船体局部構造の座屈強度解析に関する研究

正員 梶 岐 哲 夫* 正員 倉 本 美 男*
正員 安 藤 清*

A Study on Buckling Strength of Hull Structures by Finite Element Method

by Tetsuo Iki, *Member* Yoshio Kuramoto, *Member*
Kiyoshi Ando, *Member*

Summary

This paper deals with the developments of FEM buckling analysis computer code for hull structures.

Basic theorem is firstly described for stress analysis of three-dimensional plate structures. The method which covers bifurcation buckling analysis in elasto-plastic range is also described.

Some examples of analysis including transverse ring gunwale corner of 240 KDWT tanker show the capability and usefulness of the present computer code.

1 緒 言

船体構造強度の総合的な判定と評価基準の確立は、近年、益々大型化、高速化し、さらに斬新な構造様式をたどる船舶の建造に際して、最も基本的な問題の 1 つである。

このため、波浪外力の研究とあわせて、船殻の構造応答、さらには評価基準としての座屈、疲労、脆性破壊強度の研究が行われてきた。特に座屈強度に関しては、船舶が巨大化する一方、使用板厚に限度があるため、船体構造の相対的な薄肉化が起り、あらためて重要な問題となってきた。従来、船殻構造の座屈については、形状構造が複雑で、且つ荷重状態も単純でないで理論解析は不可能に近く、単純化した場合について、計算図表等により、簡易検討を行うにとどまっておき、精度の点で難点があった。

筆者等は、これまで、有限要素法による座屈強度解析の実用化を図るべく、計算プログラムの開発、船体構造解析並びに実験等による確認を行い、その有用性を確め、適確に船体構造の座屈強度を把握する道を拓いてきた^{1,2)}。

今回、船体局部構造の弾塑性座屈解析を目的として、3 次元薄板構造について、固有値問題としての座屈解析プログラムを開発したので、その理論、計算例等について報告する。

2 理 論

有限要素法については、すでにいくつかの解説書^{3,4)}が出されているので、ここでは、本プログラムの基本になる部分、特に、3 次元薄板構造、並びに、弾塑性化の取扱いに重点を置いて述べることとする。

2.1 基本理論

変分原理によれば⁵⁾、構造物の歪エネルギー U 、外力のなす仕事 W とするとき、(1) 式で定義されるポテンシャル Π 、

$$\Pi = U - W \quad (1)$$

を最小にする条件、即ち

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W = 0 \quad (2)$$

として応力分布が得られ、さらに、仮想変位による変分が零となる条件

* 三菱重工業(株)長崎研究所

$$\delta(\Delta H) = \delta(\Delta U - \Delta W) = 0 \quad (3)$$

より座屈荷重、モードが得られる。

具体的には、有限要素法により、つぎの様に行う。いま、計算対象の構造物を Fig. 1 に示すごとく、三角形、四辺形その他の有限要素の集合体に近似する。

平板の有限要素 N に貯えられる歪エネルギー U_N は、応力ベクトル $\{\sigma\}$ 、歪ベクトル $\{\epsilon\}$ 、その他 Fig. 2 に示す様に記号を決めるとき

$$U_N \equiv \frac{1}{2} \iiint \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dx dy dz = \frac{1}{2} \iiint \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dx dy dz \quad (4)$$

$$\text{但し} \quad \{\epsilon\}^T \equiv [\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}] \quad (5)$$

$$\{\sigma\}^T \equiv [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}] \quad (6)$$

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (7)$$

である。

以下、しばらく局所座標で考えることにして (変数に suffix L をつけて) 面内歪を $\{\epsilon_m\}_L$ 、曲げ歪を $z\{\epsilon_b\}_L$ とすると

$$\{\epsilon\}_L = \{\epsilon_m\}_L + z\{\epsilon_b\}_L \quad (8)$$

として与えられる。ここで

$$\{\epsilon_m\}_L \equiv \begin{Bmatrix} \epsilon_{mx} \\ \epsilon_{my} \\ \gamma_{mxy} \end{Bmatrix}_L \equiv \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}_L \quad (9)$$

$$\{\epsilon_b\}_L \equiv \begin{Bmatrix} \epsilon_{bx} \\ \epsilon_{by} \\ \gamma_{bxy} \end{Bmatrix}_L \equiv \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}_L \quad (10)$$

(8) 式を (4) 式に代入することにより、

$$U_N = \frac{1}{2} \iiint \{\epsilon_m\}_L^T [D] \{\epsilon_m\}_L dx dy dz + \frac{1}{2} \iiint \{\epsilon_m\}_L^T [D] \{\epsilon_b\}_L z dx dy dz \\ + \frac{1}{2} \iiint \{\epsilon_b\}_L^T [D] \{\epsilon_m\}_L z dx dy dz + \frac{1}{2} \iiint \{\epsilon_b\}_L^T [D] \{\epsilon_b\}_L z^2 dx dy dz \quad (11)$$

となる。面内及び曲げ変形に対する変位関数をそれぞれ $[N_m]$ 、 $[N_b]$ とし、有限要素内での変位を節点ベクトル、 $\{\delta_m\}_L$ 、 $\{\delta_b\}_L$ で表わせば

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_L = [N_m] \{\delta_m\}_L \quad (12)$$

$$\{w\}_L = [N_b] \{\delta_b\}_L \quad (13)$$

但し

$$\{\delta_m\}_L^T \equiv [u_i v_i u_j v_j u_k v_k u_l v_l]_L \quad (14)$$

$$\{\delta_b\}_L^T \equiv [w_i \theta_{xi} \theta_{yi} w_j \dots]_L \quad (15)$$

である。(12)、(13) 式を (9)、(10) 式に代入し結果を

$$\{\epsilon_m\}_L \equiv [N_{m,\epsilon}] \{\delta_m\}_L \quad (16)$$

$$\{\epsilon_b\}_L \equiv [N_{b,\epsilon}] \{\delta_b\}_L \quad (17)$$

と書くことにし、これを (11) 式に代入すれば

$$U_N = \frac{1}{2} [\delta_{mL}^T, \delta_{bL}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_M & \mathbf{K}_{Mb} \\ \mathbf{K}_{bM} & \mathbf{K}_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \end{Bmatrix}_L \quad (18)$$

と表わされる。ここで

$$\mathbf{K}_M \equiv \iiint [N_{m,\epsilon}]^T [D] [N_{m,\epsilon}] dx dy dz \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_{Mb} \equiv \iiint [N_{m,\epsilon}]^T [D] [N_{b,\epsilon}] z dx dy dz \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_{bM} \equiv \iiint [N_{b,\epsilon}]^T [D] [N_{m,\epsilon}] z dx dy dz \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_b \equiv \iiint [N_{b,\epsilon}]^T [D] [N_{b,\epsilon}] z^2 dx dy dz \quad (22)$$

で、 $\mathbf{K}_M, \mathbf{K}_b$ は謂ゆる面内及び曲げ要素の剛性行列であり、 $\mathbf{K}_{Mb}, \mathbf{K}_{bM}$ は塑性化の場合に出て来る項である。

外力として、境界周辺上に作用する面内荷重 $(f_x, f_y)_L$ 及び要素内に働く横荷重 f_{zL} を考えれば、外力のなす仕事 W_N は

$$W_N \equiv W_m^N + W_b^N \quad (23)$$

$$W_m^N = \int (f_{xL} \cdot u_L + f_{yL} \cdot v_L) ds \quad (24)$$

$$W_b^N = \iint f_{zL} w_L dx dy \quad (25)$$

で与えられ、(12), (13)式を代入して積分することにより

$$W_N = [\bar{f}_{mL}^T, \bar{f}_{bL}^T] \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \end{Bmatrix}_L \quad (26)$$

となる。

(18), (26)式を全系で加え合せるため、局所座標で定義された諸量を全体座標に変換する。このための前準備として、(18), (26)式において、面内回転 θ_z を導入し、

$$U_N = \frac{1}{2} [\delta_{mL}^T \delta_{bL}^T \delta_{zL}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_M & \mathbf{K}_{Mb} & \mathbf{O} \\ \mathbf{K}_{bM} & \mathbf{K}_b & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \\ \delta_z \end{Bmatrix}_L \quad (27)$$

$$W_N = [\bar{f}_{mL}^T \bar{f}_{bL}^T \mathbf{O}] \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \\ \delta_z \end{Bmatrix}_L \quad (28)$$

但し

$$\{\delta_z\}_L^T = [\theta_{z1L} \theta_{z2L} \theta_{z3L} \theta_{z4L}] \quad (29)$$

である。さらに、全体座標に整理するに際し、変数の並びかえを行い、変換行列を $[T_L]$ としてあらたに

$$\begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \\ \delta_z \end{Bmatrix}_L \equiv [T_L] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix}_L \quad (30)$$

$$\{\delta_i\}_L^T \equiv [u_{i1} v_{i1} w_{i1} \theta_{xi1} \theta_{yi1} \theta_{zi1}] \quad (31)$$

また、局所座標への変換 Matrix $[L]$ を次式で定義して、

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_L \equiv [L] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{\text{Global}} \quad (32)$$

とすると

$$\{\delta_i\}_L \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \{\delta_i\}_{\text{Global}} \quad (33)$$

であるから、(30), (31), (32) 式を (27), (28) 式に代入して

$$U_N = \frac{1}{2} [\delta_i \delta_j \delta_k \delta_l] [\mathbf{K}_e] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix} \quad (34)$$

$$W_N = [\mathbf{f}_i^T \mathbf{f}_j^T \mathbf{f}_k^T \mathbf{f}_l^T] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix} \quad (35)$$

として全体座標系に変換される。ここで

$$[\mathbf{K}_e] \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{L} \end{bmatrix}^T [\mathbf{T}_L]^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_M & \mathbf{K}_{Mb} & \mathbf{O} \\ \mathbf{K}_{bM} & \mathbf{K}_b & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} [\mathbf{T}_L] \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$[\mathbf{f}_i^T \mathbf{f}_j^T \mathbf{f}_k^T \mathbf{f}_l^T] \equiv [\bar{\mathbf{f}}_{mL}^T \bar{\mathbf{f}}_{bL}^T \mathbf{O}] [\mathbf{T}_L] \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (37)$$

である。(34), (35)式を有限要素全体について加えて,

$$\mathbf{U} = \sum \mathbf{U}_N \quad (38)$$

$$\mathbf{W} = \sum \mathbf{W}_N \quad (39)$$

とし, これを(2)式に代入すれば, 応力分布を求めるための連立1次方程式として

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (40)$$

が得られる。ここで

$$[\mathbf{K}] \equiv \sum [\mathbf{K}_e] \quad (41)$$

$$\{\mathbf{F}\} \equiv \sum \{\mathbf{f}_i\} \quad (42)$$

である。要素の剛性行列 $[\mathbf{K}_e]$ を求めるに当って, (7)式中の剛性 $[D]$ は, 弾性域に対して

$$[D] \equiv [D_e] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

塑性域に対しては, Prandtl-Reuss の仮定を用いて,

$$[D] \equiv [D_p] = \frac{E}{Q} \begin{bmatrix} \sigma_y'^2 + 2P, & -\sigma_x' \sigma_y' + 2\nu P, & -\frac{\sigma_x' + \nu \sigma_y'}{1+\nu} \tau_{xy} \\ & \sigma_x'^2 + 2P, & -\frac{\sigma_y' + \nu \sigma_x'}{1+\nu} \tau_{xy} \\ \text{SYM} & & \frac{R}{2(1+\nu)} + \frac{2H'}{9E} (1-\nu) \bar{\sigma}^2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{2H'}{9E} \bar{\sigma}^2 + \frac{\tau_{xy}^2}{1+\nu} \\ Q &= R + 2(1-\nu^2)P \\ R &= \sigma_x'^2 + 2\nu \sigma_x' \sigma_y' + \sigma_y'^2 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= (\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \\ d\bar{\varepsilon}_p &= \frac{3}{2\bar{\sigma}H'} (\sigma_x' d\sigma_x + \sigma_y' d\sigma_y + 2\tau_{xy} d\tau_{xy}) \\ H' &= \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}_p} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x' &= \sigma_x - (\sigma_x + \sigma_y)/3 \\ \sigma_y' &= \sigma_y - (\sigma_x + \sigma_y)/3 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

である。上述で判る様に(40)式は荷重の小さい間は線形であるが, 荷重が増大し, 塑性化が起れば, これによって剛性行列 $[\mathbf{K}]$ が変化するので, 非線形の方程式である。よって実際には, 一部に塑性域が生じた以降は, 荷重増分により, 線形化して解くこととした。即ち, いま要素の降伏する判定を(46)式の Mises の相当応力 $\bar{\sigma}$ で行い, 塑性域にはいれば, (44)式を用いて剛性行列を求め, 変位増分 $\Delta \mathbf{X}$ と荷重増分 $\Delta \mathbf{F}$ との間に

$$[\mathbf{K}] \{\Delta \mathbf{X}\} = \{\Delta \mathbf{F}\} \quad (48)$$

が得られるので, これにより弾塑性応力分布が順次求められる。

つぎに, 座屈荷重, モードを求める。板厚を t として面内力行列 $[\mathbf{P}]$, 傾斜力行列 $[\mathbf{G}]$ を

$$[\mathbf{P}] \equiv t \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$[G]^T \equiv \left[-\frac{\partial}{\partial x} N_b^T, -\frac{\partial}{\partial y} N_b^T \right] \quad (50)$$

をあらたに定義すれば、要素 N についての面内力のなす仕事 W_N^P は

$$W_N^P = \iint [\delta_{bL}^T] [G]^T [P] [G] \{\delta_b\}_L dx dy \quad (51)$$

(51)式を(18)式にそろえるため、変数を加えて

$$W_N^P = [\delta_{mL}^T, \delta_{bL}^T] \begin{bmatrix} O & O \\ O & K_{GL}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_b \end{Bmatrix}_L \quad (52)$$

ここで

$$K_{GL}^e \equiv \iint [G]^T [P] [K] dx dy \quad (53)$$

であり、要素幾何学的剛性行列である。さらに(29)～(33)式に倣って変数変換を行えば

$$W_N^P \equiv [\delta_i^T \delta_j^T \delta_k^T \delta_l^T] [K_G^e] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix} \quad (54)$$

ここで

$$[K_G^e] \equiv \begin{bmatrix} L & & \\ & L & O \\ & O & L \end{bmatrix}^T [T_L]^T \begin{bmatrix} O & O & O \\ O & K_{GL}^e & O \\ O & O & O \end{bmatrix} [T_L] \begin{bmatrix} L & & \\ & L & O \\ & O & L \end{bmatrix} \quad (55)$$

である。

よって系全体について(34)、(55)式を加え、(3)式に代入して、

$$[K] \{X\} - \lambda [K_G] \{X\} = O \quad (56)$$

但し

$$[K] \equiv \sum K_e \quad (57)$$

$$[K_G] \equiv \sum K_G^e \quad (58)$$

と固有値問題となり、これを解けば、座屈荷重、モードが求められる。荷重が低い間は、(56)式は線形であるが、前述と同じく、荷重が増大し、塑性域に入ると $[K]$ が変り、応力分布、たわみも変るので $[K_G]$ も変り、(56)式は非線形となる。

この非線形固有方程式を解くには、Fig. 3に示す様に行う。即ち、荷重増分の各ステップで $[K_G]$ を計算し、このときの固有値を求め、この固有値 $\lambda(P)$ が

$$\lambda(P) = 1 \quad (59)$$

となる荷重が非線形固有値問題(56)の解を与える。

以上、これまで述べてきた解法について、プロセス・フローチャートをFig. 4に示している。

2.2 弾塑性化の取扱い

前節では、一般的な基礎理論を述べたが、本プログラムで用いた弾塑性化の取扱いについて述べる。

2.2.1 塑性化域の決定

3次元薄板構造の場合、曲げ応力も作用するので、板厚方向に応力の変化を生ずる。また、今回用いた Pian の Hybrid Element⁶⁾では、面内応力も1次で変化するので要素内で弾塑性域が混在することになる。しかしながら、本プログラムでは各頂点の面内応力の平均を求め、これにより Mises の相当応力を計算して、塑性化の判定を行い、要素内では一律にこの値を用いた。

2.2.2 材料の応力・歪線図

使用材については、Fig. 5に示すごとく、直線硬化則とし、降伏後は弾性係数が1/100に低下することとした。

2.2.3 弾塑性座屈解析における剛性の取扱い

弾塑性座屈を固有値問題として行う場合、座屈直前の塑性域により座屈変形後の剛性を仮定して計算を進めているが、Fig. 6, case-⑨に示す様に、除荷する方向に座屈変形が生ずる場合がある。このとき剛性値としては弾性の剛性を用いるべきは必ずである。しかしながら、座屈モードがどちらに生ずるかは、剛性を与えなければ計算

できず、これが3次元薄板構造の弾塑性座屈を固有値問題として求める場合の最大の問題点となる。この問題に対処する方法として、(イ) Tangent Modulus E_t と Young's Modulus E を用いそれぞれ計算すれば、解が中間にはいる。(ロ) Scant Modulus E_s を用いる。(ハ) 塑性域を決める場合、曲げを考えず、面内応力のみで考える。このとき Tangent Modulus E_t を用いる。この3通りが考えられるが、このプログラムでは(ハ)の方法を採用ことにした。このとき(20)、(21)式は零となる。

2.3 使用エレメント

本プログラムで整備した有限要素法エレメントを表1に示す。平板要素も任意四辺形とし、また梁要素も各種準備して実構造のモデル化の便を図った。またあらたなエレメントでも $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ を頂点パラメーターとするものであれば、容易に導入できる。

2.4 大型連立方程式並びに固有値解法

有限要素法プログラムの鍵となる大型連立1次方程式の解法としては、係数行列の対称性を利用して半分だけバンド行列の形にブロック分けし、LDL 分解手法を用いて、方程式(40)式並びに固有値問題(56)式を解くこととした。その特徴は

- (イ) 解法としては、基本的には Gauss の消去法であり、計算時間が早く、安定した解法である。
- (ロ) Variable Band Width としているのでバンド幅の制約がなく、且つ小さな問題でも効率が落ちない。
- (ハ) 荷重条件が多くても、計算時間があまり増えない。
- (ニ) 固有値解法として、Inverse Iteration 法と組合せれば簡単で、且つ計算時間も、静解析と殆ど同程度で行える。

等である。

そのアルゴリズムは参考文献にゆずり^{2,9)}、ここでは解法に関連して、大型行列の処理について一、二留意した点を述べる。

2.4.1 Singular Point の処置

さきに基本理論で述べた様に、3次元構造として、エレメント行列の取扱いを統一的行うため、(27)式にみられる様、面内回転の項を導入した。このため、節点が、同一平面上にある場合、剛性が零のまま残るため、方程式(40)式が Singular となる。この処置としては

- (イ) 連立1次方程式(40)式を縮退する。
- (ロ) 実用上差し支えない程度の Dummy の剛性を対角項に入れる。

の2つの方法が考えられるが、本プログラムでは後者を選び、具体的には、(27)式中の $[K_b]$ の θ_x, θ_y に対応する対角項のうち、絶対値最大のものと等しく置くこととした。

2.4.2 Assembler I/O の採用

本プログラムは使用言語として、U 1108 Fortran V を用いているが、特に大型行列の I/O 処理に Assembler を用い、効率化を図った。これにより大型計算の場合、計算費用がほぼ半分となった。

3 計 算 例

3.1 応力解析 (FEM) Module による計算

本 Module では、座屈解析を行う前段階として各部の応力を計算し、さらに結果をつぎの座屈解析 (EIGEN) Module に渡すファイルを作成するものである。この Module については、一例として SR 133 部会 48 年度研究として、当所で実施した 240 型タンカーの横桁 Gunwale コーナーモデルの座屈崩壊実験について⁹⁾、計算した結果を Fig. 7~Fig. 9 に示すにとどめる。図中に実験結果をあわせて載せているが、この程度実験値と一致すれば、実用上、ほぼ問題ないであろう。

3.2 座屈解析 (EIGEN) Module による計算

座屈についても相当数の試計算を行った。結果の一部を表 2、表 3 にとりまとめているが、順次簡単に説明する。

3.2.1 片持梁

プログラムの基本チェックのため実施したもので、結果を表 2 に示す。固有値を最低次のみでなく、高次のも

のまで求めた。

また、上下に面材のある場合でも、ほぼ良好な結果が得られている。使用エレメントは、応力に関しては Pian, 幾何学的剛性については Zienkiewicz のものを合成し、任意四辺形に改良したものをを用いている。なお () 内に当所で開発した Assumed Stress type Hybrid Element の幾何学的剛性行列を用いた場合の値を示しているが、計算時間がかかり、大型計算には実用的でない。

3.2.2 正方形板

これもプログラムテストのため行ったもので、同じく表2に示すが結果は良好である。

3.2.3 アーチ

3次元空間内に構造がある例として、アーチについて試計算を行い表3に示している。3次まで良好に座屈モードをとらえている。ただ応力計算に Pian のエレメント、幾何学的剛性行列に Zienkiewicz のエレメントを用いたとき、Dummy の固有値がこの場合出ており、問題である。

3.2.4 I型断面梁

3次元板構造の計算例として、フランジまで板構造としてメッシュ分割した計算を、同じく表3に示す。板厚が1mmの場合、フランジがパネルとしての座屈を生ずる。板厚が20mmの場合、本来ならば、梁としての Euler 座屈を示すはずであるが、フランジの面内変形に対応する幾何学的剛性が含まれないため、やはり、フランジがパネルとしての座屈モードを計算する。しかし、面内応力には利かないとする Dummy Beam Element を入れることにより、Euler 座屈を示す結果が得られている。

3.2.5 タンカー横桁 Gunwale コーナーモデル

さきに応力解析例として示した、コーナーモデルについての計算結果を Fig. 10 に示す。応力計算に面外剛性は Zienkiewicz's El. を用いたが、計算結果は 79.8 ton であり、2次元 FEM での座屈荷重 74 ton, また実験結果⁹⁾ 約 80 ton とほぼ良く一致し、モードも実験結果をよく説明する(面外剛性行列に Pian's El. を用いた場合、15.8 ton と異常に低い固有値が計算され、モードも正しくない。応力計算では高い精度を示す Pian's Hybrid El. が座屈に対して、何故この様な結果を示す場合があるのか、或いは別に原因があるのか、今後解明されるべき問題である)。

コーナーモデルにおいて、座屈箇所についてまったく同じメッシュでズーム計算を行った結果を Fig. 11 に示しているが、座屈箇所があらかじめ判る場合は、ズーム計算して良さそうである。

3.2.6 有孔板の弾塑性座屈

弾塑性座屈解析の一例として、有孔板²⁾についての結果を、寸法諸元、メッシュ、塑性域のひろがり等あわせて Fig. 12 に示している。メッシュの粗さ等から考えて、まずまずの結果といえよう。

4 結 言

船体局部構造を対象に、固有値問題としての弾塑性座屈解析を行うプログラムについて述べ、いくつかの数値計算例を通して、その有用性を確めた。

有限要素法による座屈解析法は、その広汎な適応性、即ち

(イ) 対象とする構造の形状、寸法をそのまま取扱え

(ロ) 荷重条件、境界条件も正しく処理される。

(ハ) また、ここに述べた方法によれば、モードの仮定がなくとも、自動的に座屈荷重、モードが計算される。等により、インプットの煩雑さ、計算費用の点で難点はあるにしても、今後、新しい構造の設計、或いは損傷解析等に、広く用いられてゆくものと思われる。

終りに、本研究は日本造船研究協会 SR 133 部会座屈プログラム開発小委員会の作業の一環として実施されたものであり、主査川井教授を始め、委員の方々より、数々の有益な助言と討論を賜ったことを述べ、深甚の感謝を表します。

参 考 文 献

- 1) 老岐, 田口, 倉本, 永元: 有限要素法による船体座屈強度解析に関する研究, 西部造船会々報, 第40号(1970-7), p. 115.

- 2) 倉本, 竜岐, 田口, 永元: 有限要素法による船体構造の弾塑性座屈解析, 西部造船会々報, 第42号 (1971-7), p. 281.
- 3) Zienkiewicz, et al.: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, Mac-Graw Hill (1967).
- 4) 日本鋼構造協会編: コンピュータによる構造工学講座, 培風館.
- 5) Washizu: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press (1968).
- 6) 戸川隼人: 大型マトリックスの数値計算法, オーム社.
- 7) 藤田, 吉田, 荒井: 有孔板の座屈強度について (その2), 日本造船学会論文集, 第126号 (1969-12).
- 8) 竜岐, 高張, 品川: 有限要素法における要素の精度調査——膜要素について——, 日本造船学会誌, 第513号 (1972-3), p. 160.
- 9) SR 133 研究部会 48 年度研究報告書, No. 194 (1974-3), p. 51.

Fig. 1 Mesh Idealization of Structure.

Fig. 2. Symbols

Fig. 3. Determination of Elasto-plastic Buckling Load

Fig. 4 Process Flow Chart.

Fig. 5. Idealization of Stress Strain Diagram

Fig. 6. Stress Re-distribution due to Buckling Modes

Fig. 11 Buckling Load & Modes of Zooming Cal.

Fig. 12. Elasto-plastic Buckling of Perforated Plate

Table 1 List of Finite Elements used in Program

形状	Element type	Stiffness Matrix		Geo. Stiff. M.
		Membrane	Bending	
平板要素	Type-0	Pian-M ^{*1}	Pian-B ^{*2}	Non Conf. Z ^{*3}
	Type-1	Pian-M ^{*1}	Non Conf. Z	Non Conf. Z ^{*3}
	Type-2	Pian-M ^{*1}	Conf. Z ^{*4}	Non Conf. Z ^{*3}
	Type-3	Const. Strain	Non Zien	—
	(Type-9)	Pian-M	Pian-B	Ando ^{*5}
梁要素	Type-4	Ecc. Beam ^{*6}		Ando ^{*5}
	Type-5	Sym. Beam ^{*6}		Ando ^{*5}
	Type-6	Space Beam ^{*6}		—
	Type-7	—		Dummy Beam ^{*7}

Table 2. Examples of Buckling Analysis (1/2)

計算ケース	計算結果	正解	備考
1. Cantilever 1-1. 矩形断面	$\lambda_1 = 1.73$ (1.76)* $\lambda_2 = 6.12$ $\lambda_3 = 15.89$ $\lambda_4 = 45.11$ CPU + 1/6 = 22 ^{sec} (53)	$\lambda_1 = 1.73$	(EL. = 5 Joint = 12 d.o.f. = 72)
1-2. I-Section	$\lambda_1 = 6.96$ (6.96)*	$\lambda_1 = 7.04$
2. 正方形板	$\lambda_1 = 21.1$ (20.2)* CPU + 1/6 = 19 ^{sec} (47)*	$\lambda_1 = 21.1$	(EL. = 9 Joint = 16 d.o.f. = 106)

*1. Pian Ando's EI.

Table 3. Examples of Buckling Analysis (3/2)

計算ケース	計算結果	正解	備考
3. Arch 計算 3-1. Pian-Ando's EI による計算	$\lambda_1 = 0.263$ $\lambda_2 = 0.617$ $\lambda_3 = 1.102$ CPU + 1/6 = 1'33" + 1'21"	$\lambda_1 = 0.244$ ($\lambda_{cr} = \frac{E \pi^2}{8 L^2} (2 \xi^2 - 1)$)	MAXJ = 26 MAXEL = 12 NEQ = 156 (d.o.f.) MW = 24
3-2. Zienk EI による計算	$\lambda_1 = -0.00003$ (Dummy)* $\lambda_2 = 0.262$ $\lambda_3 = 0.616$ CPU + 1/6 = 44" + 54"		
4. I-Beam 4-1. t = 1mm の場合	$\sigma_{cr} = 3.63 \text{ kg/mm}^2$ (face p.l./座屈) FEM CPU + 1/6 = 5'38" (+ 5'29") (4'04" + 1'34") NITR = 11	$(\sigma_{cr})_{face} = 3.659 \text{ kg/mm}^2$ $(\sigma_{cr})_{web} = 7.584 \text{ kg/mm}^2$ $(\sigma_{cr})_{Euler} = 10.78 \text{ kg/mm}^2$	一様圧縮 MAXJ = 117 MAXEL = 96 NEQ = 702 (d.o.f.) MW = 96
4-2. t = 20mm (Dummy Ke 無)	$\sigma_{cr} = 1452 \text{ kg/mm}^2$ (face p.l./座屈) CPU + 1/6 = 5'58" (+ 5'31") NITR = 11	$(\sigma_{cr})_{face} = 1462 \text{ kg/mm}^2$ $(\sigma_{cr})_{web} = 3034 \text{ kg/mm}^2$ $(\sigma_{cr})_{Euler} = 1079 \text{ kg/mm}^2$	
4-3. t = 20mm (Dummy Ke 有)	$\sigma_{cr} = 1198 \text{ kg/mm}^2$ (Euler Buckling)	全上	

*1. Origin Shift 0.5としたとき $\lambda = 6.16$ (NND=2) i.e. Dummy は出ない。