂が進展しても新しい亀裂先端近傍およびその点から 45° 方向にはくりはほとんど認められない。この理由は主として以下に述べるようなすべり方向の相違によるものと考えられる。

CN では図 8(a) のような AB 面でのすべり変形が容易にでき、進展した亀裂の先端においても同様な変形: A'B' が可能である。また、すべり帯に囲まれた 3 角形領域内は板幅方向への拘束がなく、亀裂による応力集中を除けば平滑材を引張った場合の応力-ひずみ状態に近くひずみは全領域にわたってほぼ一様になる。このため全体的にはくりを生じることになる。

SN についても Fig.8(b) に示すような亀裂先端部から 45° 方向へのすべり変形は最高荷重前後に生じるが、すべり線が試験板中央でぶつかり、この変形は大きくなり得ない。さらに亀裂が進展した状態では 45° 方向のすべりによるはくりは認められず、変形は板厚方向のすべりが主となっているようである。これは、亀裂が長くなり板厚方向の変形を拘束する部分が大きくなること、亀裂先端がかなり塑性変形した領域に入り、平面応力条件がより支配的になるためと考えられる。図 7 にみられるように、最高荷重以後においては、板厚の減少が亀裂面に平行に生じているが塗料のはくりは少ない。

図 8 SN および CN 試験片のすべり変形状態

図 9 すべり帯内のひずみ状態

なお板厚方向のすべり変形の場合に板幅方向のすべり変形に比べてはくりが少ないのは次の理由によるものであろう。

図 9 のようなすべり変形を考えれば、

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0, \quad \gamma_{xy} = 2\theta$$

となる。したがって

$$\epsilon_x = -\epsilon_y = -\theta, \quad \epsilon_z = 0, \quad \gamma_{xy} = 0$$

となる。

図 9 (a) の A, B 面のひずみ状態はモールのひずみ円により (b) 図のように表わされ A 面は B 面の 2 倍のひずみ状態にあることがわかる。ところで、板厚方向にすべりが生じている場合は、試験片表面が A 面に相当し、板幅方向にすべりが生じている場合は試験片表面が B 面に相当する。このため、板幅方向のすべり変形の場合に板厚方向のすべり変形に比べてはくりが著しくなると考えられる。

CN では切欠先端から 45° 方向にすべり変形を生じるものとしたが実際には板厚方向のすべりも生じている。

試験板 (板厚 19 mm) の最終破断後の破面板厚は CN の場合で 15~16 mm であるのに対し SN では 14 mm となっており、SN の場合板厚方向にすべり変形が多いことが了解される。

3 センタノッチおよびサイドノッチ試験片の破壊試験

応力塗料を用いた実験により、低荷重域でははっきりしなかった CN と SN の変形挙動の差が荷重の増加とと

表 3 供試材の化学組成および機械的性質

化 学 組 成 (%)										
C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	Cu	V	Ti
0.13	0.26	0.87	0.009	0.005	0.12	0.73	0.42	0.27	0.035	—

降伏強さ (kg/mm ²)	引張強さ (kg/mm ²)	伸び率 (%)	絞り (%)	板厚 (mm)
77.1	83.5	20.0	70.0	27

JIS 4号

図 10 試験片形状および COD の計測法

最高荷重は CN の場合丸棒の引張強さとはほぼ等しく、SN の場合はそれより約 1 割程度高い値を示した。この傾向は全面降伏応力についてみられた CN と SN の差と同じである。-125°C の実験ではほぼ最高荷重点で破断し

図 11 温度と破壊強度の関係

図 12 温度と限界 COD の関係

もに現われてくることがわかった。したがって全面降伏後に破壊する場合には CN と SN の試験片でその破壊特性に差が現われる可能性がある。

ところで最近では素材試験としての COD 試験を小型の試験片で行なうことの検討が行なわれているが試験片が小型になればなるほど全面降伏後に破壊する

可能性が多くなり、破壊特性が試験片形状の影響を受けやすくなる。このため COD 試験等の素材試験の試験片選択には十分の注意を払う必要がある。

このような観点から、ここでは小型の CN および SN 試験片について実験を行ない破壊強度、限界 COD にどのような差が現われるかを調べた。

3.1 供試材、試験片形状および実験方法

供試材は板厚 27 mm の HT 80 である。化学成分および機械的性質を表 3 に示す。

試験片は板幅 100 mm、切欠長さ 40 mm の試験片で CN タイプと SN タイプの 2 種類を制作した。切欠は機械加工により、先端半径 0.1 mm、先端部 2 mm は 0.2 mm 幅、他は 2 mm 幅とした。COD の計測は切欠先端をはさむ位置にピースをはんだづけし、その間にクリップゲージを挿入して行なった。図 10 参照。

3.2 実験結果および考察

破壊強度に関する実験結果を示したのが図 11 である。-78°C 以上の実験では最高荷重を示したのち破断した。

た。破壊応力は高温域での結果と同じ傾向を示した。さらに低温域では破壊応力は逆に CN の場合が SN の場合より高くなっている。この原因の1つとしては試験片に偏心荷重が作用したことがあげられるが、図12の限界CODの測定結果をみると、SNの限界CODの大きい方でもCNの限界CODより小さいことからすると、偏心荷重の影響ばかりではないようである。限界CODとしては、図10に示した方法により測定した値をそのまま示してある。なお、図10に示す方法により測定したCODはDMモデルで求めた切欠先端の値より大きめの値が得られた。限界CODはCNの場合がSNの場合より大きいようである。低温域ではCNとSNとの値に差がないという実験データも報告されているので断定的なことは言えないが、塑性変形量の大きい高温域ではSNに比べてCNの場合に限界CODが大きくなる。したがって破断時あるいは最高荷重時のCODの測定値を限界CODとするのであれば、SNの試験片を用いる方が安全側にあることになる。しかし実測のCODには延性亀裂発生による変位が含まれる可能性がある（本実験では -125°C 以上の実験では破断に先立って延性亀裂の発生がみられた）ので延性亀裂発生時のCODを限界CODとするのが好ましいという考えもある⁸⁾。このため今後は、延性亀裂発生時のCODが試験片形状の影響を受けるかどうかについても検討する必要がある。

4 FEM 解析結果の相似性

有限要素法（FEM）で得られるのは数値解なので、その結果は定めた条件にしか適用できない。このため破壊力学的考察を目的にFEMを利用する場合などでは数多くのケースについての計算が必要な場合もある。しかしこれには多くの経費と労力を必要とする。この非能率的なことを少しでも解消するために、ある特定の条件のもとに得られた結果を他の条件に利用できないかということを調べておくことも意味のあることであろう。弾性体の解析では、ある特定の条件についての結果に簡単な比例計算を行なうだけで、寸法が比例的に変化したり、ヤング率が変化した場合の解析結果となることは容易にうなずける。ここでは弾塑性解を対象に、ある特定の条件のもとに得られた結果を他の条件での解析結果とするにはどのような制約があるか調べてみた。弾塑性解析は増分法とし、各増分間での計算は前段階の状態について平衡を考える微小変形として以下に考察する。

4.1 基礎関係式⁹⁾

ある要素でのひずみ増分 $\{\epsilon\}$ と応力増分 $\{\sigma\}$ の関係は次のように与えられる。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\} \quad (1)$$

ただし $\{\epsilon_0\}$ は固有ひずみ増分を表わしマトリックス $[D]$ は要素を構成している材料の性質を表わす。

ひずみ増分 $\{\epsilon\}$ は節点の変位増分 $\{\delta\}$ と次のような関係にある。

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\} \quad (2)$$

ただし $[B]$ は節点の座標に関係したマトリックスである。

節点変位は構造物全体としての力の平衡条件より求まる。ある1つの要素について考えると次式が成立する。

$$\begin{aligned} \{\dot{F}\} &= \int [B]^T [D] [B] dv - \int [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dv - \int [N]^T \{\dot{P}\} dv \\ &= [k]\{\delta\} + \{\dot{F}\}_{e_0} + \{\dot{F}\}_P \end{aligned} \quad (3)$$

ただし右辺第1項は要素の変形による節点力増分を、第2項は固有ひずみによる節点力増分を、第3項は物体力による節点力増分を表わし、左辺はこれらと静的に等価な節点力増分を表わす。 $\{\epsilon_0\}$ 、 $\{\dot{P}\}$ はそれぞれ固有ひずみ、物体力増分を表わし、 $[N]$ は変位関数を、 $[k]$ は剛性マトリックスを表わす。また添字 T は転置行列であることを示す。積分は要素内全体について行なう。

特定の節点についての平衡条件は要素からの節点力増分 $\{\dot{F}\}$ のうち節点 i に関する力 $\{\dot{F}_i\}$ をすべての要素について加え合わせ、これを外力増分 $\{R_i\}$ と等しいと置くことにより得られる。この操作をすべての節点に行なえば、変位増分 $\{\delta\}$ を未知数とする構造全体としての平衡条件式が得られ、これを解けば節点変位増分が求まる。

4.2 各マトリックスの性質

ここでは、三次元問題を考え、要素は4面体とし要素内の応力、ひずみ、物体力は一定とする。この場合、変位関数 $[N]$ は要素内の座標 (x, y, z) の一次関数となり、 $[B]$ は要素内で一定で、節点が相対的な座標に関係する。ディメンジョンについてみると $[N]$ はノンディメンジョンであり、 $[B]$ は L^{-1} (L は距離を表わす) である。

$[D]$ は、弾性域では $[D^e]$ を、塑性域では $[D^p]$ を使用する。 $[D]$ の成分を d_{ij} ($i, j=1\sim 6$) とすれば、弾性域 ($[D^e]$) では

$$d_{ij}=E \cdot f_{ij}(\nu) \quad (i, j=1\sim 6) \quad (4)$$

となり、塑性域は、山田によれば¹⁰⁾

$$d_{ij}=E \cdot f_{ij}(\nu) - \frac{4G^2}{S_0} S_i \cdot S_j \quad (i, j=1, 6) \quad (5)$$

となる。ただし

E : ヤング率

G : 剪断剛性率 $=E/2(1+\nu)$

ν : ポアッソン比

$f_{ij}(\nu)$: ν の関数

S_0 : $\frac{9}{4}\bar{\sigma}^2(H+3G)$

H : 加工硬化率

S_i, S_j : 偏差応力成分

$\bar{\sigma}$: 相当応力

次に(3)式に関連して $[D], [B]$ は要素内で一定であるから

$$\left. \begin{aligned} [k] &= \int [B]^T [D] [B] dv = [B]^T [D] [B] \cdot V \\ \{\dot{F}\}_{\varepsilon_0} &= \int [B]^T [D] \{\dot{\varepsilon}_0\} dv = [B]^T [D] \{\dot{\varepsilon}_0\} \cdot V \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。 V は要素の体積を表わす。物体力の項では、座標の原点を要素の重心にとると

$$\begin{aligned} \iiint_V x dx dy dz &= \iiint_V y dx dy dz = \iiint_V z dx dy dz = 0 \\ \iiint_V dx dy dz &= V \end{aligned}$$

なることを考慮すれば要素の任意の節点 i について

$$\{\dot{F}_i\} = -\{\dot{P}\} V/4 \quad (7)$$

となる。多くの場合物体力としては物体力ポテンシャル ϕ で与えられ、物体力成分 X_i ($i=1, 2, 3$) とは次の関係にある。

$$X_i = -\partial\phi/\partial x_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (8)$$

ϕ は節点でのポテンシャル ϕ_j ($j=1\sim 4$) により定められる。要素内の物体力を一定としているので、 ϕ は要素内の座標の一次関数となる。したがって(7)式は次のように書き改められる

$$\{F_x\}_P = \frac{1}{24} [C] \{\phi^e\} \quad (9)$$

$[C]$ は L^2 のディメンションをもつ。ただし、 $\{\phi^e\} = (\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4)^T$

4.3 FEM 解析結果の相似性

境界条件としての応力変位等の増加に対する弾性解析と弾塑性解析の相異は、弾塑性解析では塑性域にある要素について $[D^p]$ を用いるということだけである。増分法による弾塑性解の結果は各増分の和として与えられ、初期状態は応力・ひずみともに0であるから、2つの要素において各増分段階での応力・ひずみ増分が同じであれば、応力・ひずみ状態は同じであり、要素の弾塑性状態も同じとなる。

2つの解析対象物 A, B を考える。両者の寸法は相似であり、要素分割も相似であるとし、 A と B の材料の機械的性質が異なっているとす。機械的性質に関するのは $[D]$ のみである。 A, B の対応する要素の $[D]$ がすべて同じ関係にあ

れば、この $[D]$ を用いて得られる応力・ひずみ増分等にもある関係が存在する。 A と B の応力が全く同じであり、 E と H の比が一定であれば、 A, B の対応する要素の $[D]$ はすべて同じ関係にある。また降伏応力(σ_Y)が異なっても降伏応力に対する応力の状態が同じであれば $[D]$ はなんらその影響を受けない。

図 13 材料の機械的性質変化に関する説明図

以上のようなことを考慮に入れて、 A に対する B の寸法が l 倍、 E および H が m 倍、 σ_Y が n 倍(図13)であるとすれば、 A と B の対応する要素のマトリックス間には次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} [B]_B &= \frac{1}{l} [B]_A \\ [D]_B &= m [D]_A \\ [k]_B &= lm [k]_A \\ [C]_B &= l^2 [C]_A \end{aligned} \quad (10)$$

添字 A, B はそれぞれ A, B の要素のものであることを示す。

ここで、 A に対する(3)式に $l^2 \cdot n$ をかけた式について考える。左辺の各項は

$$\begin{aligned} l^2 \cdot n [k]_A \cdot \{\dot{\delta}\}_A &= l \cdot m [k]_A \cdot \frac{ln}{m} \{\dot{\delta}\}_A = [k]_B \cdot \{\dot{\delta}\}_B \\ l^2 \cdot n \{\dot{F}\}_{\epsilon_0} &= \frac{1}{l} [B]_A^T \cdot m [D]_A \cdot \frac{n}{m} \{\epsilon_0\}_A \cdot l^3 V_A = [B]_B^T \cdot [D]_B \cdot \{\epsilon_0\}_B \cdot V_B \\ l^2 \cdot n \{\dot{F}\}_P &= l^2 [C]_A \cdot n \{\phi^e\}_A = [C]_B \cdot \{\phi^e\}_B \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

さらに、ひずみ増分を与える(2)式については

$$\{\epsilon\}_B = [B]_B \{\dot{\delta}\}_B = \frac{1}{l} [B]_A \cdot \frac{ln}{m} \{\dot{\delta}\}_A = \frac{n}{m} \{\epsilon\}_A \quad (12)$$

となり、応力増分を与える(1)式については

$$\{\sigma\}_B = [D]_B (\{\epsilon\}_B - \{\epsilon_0\}_B) = m [D]_A \cdot \frac{n}{m} (\{\epsilon\}_A - \{\epsilon_0\}_A) = n \{\sigma\}_A \quad (13)$$

となる。

したがって、 A についての(3)式の両辺に $l^2 \cdot n$ をかけた式は、 B についての関係式となり外力は $l^2 \cdot n$ 倍、物体内ポテンシャルは n 倍、変位は $\frac{ln}{m}$ 倍、ひずみは $\frac{n}{m}$ 倍、応力は n 倍となる。

なお、 $[B]$ を前段階での変位増分を用いて修正するのであれば、変位は $\frac{n}{m}$ に関係するので $[B]$ は $\frac{n}{m}$ の影響を受けることになるが上ではこのことを無視している。しかし $\frac{n}{m}$ が $[B]$ におよぼす影響は二次的なものであるので、大変形問題をのぞけば、このことを無視したことによる応力・ひずみ等におよぼす影響はわずかであろう。

5 結 論

1. 平面ひずみおよび平面応力状態の場合について、FEMによる弾塑性解析を行ない、センタノッチおよびサイドノッチ試験片の変形挙動を比較した。その結果、平面応力に比べて平面ひずみの場合に切欠近傍に高い応力を生じること、亀裂面方向の応力 σ_x の影響により塑性域内の亀裂面に直角方向の応力 σ_y はセンタノッチの場合よりサイドノッチの場合に大きくなることがわかった。また等ひずみ領域は平面応力の場合切欠面上の前方へも広がるが、平面ひずみではほとんど広がらないことがわかった。

2. センタノッチおよびサイドノッチ試験片に応力塗料を塗布し引張試験を行ない、塗料のはくりを観察することにより、同一負荷に対してセンタノッチ試験片の方がはくりが顕著であることがわかった。またすべりは、センタノッチ試験片では板厚および板幅方向に生じるが、サイドノッチでは主として板厚方向に生じることを確認した。

3. センタノッチおよびサイドノッチの小形ディープノッチ試験を行ない、それぞれの試験片で限界値 COD および破壊強度に差がある結果を得た。

4. FEMの各マトリックスの性質を調べることによりある条件での解析結果から、寸法が比例的に変化した場合、材料の降伏点に変化した場合、加工硬化率とヤング率とがその比を一定に保ちながら変化した場合などの弾塑性挙動を簡単に求められることを確認した。

謝 辞

本研究については、造船学会溶接研究委員会第1分科会主査金沢教授、第2分科会主査佐藤教授をはじめ委員各位から有益なご討論と助言をいただいた。ここに深く謝意を表します。また本研究の機会を与えていただいた

石川島播磨重工業(株)技術研究所藤田副所長, 後藤部長, 応力塗料実験につき便宜をはかっていただいた同所小林研究員に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) T. Kanazawa, H. Mimura, S. Machida, T. Miyata, Y. Hagiwara : Some Critical Considerations on the Criteria for the Onset of Brittle Crack Propagation, Conference on Practical Application of Fracture Mechanics to Pressure-vessel Technology (May, 1971), London.
 - 2) F. Koshiga : A Proposed Simple Theory of Overstressing Technique to Secure Pressure Vessels against Brittle Failure, *ibid.*
 - 3) Y. Akita, T. Yada, K. Sakai, N. Iino : COD Approach for Evaluation of Brittle Fracture Initiation in Residual Stress Field, The First International Symposium of the Japan Welding Society-[3] (Nov., 1971), Tokyo.
 - 4) 金沢, 町田, 萩原 : 工業的試験法としての曲げ COD 試験について, 日本造船学会論文集第 132 号 (Dec., 1972).
 - 5) 佐藤, 豊田, 阪野, 豊貞 : 塑性拘束が脆性破壊発生におよぼす影響と軟質溶接継手の脆性破壊強度に関する研究, 日本造船学会論文集第 132 号 (Dec., 1972).
 - 6) 佐藤, 豊田, 小田 : 等長並列 line crack を有する材の変形挙動, 日本造船学会溶接研究委員会第 1 分科会資料 (1973), 1-245-73.
 - 7) 阪野 : 十字すみ肉溶接継手の強度ならびに切欠材の強度に関する研究, 大阪大学溶接工学科卒業論文 (1970).
 - 8) 金沢, 三波, 宮, 佐藤, 征矢 : 静的 COD および動的 COD に関する一考察, 日本造船学会論文集第 133 号 (June, 1973).
 - 9) Zienkiewicz, O. C., Cheung, Y. K. : マトリックス有限要素法, 培風館 (1970).
 - 10) Yamada, Y., Kawai, T., Yoshimura, N., Sakurai, T. : Analysis of the Elastic Plastic Problems by the Matrix Displacement Method, Preprints of 2nd Conf. on Matrix Method in Struct. Mech. (1968).
-