(昭和 51 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

曲げを受ける横桁の最終強度に関する研究

——初期変形の影響——

正員 上 田 幸 雄* 正員 松 石 正 克**
正員 森 信 義** 正員 村 川 英 一***

Ultimate Strength of Transverse Girders Under Bending
——Effect of Initial Deflection——

by Yukio Ueda, *Member* Masakatsu Matsuishi, *Member*
Nobuyoshi Mori, *Member* Eiichi Murakawa, *Member*

Summary

When structures are constructed by welding, structural members are usually accompanied by welding distortions. In this paper, the ultimate strength of transverse girders in ship structures with initial deflections under bending are investigated.

First, the entire behavior, elastic-plastic large deflection, of these girders are theoretically analysed by the strip element method. A series of experiments are carried out on model girders subjected to bending moment with respect to their strong axes. Comparison is made between the test results and theoretical one and good agreement is observed between them. By these studies, a great deal of valuable information is obtained on the ultimate strength of the girders.

An approximate model is also proposed to exhibit the influence of initial deflection on the ultimate strength of girders. It is found that the proposed approximate method of analysis is very useful for prediction of the ultimate strength.

1 緒 言

船体構造は通常溶接により組み立てられている。このため構造物には溶接変形等の初期不整が生じる。従って、信頼性の高い設計をするためには初期不整が構造物の剛性・強度に及ぼす影響を明らかにする事は非常に重要である。

これまでの初期変形の影響に関する厳密な研究は柱以外では主として基本的な構造要素である平板に限られている¹⁾²⁾。

一方、船体の代表的な強度部材の 1 つである桁材に関しては、渡辺はフェースの弾性横倒れ座屈を³⁾、新田はフェースの初期変形の影響を考慮した横倒れ最終強度を研究しているが⁴⁾、いずれもウェブの局部座屈が生じない場合を取り扱っている。

横桁の部材寸法の決定に際しては、船体の大型化に伴い構造の軽量化、合理化を意図して桁の強軸まわりの曲

げ剛性を確保するためにウェブの深さを極度に深くする傾向があるのに反し、弱軸まわりの曲げ剛性および捩り剛性が不足しがちである。このような横桁に純曲げモーメントが作用すると、桁の強度は初期変形、すなわち桁の横倒れ、ウェブのやせ馬ひずみ、フェースの捩れの影響を受け易くなることが予想される。

本研究ではトリッピングブラケット間の横桁の最終強度を詳細に検討する。まず、有限帯板法による厳密な弾塑性大たわみ解析の定式化を行ないウェブの局部座屈を含め、フェースの初期変形の形状および大きさが最終強度に及ぼす影響を明らかにする。更に、20 万トン型タンカーの船底横桁の 1/4 縮尺模型を用いて一連の実験を行ない、理論解析結果と比較し、その妥当性を検討する。最後に、上述の成果をもとにし桁の最終強度の近似解析を行ない、その推定法を示す。

2 理 論 解 析

2.1 有限帯板法による解析法

一般の構造要素の解析には境界条件および幾何学的形状による制約を殆んど受けない有限要素法が威力を発揮

* 大阪大学溶接工学研究所

** 日立造船(株)技術研究所

*** 大阪大学大学院工学研究科

する。しかし、ここで対象としている横桁のような構造物の弾塑性大たわみ解析のような非線型問題の場合には膨大な計算時間を要し実用的でない。

一方、規則的に配置されている矩形板によって構成される構造物の解析には有限帯板法が非常に効率的であることが報告されている⁵⁾。

従って、ここでは有限帯板法をもとにした弾塑性大たわみ解析理論を拡張し⁶⁾、それを用いて初期変形を有する横桁の解析を行なう。

(1) 変位

Fig. 2.1 に示す帯板要素の中央面の変位 $\{h\}$ は次式で定義される。すなわち、 $\{h\}=\{u, v, w\}^T$

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_p \{u_{n,p}\}^T \{f(x)\} U_p(y) \\ v &= \sum_p \{v_{n,p}\}^T \{f(x)\} V_p(y) \\ w &= \sum_p \{w_{n,p}\}^T \{f(x)\} W_p(y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\{u_{n,p}\}$ 、 $\{v_{n,p}\}$ 、 $\{w_{n,p}\}$ は節線変位を、上添字 T は転置行列を示す。また、

$$\{f(x)\}^T = [1 - 3x^2/B^2 + 2x^3/B^3, x - 2x^2/B + x^3/B^2, 3x^2/B^2 - 2x^3/B^3, -x^2/B + x^3/B^2]$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= W_1 = 1 \\ V_1 &= (-2/L)(y - L/2) \end{aligned} \right\} \text{ for } p=1$$

$$\left. \begin{aligned} U_p &= W_p = \sin(k\pi y/L) \\ V_p &= \sin(2k\pi y/L) \\ k &= 2p-3 \end{aligned} \right\} \text{ for } p=2, 3$$

(2) 変位とひずみとの関係

桁のウェブは面外に大たわみを、また横倒れを生じた時にはフェースは面外および面内方向に大たわみを生じるので、これらの大変形によるひずみの非線型成分を含む変位・ひずみの関係は次のように定義される。

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_x - z w_{xx} \\ v_y - z w_{yy} \\ u_y + v_x - 2z w_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{Bmatrix} w_x^2/2 \\ u_y^2/2 + w_y^2/2 \\ w_x w_y \end{Bmatrix} = \{\epsilon_a\} + \{\epsilon_b\} \quad (2)$$

ここで、 u, v, w の下添字 x および y はそれぞれ x および y に関する微分を意味し、 $\{\epsilon_a\}$ および $\{\epsilon_b\}$ は線型ひずみ成分および非線型ひずみ成分を表わす。

変位が $\{h_0\}=\{u_0, v_0, w_0\}^T$ から $\{\dot{h}\}=\{\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}\}^T$ だけ変化した時のひずみ増分 $\{\dot{\epsilon}\}$ は次式で表わされる。

$$\{\dot{\epsilon}\} = \{\dot{\epsilon}_a\} + \{\dot{\epsilon}_{b1}\} + \{\dot{\epsilon}_{b2}\} \quad (3)$$

$$\{\dot{\epsilon}_{a1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_x - z \dot{w}_{xx} \\ \dot{v}_y - z \dot{w}_{yy} \\ \dot{u}_y + \dot{v}_x - 2z \dot{w}_{xy} \end{Bmatrix},$$

$$\{\dot{\epsilon}_{b1}\} = \begin{Bmatrix} w_{0x} \dot{w}_x \\ u_{0y} \dot{u}_y + w_{0y} \dot{w}_y \\ w_{0x} \dot{w}_y + w_{0y} \dot{w}_x \end{Bmatrix},$$

$$\{\dot{\epsilon}_{b2}\} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_x^2/2 \\ \dot{u}_y^2/2 + \dot{w}_y^2/2 \\ \dot{w}_x \dot{w}_y \end{Bmatrix}$$

(3) 応力とひずみとの増分関係 (平面応力状態)

(a) 弾性域

弾性域では応力とひずみとの増分関係として次式を用いる。

$$\{\dot{\sigma}\} = [D^e] \{\dot{\epsilon}\} \quad (4)$$

$$[D^e] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} E: \text{ヤング率} \\ \nu: \text{ポアソン比} \end{array}$$

(b) 塑性域

材料の降伏はミーゼスの降伏条件を用いて判定する。すなわち、降伏関数 F を用いると次式となる。

$$F = f(\sigma) - f_0(\sigma_y, K) = 0 \quad (5)$$

ここで、 $f(\sigma)$ は応力のスカラー関数で σ_y, K は1軸降伏応力と塑性硬化指数である。そして塑性域では塑性ひずみ増分による次式を用いる。

$$\{\dot{\sigma}\} = [D^p] \{\dot{\epsilon}\} \quad (6)$$

$$[D^p] = [D^e] - \frac{1}{S} [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e]$$

$$S = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \left(\frac{\partial f_0}{\partial K} \right) \left\{ \frac{\partial K}{\partial \epsilon_p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$$

ϵ_p : 塑性ひずみ

(4) 平衡方程式

変形状態 $\{h_0 + \dot{h}\}$ における平衡方程式は仮想仕事の原理を適用して求めることができる。すなわち、

$$\int_S \{\delta \dot{h}_s\}^T \{F_0 + \dot{F}\} dS$$

$$= \int_V \{\delta \dot{\epsilon}\}^T (\{\sigma_0\} + [D] \{\dot{\epsilon}\}) dV \quad (7)$$

ここで $\{\delta \dot{h}_s\}$ は仮想変位を表わし、 $[D]$ は弾性域では $[D^e]$ を、塑性域では $[D^p]$ を用いる。

(7) 式に (3) 式を代入して高次の項を省略すると

$$\int_S \{\delta \dot{h}_s\}^T \{\dot{F}\} dS = \int_V (\{\delta \dot{\epsilon}_{a1} + \delta \dot{\epsilon}_{b1}\}^T$$

$$[D] \{\dot{\epsilon}_{a1} + \dot{\epsilon}_{b1}\} + \{\delta \dot{\epsilon}_{b2}\}^T \{\sigma_0\}) dV$$

$$+ \left(\int_V \{\delta \dot{\epsilon}_{a1} + \delta \dot{\epsilon}_{b1}\}^T \{\sigma_0\} dV \right.$$

$$\left. - \int_S \{\delta \dot{h}_s\}^T \{F_0\} dS \right) \quad (8)$$

さらに、(1)式で表わされる変位と節線変位との関係を導入し、桁全体の総和をとれば平衡方程式は次式で表わされる⁷⁾。

$$\{\dot{F}_{n,p}\} = \sum_q [K_{pq}] \{\dot{h}_{n,q}\} + \{R_p\} \quad (9)$$

ここで $\dot{F}_{n,p}$ は荷重増分, K_{pq} は剛性行列, $\dot{h}_{n,q}$ は変位増分であり, R_p は変形状態 $\{h_0\}$ における誤差を修正する項として働き, この項による修正を各ステップで繰り返し行なうことにより比較的大きな増分を用いた場合にも良好な精度の解が得られる。

(5) スチフナの寄与

ウェブに取り付けられたスチフナの寄与は (7) 式にスチフナの内部仕事 δU_S を加え合せることにより帯板要素の剛性の一部として含めることができる。スチフナの変形が微小であるとすると,

$$\delta U_S = \sum_p \sum_q \{ \delta h_{n,p} \}^T [K_{pq}^S] \{ \dot{h}_{n,q} + \dot{h}_{n0,q} \} \quad (10)$$

従って, スチフナを考慮した平衡方程式は次式で表わされる⁷⁾。

$$\begin{aligned} \{ \dot{F}_{n,p} \} = & \sum_q ([K_{pq}] + [K_{pq}^S]) \{ \dot{h}_{n,q} \} + \{ R_p \} \\ & + \sum_q [K_{pq}^S] \{ h_{n0,q} \} \end{aligned} \quad (11)$$

(6) 解析手順

解析は増分法を適用して無負荷の状態から, 十分小さい荷重 (または変位) 増分を与え, 各増分ごとに平衡方程式 (11) を解く。ある段階の平衡状態の応力および変形を初期状態として, 次の平衡状態を求める。順次, この計算を繰り返し現象の全過程を追跡する。

桁は Fig. 2.2 に示すようにトリッピングブラケット間の3パネルを取り出し, 桁の横倒れ変形に対してはフェース, ウェブ, 底板ともにトリッピングブラケット取付位置で単純支持されているものとする。また荷重は桁の両端で剛体を介して直線変位分布を与え純曲げモーメントになるようにした。ウェブは桁の深さ方向に2要素, フェースは幅方向に2要素でモデル化し, フェースとウェブとの接合部では変位および回転角を完全に連続させた。底板は模型実験から算定した有効幅を持つ要素を用いた。スチフナ下部にはロンジフレームが貫通しており, スチフナの剛性を増加させる。これを考慮するためスチフナを上下2分割し, 上半分はそのままの幅をとり, 先端の集中荷重に対する変形が同じになるように下半分の等価幅を決定して用いた。

2.2 解析結果および考察

(1) 解析対象の桁と初期変形

解析は Table 2.1 に示す2種類の寸法形状の横桁について初期変形を Table 2.2 に示すように種々変えて実施した。Aシリーズの桁は20万トン型タンカーの船底横桁の1/4縮尺模型であり, CシリーズはAシリーズのウェブを増厚し局部座屈が生じないように意図したものである。初期不整としては Fig. 2.2 に示すようにトリッピングブラケットS間で半波長の正弦関数状に桁全体が横倒れした形の初期変形 (δ_F), ウェブのやせ馬ひずみ

(δ_W) およびフェースの捩れ変形 (θ_T) を考慮した。

(2) 解析結果および考察

初期変形を有する横桁の最終強度に対する計算結果を Fig. 2.3~2.9 および Table 2.2 に示す。

なお, 前節で有限帯板法による弾塑性大たわみ解析法の定式化を示したが, 微小変形項を分離すると座屈の固有値方程式が得られる⁸⁾。それを用いて桁の各部の弾性座屈強度を解析した結果を Table 2.1 に示す。

各初期変形成分による桁の最終強度の低下を以下で論じる。

(a) 桁の横倒れ初期変形の影響

桁の横倒れ初期変形の影響を検討する時に, ウェブ座屈によるスナップスルーを避けるためにウェブのやせ馬ひずみ δ_W として横倒れ初期変形 δ_F の1/10の大きさの初期変形を外乱成分として与えた。解析結果をとりまとめると

i) 桁に横倒れ初期変形があると横倒れおよび鉛直変形に対する剛性が低下する (Fig. 2.3, 2.4)。また, 軸力を受けるフェースは横倒れ変形による曲げモーメントのために面内曲げ応力が付加されるので塑性化が早く, フェースの軸圧縮最終強度は全断面降伏軸力 P_{fy} よりも著しく低下する (Fig. 2.7, 2.8)。従って, 横倒れ初期変形が存在すると桁の最終強度は梁理論による初期降伏荷重 (M_y) に比較して大幅に低下する (Fig. 2.9)。

ii) 横倒れ初期変形の小さい桁ではフェースは全断面降伏荷重に近い軸圧縮強度を有しているが (Fig. 2.7, 2.8), ウェブが薄板 ($d_w/t_w \cong 200$) のAシリーズの場合, ウェブは M_y の約1/3の荷重で局部座屈し面内剛性が低下し, フェースの軸力負担を大きくさせるので (Fig. 2.7), 桁の最終強度は M_y の約80%にとどまる (Fig. 2.9)。一方, Cシリーズの横桁では, ウェブが厚板 ($d_w/t_w \cong 100$) で弾性座屈しないので, 横倒れ初期変形が小さいと桁の最終強度はほぼ M_y になる (Fig. 2.9)。

(b) ウェブのやせ馬ひずみの影響

ウェブのやせ馬ひずみの影響を検討する時に, 桁の横倒れ座屈によるスナップスルーを避けるために, 横倒れ初期変形 δ_F としてウェブ板厚 (t_w) の10%の大きさの初期変形を外乱成分として与えた。解析結果をとりまとめると

i) ウェブにやせ馬ひずみがあるとウェブの面内剛性の低下をもたらす。このためフェースの負担する軸力は梁理論に従う場合の値 (Fig. 2.7, 2.8 の一点鎖線) に比べて大幅に増大する。その結果, ウェブのやせ馬ひずみによってフェースの崩壊が早くなり, 桁の強度は梁理論による M_y に比べて大幅に低下する (Fig. 2.9)。

ii) ウェブのやせ馬ひずみの小さい桁ではフェースは

全断面降伏荷重に近い軸圧縮強度を有しているが (Fig. 2.7, 2.8), ウェブが薄板のAシリーズの場合, ウェブは M_y の約 1/3 の荷重で局部座屈し面内剛性が低下し, フェースの軸力負担を大きくさせるので (Fig. 2.7), 桁の最終強度は M_y の約 80% にとどまる (Fig. 2.9)。一方, Cシリーズの横桁ではウェブが厚板で弾性座屈しないので, ウェブのやせ馬ひずみが小さいと桁の最終強度はほぼ M_y になる (Fig. 2.9)。

(c) フェースの捩れ変形の影響

Aシリーズの横桁についてフェースの捩れ初期変形の影響を解析した結果を Fig. 2.4, 2.9 に示すが, フェースの捩れ初期変形としてスパン中央で捩れ角 θ_T が 0.0125 rad だけ存在しても殆んど強度および剛性に影響しない。

(d) 初期変形が共存する場合の影響

初期変形成分が共存する場合の相乗効果を検討するために横倒れ初期変形とウェブのやせ馬ひずみが共存する場合の強度を解析した。その結果, 初期変形が共存している桁の最終強度の低下量は比較的大きく, 近似的にやせ馬ひずみのみが存在する場合の低下量と横倒れ初期変形のみが存在する場合の低下量との和になっていることがわかった (Fig. 2.9)。

3 模型試験

理論計算の妥当性を検討するために, 横倒れ初期変形を有する横桁に純曲げを作用させて模型実験を実施した。

3.1 試験模型

試験模型は Fig. 3.1 に示すように, トリップングブラケット間の3パネルのウェブ, フェース, スチフナおよび底板から成る試験部分と, 純曲げモーメントを作用させるための端部載荷部とで構成されている。トリップングブラケットはその取り付け位置で桁の横倒れ変形を拘束するように取り付けられている。更に, 隣接横桁の効果を取り入れるために2条の補助横桁およびロンジフレームを配置した。模型は Table 2.1 に示すように, 20万トン型タンカーの横桁の1/4縮尺模型のAシリーズ, Aシリーズのフェースおよびスチフナ幅を狭くして横倒れ座屈とウェブの局部座屈がほぼ同時に弾性域で生じるBシリーズおよびAシリーズのウェブを4.5mmに増厚したDシリーズの3種類がある。

模型の横倒れ初期変形はトリップングブラケット間で正弦半波長になるようにフェースを機械加工し, ウェブはフェースの幅の中央に取り付けた。一方, このような組立桁ではウェブパネルのやせ馬ひずみが生じないように加工することは困難であり, 模型製作後計測したその大最値は約1mmである。

試験桁を構成する各部材の素材の引張試験の結果を Table 3.1 に示す。

3.2 試験装置および試験要領

実験は250トン曲げ試験機を用いて模型に純曲げモーメントを作用させた。試験装置は Fig. 3.2 に示すようにロードセルを取り付けた負荷梁, 横倒れ防止枠から構成されている。模型には荷重の増加とともに横倒れ変形が生じるので, 模型端部の載荷部の横倒れ変形は横倒れ防止枠を用いて阻止し, 変形を阻止するための荷重は同装置に取り付けたロードセルで検出した。

各試験桁ともウェブ, フェース, スチフナおよび底板の所定位置にひずみゲージを貼付し, ひずみ計測を行った。試験桁の鉛直たわみおよびフェースの横たわみと捩れ変形とを差動トランスを用いて計測した⁹⁾。

3.3 実験結果

横倒れ初期変形が存在する横桁が純曲げモーメントを受けて示す挙動を Fig. 3.3~3.5 に示すが, 桁の横倒れ変形は荷重と共に増加する。特にウェブが局部座屈荷重に達するとウェブの横たわみが急増し始め, 引き続いて桁の横倒れが顕著になり, 各部の変形が増大するとともに, 横倒れ変形および鉛直変形に対する剛性も低下し, 桁は崩壊する。桁の中央断面における板厚の中央の軸ひずみの分布を Fig. 3.6 に示すが, これらの図から明らかに, A, B, D シリーズの模型とも荷重が小さい間はウェブのひずみ分布は直線的であるが, ウェブが薄板のAおよびBシリーズの横桁ではウェブの局部座屈荷重付近で直線性が失われ, 面外変形が生じて軸圧縮強度が低下する。他方, ウェブが厚板のDシリーズではひずみ分布の直線性が保持され, ウェブの剛性は低下せず全体が有効に働いている。またフェースには面内曲げが生じていることがわかる。

横曲り初期変形の存在する桁の最高荷重を Table 3.2 および Fig. 2.9 に示す。その結果, 実験値にはバラツキは見られるが, 実船の横桁と相似なAシリーズの実験値と計算値とは比較的良く一致し, 最高荷重は横倒れ初期変形量の増加とともにわずかながら低下することがわかる。

試験桁の崩壊後の変形形状の一例を Fig. 3.7 に示す。同図から知られるように, 実船と相似なAシリーズの崩壊時には, トリップングブラケット間を1半波とするモードと各パネル間を1半波とするモードが混在しており, フェースにはスパン中央で局部的に大きな面外たわみが生じている。

フェース幅の狭いBシリーズでは, トリップングブラケット間を1半波とするモードが顕著で完全に横倒れ崩壊している。

ウェブが厚板のDシリーズでは, Aシリーズと殆んど

同様の崩壊形状であるが、各パネル間を1半波とするモードが比較的小さい。

4 初期変形を有する横桁の近似的解析法

曲げを受ける横桁の耐力は桁を構成する部材の寸法形状および初期変形の形状・大きさ等の影響を強く受ける。従って、精度良い最終強度を得るためには、本研究で用いているような非線形解析プログラムが必要である。しかし、数値計算に要する時間は膨大であるので簡単な近似計算により曲げを受ける横桁の最終強度が推定できると非常に都合が良いことが多い。そのために、本研究で得られた理論解析結果をもとにして横桁の変形機構を検討し、次のように近似推定法を導びく。

なお、ここで解析の対象とする横桁は実船の形状寸法を基準として弾性座屈する範囲の薄板ウェブから構成されているものとする。

これまでの解析結果から横倒れ初期変形を有する桁においてウェブの座屈などはフェースの負担を大きくし、そのフェースの限界強度が桁の最終強度を支配すると考えられる。そこで以下においては、このような考えのもとで解析を進める。

(1) フェースの耐力

まず、フェースの耐力を求める。フェースの半幅が塑性化するとフェースは限界強度を示すと考えられる (Fig. 2.5)。その限界強度の条件はフェースに作用する軸力 P_f および横倒れ変形によって誘起されるフェースの面内曲げモーメント M_f の相関関係として次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_f/M_{fp} &= 4(1 - P_f/P_{fy})/3 \\ &\text{for } 0.5 \leq P_f/P_{fy} \leq 1.0 \\ M_f/M_{fp} &= 1 - 4(P_f/P_{fy})^2/3 \\ &\text{for } 0 \leq P_f/P_{fy} \leq 0.5 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで、 P_{fy} 、 M_{fp} はそれぞれフェースの全断面降伏軸力、全塑性モーメントである。

一方、面内初期変形 δ_F を有するフェースの軸力 P_f と面内曲げモーメント M_f との関係は、Fig. 4.1 に示すようにフェースおよび有効深さ ηt_w のウェブより構成される梁に軸圧縮力が作用する場合のフェースの面内曲げを解いて得られる。この時、線型理論を用いても解析精度は十分である。上述の関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_f/M_{fp} &= 4(P_f/P_{fy}) \{I_f'/(I_f' + I_w')\} \\ &\quad \{ (A_f + A_w)/A_f \} \delta_F/B_f \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 I_f' および I_w' はそれぞれフェースおよびウェブ単独の断面2次モーメント (桁の弱軸まわり) である。 $I_f' > I_w'$ であることを考慮すると、初期変形 δ_F を有する横桁を構成するフェースの限界強度 P_f は (12)、(13) 式より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_f/P_{fy} &= 1/(1+3\varphi) \\ &\text{for } 0.5 \leq P_f/P_{fy} \leq 1.0 \\ P_f/P_{fy} &= -3\varphi/2 + \sqrt{9\varphi^2 + 3/2} \\ &\text{for } 0.0 \leq P_f/P_{fy} \leq 0.5 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで、 $\varphi = (1 + \eta t_w^2/A_f) \delta_F/B_f$ 、 $\eta t_w^2 = A_w$

(2) 横倒れ初期変形が存在する桁の強度

(i) 横倒れ初期変形が小さい場合

横倒れ初期変形が小さい横桁では第2章で述べたように、曲げモーメントがウェブの局部座屈強度 M_{cr} に達すると桁を構成するウェブが先ず弾性座屈し、その面内剛性が低下するが、フェースが限界強度に達するまで桁の強度に寄与する。従って、桁の最終強度 M_u はウェブが局部座屈する強度 M_{cr} と座屈後の余剰強度 M_r の和となる。

$$M_u = M_{cr} + M_r \quad (15)$$

$$\text{ここで } M_{cr} = \sigma_{cr} \cdot Z \quad (16)$$

σ_{cr} : ウェブの上縁における座屈応力

Z : 横桁の断面係数

上述したように、余剰強度 M_r はウェブが局部座屈した後フェースの半幅が塑性化するまでの reserved strength と考えることができるので、フェースについては (14) 式、ウェブについては平板圧縮の最終強度に対するカルマンの有効幅 d_e を用いると

$$M_r = (P_f - \sigma_{cr} A_f) d + (\sigma_{wy} - \sigma_{cr}) t_w d_e (d - d_e/2) \quad (17)$$

σ_{wy} : ウェブの降伏応力

$d_e = \eta t_w$: カルマンの有効幅¹⁰⁾

$d = d_w + t_f/2 + t_p/2$ (Fig. 4.2)

なお、次節の計算の便のために横倒れ初期変形の小さい横桁を構成するウェブの圧縮応力に対する有効幅 η' を次式で定義する。

$$\eta' t_w^2 \sigma_{wy} = \sigma_{cr} (d - e) t_w/2 + (\sigma_{wy} - \sigma_{cr}) d_e t_w \quad (18)$$

e : ウェブ局部座屈前の横桁の中性軸と底板の中央面との距離

(ii) 横倒れ初期変形が大きい場合

横倒れ初期変形が大きくなると Fig. 2.5 (b) に示すように横桁のウェブの軸応力分布は直線性を保ち座屈現象が生じず深さ全体にわたって有効に働くので、横桁のひずみ分布を Fig. 4.2 の実線のように線形変化と仮定する。ここで解析の対象としている A シリーズの横桁では、ウェブの降伏応力 σ_{wy} がフェースの降伏応力 σ_{fy} よりも小さい事を考慮すると (Table 2.1, 3.1)、桁の各部の軸応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{wy}/e_2 = \sigma_p/e_3 = \sigma_{fy}/(d - e) \quad (19)$$

$$e_1 + e_2 + e_3 = d$$

桁の中立軸は次の平衡方程式から決定される。

$$\begin{aligned} P_f + \sigma_{wy} t_w (e_1 + e_2/2) - (d - e_1 - e_2) \sigma_p t_w/2 \\ = \sigma_p B_p t_p \end{aligned} \quad (20)$$

ウェブの圧縮応力の合力は $(e_1+e_2/2)t_w\sigma_{wy}$ で与えられるが、これを Fig. 4.2 に示すように有効幅 $\eta''t_w$ を用いると

$$(e_1+e_2/2)t_w\sigma_{wy}=\eta''t_w\sigma_{wy} \quad (21)$$

フェースの半幅が塑性化すると横桁は最終強度に達し崩壊すると考えると、最終強度は (14), (19), (20) 式を用いて次式で与えられる。

$$M_u=P_f d+\sigma_{wy}t_w\{(d-e_1/2)e_1+e_2(d-e_1-e_2/3)/2\}-\sigma_p t_w(d-e_1-e_2)^2/6 \quad (22)$$

なお横倒れ初期変形量が上記2状態の中間の場合には、ウェブの効きは近似的に横倒れが小さい時の(18)式の有効幅 η' と大きい場合の (21) 式の η'' との線型結合で与えられると考えると、有効幅 η は

$$\eta=(1-\alpha)\eta'+\alpha\eta'' \quad (23)$$

ここで $\alpha=\delta_F/(2t_w)\leq 2$

この時、横桁の最終強度は次式で与えられる。

$$M_u=P_f d+\sigma_{wy}\eta t_w^2(d-\eta t_w/2) \quad (24)$$

(iii) 数値計算

A シリーズの横桁に横倒れ初期変形 δ_F/t_w がそれぞれ 0.1, 1.0 および 2.0 の場合に対して、(18), (24) および (22) 式を適用して最終強度を計算した結果および有限帯板法による大たわみ弾塑性解析結果を Fig. 4.3 に示す。同図から明らかなように、横倒れ初期変形を有する横桁の崩壊に至るまでの変形機構を考慮して求めた解は有限帯板法による厳密な解の良い近似になっている。

(3) ウェブのやせ馬ひずみが存在する桁の強度

純曲げ M が作用する桁のウェブが負担するモーメント M_w は

$$M_w=MI_w/(I_w+I_F+I_P) \quad (25)$$

ここで、 I_w , I_F , I_P はそれぞれウェブ、フェース、底板の桁の強軸まわりの断面2次モーメントである。

一方、ウェブにやせ馬ひずみが存在すると、ウェブの有効断面2次モーメントは $(I_w-\Delta I_w)$ に低下するので、ウェブが分担するモーメント M_w' は

$$M_w'=M(I_w-\Delta I_w)/(I_w+I_F+I_P-\Delta I_w) \quad (26)$$

に低下する。従って、やせ馬ひずみの存在するウェブが分担するモーメントの低下率 β は次式で定義できる。

$$\beta=M_w'/M_w=(1-\Delta I_w/I_w)/\{1-\Delta I_w/(I_w+I_F+I_P)\} \quad (27)$$

ウェブの断面2次モーメントの低下量を簡単のために圧縮を受ける正方形板の面内剛性の低下量から推定すると¹¹⁾

$$\Delta I_w/I_w=0.3\delta_w/t_w \quad (28)$$

有限帯板法による横桁の軸応力分布を Fig. 2.5 に示すが、ウェブのやせ馬ひずみの有無による応力分布は座屈荷重以前には差があるが、座屈荷重付近から崩壊に至る間は殆んど差がなくなる。そこで、ウェブにやせ馬ひず

みがある横桁の最終強度 M_u はウェブが座屈後の挙動を示し出す荷重 M_{cr}' とその後の余剰強度 M_r' の和で与えられるものと考えたと

$$M_u=M_{cr}'+M_r' \quad (29)$$

ここで、近似的に M_r' は (17) 式の与える余剰強度と同じであるとし、 M_{cr}' としてはやせ馬ひずみのないウェブの局部座屈発生時と同じ平均ひずみを受ける時のモーメントを用い、ウェブの有効性を考慮すると

$$M_{cr}'=M_{Fcr}+\beta M_{wcr}+M_{per} \quad (30)$$

ここで、 M_{Fcr} , M_{wcr} , M_{per} はそれぞれウェブが局部座屈する時にフェース、ウェブ、底板が分担するモーメントである。

上式を用いてウェブのやせ馬ひずみ δ_w/t_w が 1.0 の横桁の最終強度を計算すると

$$M_u=16.7t\cdot m$$

となり、有限帯板法による解、 $17.0t\cdot m$ と良く一致する。

5 結 言

初期変形を有する横桁の曲げ強度に関して、有限帯板法による厳密な弾塑性大たわみ解析および一連の模型実験を行なった結果、次のことが明らかになった。

1) 横倒れ初期変形を有する桁に対する有限帯板法による計算値と実験値とは比較的良く一致し、理論解析法の妥当性が明らかになった。

2) 桁の横倒れ初期変形はフェースに面内曲げモーメントを生じさせるのでフェースの塑性化が早くなり軸圧縮強度が低下する。従って、横倒れ初期変形により桁の最終強度は低下する。

3) ウェブのやせ馬ひずみはウェブの面内剛性を低下させ、フェースの軸力負担を増大させるので、桁の強度を低下させる。

4) フェースに存在する 0.0125rad 程度の捩れ初期変形は桁の強度に殆んど影響を及ぼさない。

5) ウェブが薄板 ($d_w/t_w \div 200$) で M_y の約 1/3 の荷重で座屈する横桁では、初期変形が存在しない場合ウェブの座屈による剛性の損失のため最終強度が初期降伏荷重 M_y の 80% にとどまる。従って、工作精度を高めて初期変形の非常に少ない桁を製作しウェブの有効性を高めても、ウェブが局部座屈するので桁の最終強度は殆んど上昇せず M_y 以下になる。

6) 一方、ウェブが弾性座屈しない厚板 ($d_w/t_w \div 100$) の横桁では初期変形が小さい場合はほぼ M_y の強度を有する。

7) 本論文では有限帯板法による理論解析により桁の変形機構を明らかにするとともに、それをもとにして導出した近似解析法は横倒れ初期変形およびウェブのやせ

馬ひずみの存在する横桁の最終強度を簡単にかつ精度良く推定することができる。

なお、本研究は日本造船研究協会第 127 部会における研究の一環として行なわれたものであり、種々有益なご討論を賜った藤田主査を始めとする委員の方々に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 大坪英臣：平板の弾塑性大たわみ問題の一解法，日本造船学会論文集，第 130 号（昭 46.12）
- 2) 上田，安川，矢尾，池上，大南：圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究，日本造船学会論文集，第 137 号（昭 50.6）
- 3) 渡辺恵弘：防焼材の横倒れについて，西部造船会々報，第 10 号（昭 30.10）
- 4) 新田 顕：桁板構造の最終強度に関する研究，日本造船学会論文集，第 127 号（昭 45.6）
- 5) Y. K. Cheung : Finite Strip Method Analysis of Elastic Slab, ASCE, EM 6 (Dec. 1968)
- 6) 上田，松石，山内，田中：有限帯板法による平板の弾塑性大たわみの解析，関西造船協会誌，第 154 号（昭 49.9）
- 7) 上田，村川，松石，森：有限帯板法による板および桁の弾塑性大たわみ解析，JSSC Matrix Symposium（昭 50.6）
- 8) 上田，山川，福田：温度変化を伴う棒，板の非線形挙動，日本造船学会論文集，第 133 号（昭 48.6）
- 9) 日本造船研究協会第 127 研究部会報告書，No. 189（昭 49.3）
- 10) V. Kármán et al : The Strength of Thin Plates in Compression, Trans. ASME, Vol. 54 (1932)
- 11) 上田，安川，植西，川上：I 型鋼の圧縮局部座屈について，関西造船協会誌，第 119 号（昭 40.12）

Fig. 2.1 Strip Element

Fig. 2.2 Detail of Girder and Initial Deflections for Analysis

(a) A-Girder ($d_w/t_w = 203$) (b) C-Girder ($d_w/t_w = 108$)

Fig. 2.3 Calculated Lateral Deflection

Fig. 2.4 Calculated Vertical Deflection (A-Girder)

Fig. 2.5 Calculated Axial Stress Distribution at Midspan (A-Girder)

Fig.26 Calculated Rotation of Face Plate (A-Girder)

Fig.2.7 Calculated Axial Force of Face (A-Girder)

Fig.2.8 Calculated Axial Force of Face (C-Girder)

Fig.3.1 Test Girder for Experiment

Fig.2.9 Ultimate Strength of Girders

Fig.3.2 General View of Test Set-up

Fig. 3.3 Measured Lateral Deflection of Girders

Fig. 3.4 Measured Rotation of Face

Fig. 3.5 Measured Vertical Deflection

Fig. 3.6 Measured Axial Strain at Midspan

Fig. 3.7 Test Girder after Collapse (A-4)

Fig. 4.1 Model for Simplified Analysis

Table 2.1 Size and Strength of Girders

Girder	Face Br x t _f mm	Web d _w x t _w mm	Stiffener B _s x t _s mm	Span S mm	Buckling Strength ^a M _w t·m	M _L t·m	Plastic Strength ^a M _y t·m	M _p t·m	Remarks
A	80x6	650x32	30x4.5	690	6.7	47.0	21.5	35.8	for Cal., Exp.
B	50x6	650x32	15x4.5	690	5.8	7.7	18.2	32.0	for Exp.
C	80x8	650x6	30x4.5	690	37.6	51.4	30.3	48.6	for Cal.
D	80x6	650x4.5	30x4.5	690	17.4	44.5	25.8	43.8	for Exp.

M_w : Web Buckling by FSM
M_L : Lateral Buckling by FSM
M_y : Initial Yielding Moment by Beam Theory
M_p : Full Plastic Moment by Beam Theory
* Strength of Girder without Initial Deflection

Fig. 4.2 Assumed Axial Stress & Strain Distribution for Simplified Analysis

Table 2.2 Int. Deflection and Calc. Strength of Girders by FSM

Girder	Int. Deflection			Int. Yield Moment t·m	Ultimate Moment t·m
	δ_F/t_w	δ_w/t_w	θ_F Rad		
A	0.1	0.01	0.0	15.0	17.7
	1.0	0.10	0.0	11.9	17.1
	2.0	0.20	0.0	9.8	16.7
	0.1	1.00	0.0	13.7	17.0
	1.0	1.00	0.0	11.7	16.7
	0.1	0.01	0.0125	14.8	17.7
C	0.1	0.01	0.0	26.5	31.6
	1.0	0.10	0.0	12.1	22.8
	0.1	1.00	0.0	18.5	27.0

Table 3.1 Mechanical Properties of Material

Thickness mm	σ_y kg/mm ²	σ_b kg/mm ²	E kg/mm ²	Elongation %
3.2	25.8	37.4	20400	36.4
4.5	25.9	40.6	20000	40.9
6.0	32.3	43.5	20300	38.8

Fig. 4.3 Comparison of Ultimate Strength (A - Girder)

Table 3.2 Int. Deflection and Measured Strength of Girders

Girder	Int. Deflection δ_F/t_w	Int. Yielding Moment t·m	Ultimate Moment t·m
A-1	0.36	13.8	19.5
A-2	0.40	10.8	17.0
A-3	0.89	11.1	16.1
A-4	1.00	8.0	15.4
A-5	1.20	8.3	16.8
A-6	1.60	10.0	18.3
B-1	0.22	12.1	14.8
B-2	1.24	11.6	14.3
B-3	1.81	5.8	11.8
D-1	0.19	11.9	21.5
D-2	1.09	15.9	19.7
D-3	2.16	10.1	19.5