(昭和 49 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

引張・曲げ疲労を受ける部材の 安全性評価に関する一考察

正員 矢 田 敏 夫* 正員 酒 井 啓 一*
上 村 武* 正員 飯 野 暢*

A Study on safety assessment of structural members subjected
to combined tensile and bending stress fatigue

by Toshio Yada, *Member* Keiichi Sakai, *Member*
Takeshi Uemura, Nobu Iino, *Member*

Summary

Fatigue crack growth characteristics were investigated using center notched plate specimens. The results showed that the mean stress has effect on the growth rate and the growth rate can be expressed using following formula which takes the mean stress effect into account,

$$da/dN = C (K_{\max}/\Delta K) (\Delta K)^m$$

Experimental work was also done to investigate fatigue crack propagation behavior of semi-elliptical surface cracks subjected to combined tensile and bending stresses. Off-centered plate specimens with mechanically introduced surface cracks were used for this test. Estimation on fatigue crack growth was then made on such cracks applying the results of theoretical analysis done by Shah and Kobayashi on stress intensity factor for semi-elliptical surface cracks. From the analysis, it was found that the larger the amount of bending the longer the extension is along the surface. Experimental results showed similar trend to analytical results with respect to fatigue crack front configurations.

These results were taken into account to discuss safety in liquid containers on the basis of leak before failure concept.

1 緒 言

構造物の安全性を保証するうえで、応力の繰返しに対する構造部材の疲労特性を把握しておくことは重要である。

疲労現象については、疲労き裂の発生と疲労き裂の進展の問題に便宜的に分けて考えられる。応力変動を受ける構造物の設計に際しては、構造各部の応力の変動と繰返し条件と疲労強度線図とを比較し設計条件を検討することが必要である。この立場からは疲労き裂の発生の問題が重視される。しかしながら大形構造物においては、設計的に算定される構造的不連続部などに生じる応力集中のほかに、工作誤差による応力集中、溶接部のアンダーカットや割れなどの疲労強度におよぼす不確定な要因があり、これらを全て考慮に入れて疲労強度を決定することはかなり困難である。一方、疲労き裂が発生したとしてもき裂が小さい初期段階では直接大破壊につながるとは限らず、供用中の検査あるいは何らかの検知方法でき裂を検出して処置がとられる以前に大破壊を生じなければ可とする Fail safe design の考え方が各分野で取入れられている。この考え方においては、疲労き裂の進展特性が重視され、疲労き裂の進展拡大の速さとき裂の形状を脆性破壊あるいは延性破壊への遷移条件との関連において定量的に取扱う必要がある。

* 石川島播磨重工業(株)技術研究所

これらの2つの考え方は施工および検査の難易あるいは経済性なども含め検討し、機種に応じどちらに重点をおくか決めるべき問題であろうが、初期欠陥を想定してき裂の進展を考え、最終強度との関連において安全性を検討すれば安全性をより高めることになると考えられる。

液体貯槽などについては、漏れを生じるようなき裂を生じたとしても大破壊を生じないよう十分な切欠強度をもつことを前提として、Leak before failure の条件が適用される場合があるが、これは狭義の Fail safe design であり、疲労き裂については進展の速さと板厚を貫通する際の形状寸法が問題となる。

著者らは A 5083-0 材について疲労試験を行ない、き裂の進展速さと表面切欠から生じた疲労き裂の進展特性について調べたので、ここに報告する。表面疲労き裂についてはすでに金沢らの研究¹⁾があるが、ここでは実際の構造部材においては引張と曲げの組合せ応力を受ける場合があること、膜構造においても工作誤差あるいは板厚の不連続などが存在する場合には引張応力のほかに曲げ応力を生じることを考慮して、引張と曲げとの組合せ応力を受ける構造部材の疲労き裂進展特性を取上げた。またこれらの試験結果を近似解析し Leak before failure 条件を適用する際の問題点について考察した。

2 実験的研究

板厚 25 mm および 35 mm の A 5083-0 材を用い疲労き裂の進展特性を調べた。板厚貫通の切欠を加工した試験片による軸力疲労試験片により、き裂進展速さに関する基礎的試験を行なうとともに、引張軸を偏心させた表面切欠つき試験片を用いて疲労試験を行ない、引張と曲げとの組合せ応力の繰返しに対する疲労き裂の進展挙動について調べた。

2.1 供試材

供試材は市販の A 5083-0 材で、析厚 25 mm と 35 mm の2種類である。供試材の化学成分を Table 1 に、機械的性質を Table 2 に示す。

2.2 試験片の形状

試験片の形状を Fig.1 に示す。Fig.1 (a) は Axial stress-through notch crack の実験 (AT) に、Fig.1 (b) は Combined stress-part through crack の実験 (CP) に用いた。CP 形試験片は試験片中央部と両端部との厚さ中心を偏心させることにより、軸荷重により曲げモーメントを生じさせ、軸応力と曲げとの組合せ応力を与えるようにしたものである。この種の試験片で与えられる応力条件については後述する。

2.3 試験条件と試験の方法

AT 形および CP 形試験片の試験条件を Table 3 に示す。AT 形試験片については 40 ton サーボ疲労試験機を使用し、CP 形試験片は 200 ton ローゼン形疲労試験機を用いて実験した。

疲労き裂の進展速さの計測に関しては、AT 形では初期切欠に近接して試験片の表裏に4対のクラックゲージ(フィラメント間隔1 mm または 0.2 mm, 共和電業(株))を貼布し、試験を中断することなく計測し、所定の応

Table 1 Chemical composition

Material	Thickness, mm	Chemical composition							
		Cu	Si	Fe	Mn	Mg	Zn	Cr	Ti
A 5083-0	25	0.03	0.13	0.17	0.69	4.61	0.01	0.13	0.01
	35	0.03	0.16	0.22	0.68	4.53	0.01	0.13	0.01

Table 2 Mechanical properties

Thickness, mm	Temperature, °C	0.2% offset yield strength $\sigma_{0.2}$, kg/mm ²	Tensile strength σ_T , kg/mm ²	Elongation, %
25	20	15.8	33.5	30.0
	-196	18.3	44.0	32.0
35	20	15.5	33.0	27.0

Table 3 Test conditions for fatigue specimens

Specimen No.	Stress condition kg/mm ²	Stress ratio min/max	Test temp., °C	Note		
Axial stress-through thickness crack specimen						
A T-1	9.0±4.0	0.38	20	loading conditions were kept constant throughout the test		
A T-2	4.0±4.0	0	"			
A T-3	0±4.0	-1.0	"			
A T-4	9.0±4.0	0.38	-196			
A T-5	6.0±2.7	0.38	"			
A T-6	4.0±4.0	0	"			
Combined stress-part through thickness crack specimen						
C P-1	Front surface	9.0±2.0	0.64	stress amplitude was reduced to half for inducing crack front markings		
	Back surface	9.0±2.0	0.64			
C P-2	Front surface	8.1±1.8	0.63		"	
	Back surface	5.1±1.2	0.62			
C P-3	Front surface	9.9±2.6	0.58			"
	Back surface	-1.0±0.1	1.22			

力の繰返し数 (N) とき裂長さの $1/2$ (a) との関係求めた。

CP 形試験片については、疲労試験の途中で、最大荷重を一定に保ったまま振幅を約 $1/2$ に減じ $5 \times 10^3 \sim 10^4$ 回程度繰返すことにより、疲労破面の先端を示すマークを描かせ破断後の破面を観察し、繰返し数との対応をつけた。

2.4 実験結果

AT 形試験片で得られたき裂長さ a と回数 N の plot から疲労き裂の進展速度 da/dN を求め、応力拡大係数 K 値の全振幅 ΔK との関係を図示すると Fig. 2 のようである。 ΔK の値は次式により計算した。

$$\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{a} \cdot f(a/w) \quad (1)$$

ここで

$\Delta \sigma$: Gross 応力の全振幅

$2a$: き裂長さ

$2w$: 試験片の幅

$f(a/w)$: 有限板の補正値

$$= 1.77 + 0.227(a/w) - 0.51(a/w)^2 + 2.7(a/w)^3$$

Fig. 3 は CP 形試験片の破面上に描かれたマークをスケッチしたもので、疲労き裂の進展状況を示していると考えられる。図によれば、表面切欠から生じた疲労き裂は楕円状に進展し板厚を貫通する。板厚を貫通した後は、き裂の裏面側の進展速度が大きく、表裏面の疲労き裂の差は急速に小さくなる。また、引張と曲げの組合せ応力で曲げ成分の大きいものほど、き裂形状が扁平になることが認められる。

Fig. 2 および Fig. 3 中には計算で得られた曲線が合せて示してあるが、これらについては後述する。

Fig. 1 (a) Specimen with a through thickness notch (AT specimen)

Fig. 1 (b) Specimen with a surface notch having a dislocated axis in thickness direction (CP specimen)

Fig. 2 (a) da/dN vs. ΔK for base metal (5083-0) at 20°C Fig. 2 (b) da/dN vs. ΔK for base metal (5083-0) at -196°C

Fig. 3 (a, b, c) Comparison of experimental and calculated fatigue crack growth from a semi-elliptical surface crack

3 疲労き裂の進展特性の解析

3.1 疲労き裂の進展におよぼす平均応力の影響

疲労き裂の進展特性の定量化については多くの研究が行なわれているが、そのほとんどが形式的には K 値に関係づけた表示式を与えている。たとえば Paris ら²⁾ は疲労き裂の進展速さの一般的表示式として次式を与えている。

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m \quad (2)$$

ここで

ΔK : K 値の全振幅

C, m : 材料定数

(2) 式には平均応力の影響が考慮されていないが、この影響についても種々の定量化が試みられている。

L. Tall³⁾ は

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{K_{\max}}{\Delta K} \right) \cdot (\Delta K)^m \quad (3)$$

ただし

$K_{\max}$ は K の最大値

の表示式を提案している。このほか Forman らの表示式あるいは豊貞の crack opening displacement に注目した提案⁴⁾などがある。的場ら⁵⁾は Uchimoto らのアルミニウム合金 (2024-T 3, 7075-T 6) に関する研究結果⁶⁾が (3) 式でよく整理できることを示している。

Fig. 2 に示す A 5083-0 材の室温および低温における実験結果の plot によれば, (2) 式を適用して材料定数を定めることは困難で, 試験条件によって差がみられる。

AT 試験片では

$$\left. \begin{aligned} K_{\max}/\Delta K &= 1/(1-R) \\ R &= \sigma_{\min}/\sigma_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

の関係があるので, R の効果について検討すると, 同じ ΔK 値では R の小さいほど進展速さ da/dN が, 小さくなること, R が等しい試験片の進展速さがよく一致していることが認められる。いま (3) 式を用いて材料定数を定めるとそれぞれの試験条件に対して Fig. 2 (a) および (b) 中の各曲線を得る。なお材料定数の決定に際しては後述の表面疲労き裂の解析に関して平均応力が高く ΔK の小さい側の実験値を重視した。計算値は $R = -1$ の場合も含め実験値の plot と大略一致させることができた。なお試験片が全断面で降伏する際の ΔK 値は, $\Delta \sigma = 8 \text{ kg/mm}^2$ のとき平均応力 9, 4, 0 kg/mm^2 に対し約 58, 98, 122 $\text{kg/mm}^2\sqrt{\text{mm}}$ でありこれ以上の ΔK 値に対しては, 実験値の評価は困難であり, (3) 式は適用できないと考えられる。

3.2 引張と曲げとの組合せ応力を受ける表面切欠からの疲労き裂進展

板厚貫通の疲労き裂の進展速さを応力拡大係数 K の変動幅 ΔK にも基づいて整理し (3) 式により表示することができた。表面切欠についても同様に, き裂先端の各位置での K 値を求めることができる。ここでは引張と曲げの組合せ応力の変動を受ける表面半楕円き裂について進展特性を解析する。

(1) K 値の計算

Fig. 4 に示すような半楕円表面き裂が, 引張と曲げを受ける場合の K 値を A. S. Kobayashi の解⁷⁾を利用して求めると次のように書ける。

$$K = \sqrt{\frac{\pi b}{a}} (a^2 \cos^2 \beta + b^2 \sin^2 \beta)^{1/4} \frac{1}{E(k)} \times \left[m_1 \left\{ \left(1 + \frac{2b}{t} \right) \cdot \frac{Mt}{2I} + \sigma_n \right\} - m_2 \frac{2b}{t} \cdot \frac{Mt}{2I} \left\{ 1 - \frac{k^2 \cdot E(k) \cos \beta}{(1+k^2)E(k) - k'^2 \cdot K(k)} \right\} \right] \quad (5)$$

ここで

$$k^2 = (a^2 - b^2)/a^2$$

$$k'^2 = b^2/a^2$$

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}}$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} \cdot d\beta$$

σ_n : 引張応力

M : 曲げモーメント

I : 曲げ剛性

t : 板厚

a, b : 楕円き裂の長軸, 短軸
 β : 楕円き裂の短軸からの角度 } Fig. 4 参照

m_1, m_2 : 引張および曲げ応力に対する自由表面の影響数

(2) 表面き裂からの進展特性の解析

疲れき裂が半楕円形を保ちながら進展するとすれば, (4) 式により K 値とその変動量をき裂の各位置で求めることができる。

(a) Coordinate denoting a semi-elliptical crack (b) Nominal stress distribution in CP specimen

Fig. 4 Schematic illustration of surface crack and stress distribution under combined tensile and bending stress

K 値の最大値 $K_{\max}$ および全振幅 ΔK はき裂の形状と位置で異なるが、き裂の進展速さの表式((3)式)ではこれらの条件が折り込まれているので、楕円き裂の各位置での進展速さが与えられる。たとえば、Fig. 4 中に示す楕円き裂上の点 A, B ではそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dN} &= C \frac{K_{\max \cdot A}}{\Delta K_A} \cdot (\Delta K_A)^m \\ \frac{db}{dN} &= C \frac{K_{\max \cdot B}}{\Delta K_B} \cdot (\Delta K_B)^m \end{aligned} \right\} \quad (3')$$

ただし、サフィックス A, B はそれぞれの点に対する値であることを示す。

Fig. 3 によれば、初期切欠の形状が円弧の一部となっているが、き裂進展のごく初期段階で半楕円形状になっている。したがって繰返し数 N の増分 ΔN ごとに(3)式を積分し形状を楕円で近似しながら計算を進めれば、 N とき裂形状との関係を求めることができる。

CP 形試験片について試験片で計測された応力を用い、回数 N の増分 ΔN を 1,000 として積分を実行し、疲労き裂の形状と繰返し数との関係を求めた。なお(3)式を適用するにあたって、材料定数 C および m はき裂の進展方向によらず一定であるとして、室温の AT 形試験片で得られた値を用いた。

計算で得られたき裂の進展の経過を Fig. 3 中に示したが、形状については計算値と実験の結果はかなりよい一致を示している。しかしながら、繰返し数とき裂寸法との関係は一致せず、板厚貫通までの繰返し数は実験値の方が計算値にくらべ5倍程度大きくなっている。この理由は主として初期切欠から疲労き裂が発生するまでの期間が大きく影響しているためであり、き裂が進展しはじめてからの進展速さは一応の対応がついているといえる。

き裂が板厚を貫通してからのき裂進展については、 K 値を(3')式で求めることはできない。しかし仮りに板厚が無限大の半無限板と考えき裂の各位置での K 値を計算し同様の逐次修正を行ない計算を行なえば、板厚貫通前と同様、実験結果とかなりよく合った形状が得られ、回数とき裂寸法についても一応の対応がつけられることがわかったので、Fig. 3 には板厚貫通後のき裂形状を破線で示し参考とした。現状ではこの種の部分貫通したき裂の K 値の算定は困難であるが豊貞らの新しい提案⁹⁾もあり今後の課題としたい。

4 構造物の安全性評価に関する考察

前述のように、引張と曲げとの組合せ応力を受ける表面き裂の進展挙動について解析し、実験結果を説明できることが判ったので、これらの結果をもとに構造物の安全性評価、とくに Leak before failure 条件を検討するうえでの問題点について若干の考察を試みた。

4.1 初期表面き裂の長さの影響

初期き裂が板幅方向に長いほど、き裂が板厚を貫通するときの形状は扁平でかつ大きくなると予想される。

供試 A 5083-0 材で厚さ 20 mm、温度条件室温の場合につき、初期き裂寸法の深さ b を 2.0 mm とし表面長さ a を変化させ、引張応力のみの繰返しおよび引張と曲げとの繰返しを受ける場合についてき裂の進展特性を求め、板厚を貫通するときの表面き裂長さ a_t と回数 N_t との関係を図示すると Fig. 5 のようである。Fig. 5 によれば、浅くて長い表面き裂ほど早期に板厚を貫通すること、き裂長さが大きいほど、応力の厚さ方向分布が a_t におよぼす影響が小さくなることが判る。

したがって、薄板構造では特に初期き裂長さをいくらに算定するかが、安全性を検討するうえで重要である。

4.2 工作誤差のある部材の疲労き裂進展

膜力を受ける構造物においても、角変形やめちがいなどの工作誤差がある場合には、引張応力と同時に曲げ応力を生じて部材の表面応力が拡大される。したがって、表面欠陥がある場合には疲労き裂の発生を早めるばかりでなく、き裂の進展速さとき裂貫通時のき裂寸法に影響する。

著者らの研究⁹⁾によれば、角変形を有する部材が引張を受けるときの表面および裏面のひずみは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_F \\ \varepsilon_B \end{aligned} \right\} = \varepsilon_m \left\{ 1 \pm 6(1-\nu^2) \cdot \frac{w_0}{t} \cdot \frac{\tanh m}{m} \right\} \quad (6)$$

ここで

$$m^2 = 12(1-\nu^2) \frac{\sigma_m}{E} \cdot \left(\frac{l}{t} \right)^2$$

$\varepsilon_m, \varepsilon_F, \varepsilon_B$: それぞれ平均ひずみ, 表面および裏面のひずみ

$2l$: スパン (両端支持)

t : 板厚

w_0 : 初期変形量

E, ν : ヤング率およびポアソン比

また CP 試験片の切欠部の Nominal stress は次式で表わされる。

$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_F \\ \varepsilon_B \end{matrix} \right\} = \varepsilon_m \left\{ 1 \pm 6(1-\nu^2) \cdot \frac{\delta}{t} \cdot \frac{D_1 m_1 \tanh m_2 l_2 / \cosh m_1 l_1}{D_1 m_1 \tanh m_2 l_2 + D_2 m_2 \tanh m_1 l_1} \right\} \quad (7)$$

ここで

$$m_i^2 = \frac{12(1-\nu^2) \cdot \sigma_m}{Et^2} \quad (i=1, 2)$$

δ : つかみ部と平行部の板厚中心のくいちがい量

D_1, D_2 : 曲げ剛性

l_1, l_2 : 平行部の長さの 1/2, つかみ部長さ

サフィックス 1, 2 は平行部とつかみ部に対応する

Fig. 5 Geometry of crack front and number of cycles required for crack penetration for different cracks

(a) In case $9.0 \pm 2.0 \text{ kg/mm}^2$ is kept on front surface

(b) In case axial stress is kept at $4.5 \pm 1.0 \text{ kg/mm}^2$

Fig. 6 Calculated surface crack propagation in a structure with angular distortion

4.1 同じ材料を例にとり角変形部に表面き裂がある場合を想定して、疲労き裂の進展状況を計算で求める。(6)式を用い、角変形 ($w_0 \text{ mm/1,000 mm}$) をかけて表面および裏面の応力とその変動量を求めて、き裂の進展の計算を行なった。Fig. 6 (a) には角変形の凹面側応力を $9 \pm 2 \text{ kg/mm}^2$ の一定変動とした場合、(b) には軸応力を $4.5 \pm 1 \text{ kg/mm}^2$ とした場合のき裂貫通の様相を示した。

表面応力条件が一定であれば角変形が大きいほど N_t は大きいが、幅方向の広がりが大きくなり、角変形 $w_0 = 0$ のとき $a_i/t \div 1.1$ であるのに対し、 $w_0 = 20 \text{ mm}$ ($w_0/t = 1.0$) のときは $a_i/t \div 1.7$ となっている。一方、軸力の条件を一定としたものは、 $w_0 = 0$ の場合にくらべ $w_0 = 20 \text{ mm}$ の場合の N_t は約 1/3 となり安全性が小さくなる。また表面き裂長さ $a_i/t \div 1.7$ と幅方向に広がっている。

ここで取扱った材料は破壊靱性が十分高いので、こ

で取扱った応力条件ではいずれも *Leak before failure* の条件を満足することになるが、靱性の低い材料では膜構造であっても工作誤差あるいは板厚の不連続がある場合には曲げを生じるので漏れを生じる前に不安定き裂寸法に達することがあり得る。また厚板構造では、板厚を貫通するときのき裂寸法が相対的に大きくなるので、応力の板厚方向に対する分布と変動を考慮に入れて設計応力あるいは材料選定することが必要であろう。

5 結 論

A 5083-0 材の疲労き裂進展特性を調べるため板厚貫通切欠試験片 (AT 形試験片) を用いて基礎試験を行ない、ついで表面切欠試験片により、引張と曲げとの組合せの変動応力を受ける場合の試験を行なった。これらの試験結果を解析し以下に述べる結論を得た。

- (1) 板厚貫通切欠試験片の疲労き裂進展速さの試験結果は、平均応力の影響を考慮した式

$$da/dN = C (K_{\max}/\Delta K) \cdot (\Delta K)^m$$

で整理できた。

- (2) 引張と曲げとの組合せ変動応力を受ける表面疲労き裂は半楕円形に進展し、曲げ成分が大きいほど幅方向への進展が大きくなる。

- (3) 引張と曲げとの組合せ変動応力を受ける表面き裂の進展特性は (3) 式と Kobayashi らの表面半楕円き裂について求めた K 値を用い逐次数値積分を行なうことにより表わすことができる。

- (4) 以上の結果から液体貯槽などの安全性を *Leak before failure* の条件に基づいて検討する場合の問題点について考察を行なった。

謝 辞

この研究にあたっては、造船学会溶接研究委員会第一分科会主査金沢武教授をはじめ委員各位から有益なご教示、ご討論を賜わった。ここに深く謝意を表します。また研究実施の機会を与えられましたことについては石川島播磨重工業 (株) 技術研究所藤田勇一、後藤大三氏ならびに実験の遂行に際し、多大の支援をいただいた阪野賢治、小林頼光氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 金沢武, 町田進, 糸賀興右: 表面欠陥からの疲労亀裂伝播特性について (第1報), 日本造船学会論文集第132号 (1972), p. 395.
- 2) P. C. Paris and F. Erdogan: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Trans. ASME Ser. D, Vol. 85, (1963), pp. 528~534.
- 3) L. Tall: Initial Findings from a Study in Low Cycle Fatigue of Welded ASTM A 514 Steel, Fatigue of Welded Structures Conf. (1970).
- 4) 豊貞雅宏: 部分片振領域における疲労亀裂伝播速度について, 日本造船学会論文集第133号 (1973), p. 209.
- 5) 的場正明, 広川紀夫: Tanker の直線式肘板の疲労強度に関する研究, 日本造船学会論文集第132号 (1972), p. 429.
- 6) Uchimoto et al.: Study on Fatigue Crack Propagation in Aluminum Alloy Sheet, M. T. R. Vol. 7, No. 5.
- 7) R. C. Shah, A. S. Kobayashi: Stress Intensity Factor for an Elliptical Crack Approaching the Surface of a Plate in Bending (to be published in ASTM STP 513 part 1).
- 8) 金沢他: 引張応力と面外曲げ応力の組合せ下での貫通き裂の疲労き裂伝播速度について, 日本造船学会溶接研究委員会第一分科会資料.
- 9) Akita, Y. et al.: Effect of Angular Distortion in Welded Joints on Brittle Fracture Initiation, IIW Doc. X-569-70, (1970).