(昭和 51 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

水中調査用自動潜水船の運動と 制御に関する基礎的研究

(第 2 報：理想応答性向上条件に関する理論的検討)

正員 飯 高 弘* 梅 谷 陽 二**

Fundamental Research of the Design and the Control of an
Unmanned Submersible for Underwater Exploration
Part 2 : Theoretical Consideration of Conditions
for Improvement of Idealized Controllability

by Hiroshi Iitaka, Member Yoji Umetani

Summary

In the previous paper, a set of fundamental equations of motion for submersible were derived, and some experimental results were shown for verifying the equations.

The present paper deals with further theoretical results for designing a submersible with idealized controllability proposed by authors, besides stability, response, and control forces. According to the characteristics of motion, clarified with the graphed signal flow diagram, it results that the idealized controllability should include three conditions; the center of gravity lies upon the symmetrical axis of the vehicle, forces of both gravity and buoyancy have the same quantity and are arrayed vertically to the longitudinal axis, and geometry of the vehicle is governed by some results.

Thus the authors conclude that this paper gives a theoretical basis for designing a submersible in view of the total control performance.

1 緒 言

運動制御の観点から制御対象である水中調査用無人自動潜水船（以後、単に潜水船と呼称）の運動特性と設計因子との関係を解明することは、運動制御性能のすぐれた潜水船を開発するにあたって不可欠であると思われる。このような観点から筆者らは、前報¹において潜水船の運動制御に必要な微小運動方程式（以後、単に運動方程式と呼称）を誘導し、かつ運動方程式の諸係数（以後、単に運動係数と呼称）を形状決定因子などの設計因子に直接関連する定量的な設計パラメータ（付加質量 m_x など）によって表現した。この結果、運動係数と設計因子との関係があきらかになった。

本報では運動特性と設計因子との関係を解明するためにつぎのような順に行なった研究結果について述べる。

(1) 潜水船のすべての運動と設計因子の関係をあきらかにするために、前報で導いた運動方程式を信号伝達線図によってグラフ化する。

(2) 信号伝達線図の各伝達経路についてグラフ理論を適用し、入出力応答関係式を導びく。

(3) 潜水船の運動特性を支配する入出力応答関係式について検討し、運動特性を理想応答性、安定性、追従性、および操作力の 4 つに分類するとともに 4 つの特性に関する関係式あるいは条件式について述べる。このうち理想応答性は筆者らがあらたに提起するもので、異なる運動間の相互作用および外乱による影響を考慮したものである。

(4) 理想応答性を向上するような設計条件についてまとめ、このうちいくつかの設計条件と設計因子との関係を検討する。そして、他の特性、すなわち、安定性、追従性、および操作力に影響をおよぼさない範囲で理想応答性を向上させるような設計条件を導く。このような設計条件は、潜水船に関する設計指針となりうるものである。

記号表と座標系の説明

(x, y, z) : 運動座標系, (x_0, y_0, z_0) : 静止座標系,
 (ϕ, θ, ψ) : オイラー角, s : ラプラス演算子, t : 時間,

* 電子技術総合研究所

** 東京工業大学

図を Fig. 2 に示す。

まず信号伝達線図を作成するにあたって、前報で導いた運動方程式をつぎのように変形した。ただし、座標中心は前報同様、 $C_y\dot{p}=C_y\dot{r}=C_l\dot{\beta}=C_n\dot{\beta}=0$ 、すなわち

$$m\ddot{x}_G + \bar{m}_y\ddot{x}_{vy} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{m}\ddot{z}_G + \bar{m}_y\ddot{z}_{vy} = 0 \quad (2)$$

を満足する点とした。

$$\begin{aligned} \ddot{u} = & C_X\ddot{u} + C_{Xa}\alpha + C_{X\theta}\dot{\Delta\theta} + C_{X\theta}\Delta\theta + C_X\bar{P}_x \cdot \bar{P}_x \\ & + C_{X\delta_1}\delta_1 + C_{X\delta_2}\delta_2 + C_{X\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{X\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \\ & + C_{X\dot{W}_{z0}}\Delta\dot{W}_{z0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha = & C_Z\ddot{u} + C_{Za}\alpha + C_{Z\theta}\dot{\Delta\theta} + C_{Z\theta}\Delta\theta + C_Z\bar{P}_\theta \cdot \bar{P}_\theta \\ & + C_{Z\delta_1}\delta_1 + C_{Z\delta_2}\delta_2 + C_{Z\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{Z\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \\ & + C_{Z\dot{W}_{z0}}\Delta\dot{W}_{z0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\theta} = & C_M\ddot{u} + C_{Ma}\alpha + C_{M\theta}\dot{\Delta\theta} + C_{M\theta}\Delta\theta + C_M\bar{P}_x \cdot \bar{P}_x \\ & + C_{M\delta_1}\delta_1 + C_{M\delta_2}\delta_2 + C_{M\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{M\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \\ & + C_{M\dot{W}_{z0}}\Delta\dot{W}_{z0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & C_Y\dot{\beta} + C_Y\dot{\phi} + C_Y\phi + C_Y\dot{\Delta\psi} + C_Y\Delta\psi + C_Y\delta_3 + C_Y\delta_4 \\ & + C_{Y\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{Y\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} C_X\ddot{u} & C_Xa & C_X\theta & C_X\theta \\ C_Z\ddot{u} & C_Za & C_Z\theta & C_Z\theta \\ C_M\ddot{u} & C_Ma & C_M\theta & C_M\theta \end{pmatrix} = S_1 \begin{pmatrix} C_X\ddot{u}/\bar{M}_x & 0 & 0 & C_X\theta/\bar{M}_x \\ 0 & C_Za/\bar{M}_z & C_Z\theta/\bar{M}_z & C_Z\theta/\bar{M}_z \\ C_m\ddot{u}/\bar{I}_m & C_ma/\bar{I}_m & C_m\theta/\bar{I}_m & C_m\theta/\bar{I}_m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_X\bar{P}_x & C_X\delta_1 & C_X\delta_2 \\ C_Z\bar{P}_x & C_Z\delta_1 & C_Z\delta_2 \\ C_M\bar{P}_x & C_M\delta_1 & C_M\delta_2 \end{pmatrix} = S_1 \begin{pmatrix} C_X\bar{P}_x/\bar{M}_x & 0 & 0 \\ 0 & C_Z\delta_1/\bar{M}_z & C_Z\delta_2/\bar{M}_z \\ C_m\bar{P}_x/\bar{I}_m & C_m\delta_1/\bar{I}_m & C_m\delta_2/\bar{I}_m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_X\ddot{u} & C_Xa & C_X\theta & C_X\theta \\ C_Z\ddot{u} & C_Za & C_Z\theta & C_Z\theta \\ C_M\ddot{u} & C_Ma & C_M\theta & C_M\theta \end{pmatrix} = S_1 \begin{pmatrix} C_X\ddot{u}/\bar{M}_x & C_Xa/\bar{M}_x & C_X\theta/\bar{M}_x & C_X\theta/\bar{M}_x \\ C_Z\ddot{u}/\bar{M}_z & C_Za/\bar{M}_z & C_Z\theta/\bar{M}_z & C_Z\theta/\bar{M}_z \\ C_m\ddot{u}/\bar{I}_m & C_ma/\bar{I}_m & C_m\theta/\bar{I}_m & C_m\theta/\bar{I}_m \end{pmatrix}$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 + (C_X\ddot{u}/\bar{M}_x\bar{I}_m)/\Delta_1 & (C_Xa/\bar{M}_x\bar{I}_m)/\Delta_1 & (C_X\theta/\bar{M}_x)/\Delta_1 \\ (C_Z\ddot{u}/\bar{M}_z\bar{I}_m)/\Delta_1 & 1 + (C_Za/\bar{M}_z\bar{I}_m)/\Delta_1 & (C_Z\theta/\bar{M}_z)/\Delta_1 \\ (C_m\ddot{u}/\bar{I}_m)/\Delta_1 & (C_ma/\bar{I}_m)/\Delta_1 & 1/\Delta_1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ただし、} \Delta_1 = 1 - (C_X\ddot{u}/\bar{M}_x\bar{I}_m) - (C_Z\ddot{u}/\bar{M}_z\bar{I}_m)$$

$$\begin{pmatrix} C_Y\dot{\beta} & C_Y\phi & C_Y\phi & C_Y\phi \\ C_L\dot{\beta} & C_L\phi & C_L\phi & C_L\phi \\ C_N\dot{\beta} & C_N\phi & C_N\phi & C_N\phi \end{pmatrix} = T_2 S_2 \begin{pmatrix} C_Y\dot{\beta}/\bar{I}_y & C_Y\phi/\bar{I}_y & C_Y\phi/\bar{I}_y & C_Y\phi/\bar{I}_y \\ C_L\dot{\beta}/\bar{I}_l & C_L\phi/\bar{I}_l & C_L\phi/\bar{I}_l & C_L\phi/\bar{I}_l \\ C_N\dot{\beta}/\bar{I}_n & C_N\phi/\bar{I}_n & C_N\phi/\bar{I}_n & C_N\phi/\bar{I}_n \end{pmatrix} T_3$$

$$\begin{pmatrix} C_Y\delta_3 & C_Y\delta_4 & C_Y\dot{W}_{x0} & C_Y\dot{W}_{y0} \\ C_L\delta_3 & C_L\delta_4 & C_L\dot{W}_{x0} & C_L\dot{W}_{y0} \\ C_N\delta_3 & C_N\delta_4 & C_N\dot{W}_{x0} & C_N\dot{W}_{y0} \end{pmatrix} = T_2 S_2 \begin{pmatrix} C_Y\delta_3/\bar{I}_y & C_Y\delta_4/\bar{I}_y & C_Y\dot{W}_{x0}/\bar{I}_y & C_Y\dot{W}_{y0}/\bar{I}_y \\ C_L\delta_3/\bar{I}_l & C_L\delta_4/\bar{I}_l & C_L\dot{W}_{x0}/\bar{I}_l & C_L\dot{W}_{y0}/\bar{I}_l \\ C_N\delta_3/\bar{I}_n & C_N\delta_4/\bar{I}_n & C_N\dot{W}_{x0}/\bar{I}_n & C_N\dot{W}_{y0}/\bar{I}_n \end{pmatrix}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan\theta_0 \\ 0 & 0 & 1/\cos\theta_0 \end{pmatrix} \quad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_0 \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\Delta_1' & (C_L\dot{\beta}/\bar{I}_l)/\Delta_1' \\ 0 & (C_N\dot{\beta}/\bar{I}_n)/\Delta_1' & 1/\Delta_1' \end{pmatrix}$$

$$\text{ただし、} \Delta_1' = 1 - (C_L\dot{\beta}/\bar{I}_l\bar{I}_n)$$

これら(4)式の関係式は運動特性と設計因子との関係を検討する場合に必要となってくる(4章参照)。なお、(4)式の S_1 、 S_2 、 T_1 、および T_2 の物理的意味について要約すると、まずマトリクス S_1 および S_2 は、運動方程式(付式(1))左辺の並進加速度ならびに角加速度項を消去するための操作に相当するものである。たとえば、

$$\begin{aligned} \dot{\phi} = & C_L\dot{\beta} + C_L\dot{\phi} + C_L\phi + C_L\dot{\Delta\psi} + C_L\Delta\psi + C_L\delta_3 + C_L\delta_4 \\ & + C_{L\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{L\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \\ \Delta\dot{\psi} = & C_N\dot{\beta} + C_N\dot{\phi} + C_N\phi + C_N\dot{\Delta\psi} + C_N\Delta\psi + C_N\delta_3 \\ & + C_{N\delta_4}\delta_4 + C_{N\dot{W}_{x0}}\Delta\dot{W}_{x0} + C_{N\dot{W}_{y0}}\Delta\dot{W}_{y0} \end{aligned} \quad (3)$$

上式のうち、はじめの3式は縦運動を表わし、あとの3式は横運動を表わす。これらの式を導びくにあたって、海洋流速は静止座標系 (x_0, y_0, z_0) (Fig. 1) において表現した。すなわち本来海洋流速は静止座標系で表現されるべきものであると考えたからである。したがって前報で導いた運動方程式は付式(1)のようになり、かつ運動係数と設計因子との関係を表わす式は付式(2)のようになった。以下の記述においては、付式(1)および(2)に記述された運動方程式ならびに運動係数に関する関係式を用いることとした。

これらの運動係数と(3)式の諸係数との間には、つぎのような関係があることは容易に求められる。

縦運動方程式の両辺にマトリクス S_1 を左側から乗ずれば、並進加速度項および角加速度項は消去できる。 S_2 は横運動方程式に対するもので同様な意味をもつ。並進加速度および角加速度項の諸係数がゼロになれば、いずれのマトリクスも単位化する。つぎに潜水船の運動制御は対地的な位置制御を基本とするので、姿報角はオイラー

角によって表わした。マトリクスおよび T_3 は運動座標系による角速度変数 (p, q, r) をオイラー角によって表現した結果得られる変換マトリクスで、いずれも定常ピッチ角 θ_0 がゼロの場合単位化する。

さて、信号伝達線図 (Fig. 2) から、以下の3点が読みとれる。ただし、説明上、以後 $\dot{u}, \ddot{u}$ などの運動を表わす変数を単に運動変数と呼称する。

(1) 信号伝達線図は運動変数および推進機力 P_x などの入力変数を表わす節 (図中の○印) と伝達要素すなわちトランスミッタンスを表わす有向分枝 (図中の→印) によって構成されている。よって有向分枝をたどって行けば、潜水船の運動が生ずるプロセスをあきらかにすることができる。たとえば運動変数 $\ddot{u}$ は、① $i \rightarrow \dot{u} \rightarrow \ddot{u}$ ② $i \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \ddot{u}$ ③ $i \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \Delta \dot{\theta} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \ddot{u}$ ④ $i \rightarrow \Delta \dot{\theta} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \ddot{u}$ ⑤ $i \rightarrow \Delta \dot{\theta} \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \ddot{u}$ の5つの伝達経路をへて変化することがわかる。それぞれの作用の大きさは有向分枝によって示された伝達経路上のトランスミッタンスの積で表わされ、それぞれ $C_{ix}i$, $(C_{X\alpha}/s)C_{ix} \cdot i$, $(C_{X\dot{\theta}}/s + C_{X\theta}/s^2)$

$\times (C_{M\alpha}/s)C_{ix} \cdot i$, $(C_{X\dot{\theta}}/s + C_{X\theta}/s^2)C_{im} \cdot i$, および $(C_{X\dot{\alpha}}/s)(C_{Z\dot{\theta}}/s + C_{Z\theta}/s^2)C_{im} \cdot i$ である。ただし、 i および C_{ix} は記述を簡単にするために図中のようにベクトル表示したもので、たとえば $C_{ix} \cdot i$ は $C_X \bar{p}_x \bar{P}_x + C_{X\delta_1} \delta_1 + C_{X\delta_2} \delta_2 + C_{X\dot{w}_{z0}} \Delta \dot{W}_{z0} + C_{X\dot{w}_{y0}} \Delta \dot{W}_{y0} + C_{X\dot{w}_{z0}} \Delta \dot{W}_{z0}$ を表わす。

(2) 入力変数と運動変数および運動変数間の相互関係は、伝達経路のトランスミッタンスで決まる因果関係として把握できる。しかもトランスミッタンスは設計因子と関連づけられた (3) 式の諸係数とラプラス演算子との組み合わせによって表わされているので、設計による潜水船の運動への影響が比較的簡単に検討される。

(3) 海洋流速による外乱の作用を除けば、縦運動と横運動は分離して考えることができる。また横運動と縦運動が同一のグラフ構造をもつことから両方の運動は類似した様相をもつことが分かる。

2.2 入出力応答関係式

信号伝達線図 (Fig. 2) にグラフ理論³⁾を適用することによってつぎの入出力応答関係式が求まった。

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \sum_{j=1}^5 P_{jx} \Delta_{jx} / \Delta = P_{1x}(1-L_2-L_3-L_7+L_2L_3) / \Delta + P_{2x}(1-L_3) / \Delta + P_{3x} / \Delta + P_{4x}(1-L_2) / \Delta + P_{5x} / \Delta \\ \alpha &= \sum_{j=1}^5 P_{jz} \Delta_{jz} / \Delta = P_{1z}(1-L_3) / \Delta + P_{2z} / \Delta + P_{3z}(1-L_1-L_3-L_8+L_1L_3) / \Delta + P_{4z}(1-L_1) / \Delta + P_{5z} / \Delta \\ \Delta \dot{\theta} &= \sum_{j=1}^5 P_{jm} \Delta_{jm} / \Delta = P_{1m}(1-L_2) / \Delta + P_{2m} / \Delta + P_{3m}(1-L_1) / \Delta + P_{4m} / \Delta + P_{5m}(1-L_1-L_2-L_6+L_1L_2) / \Delta \\ \beta &= \sum_{j=1}^5 P_{jy} \Delta_{jy} / \Delta' = P_{1y}(1-L_2'-L_3'-L_7'+L_2'L_3') / \Delta' + P_{2y}(1-L_3') / \Delta' + P_{3y} / \Delta' + P_{4y}(1-L_2') / \Delta' + P_{5y} / \Delta' \\ \phi &= \sum_{j=1}^5 P_{ji} \Delta_{ji} / \Delta' = P_{1i}(1-L_3') / \Delta' + P_{2i} / \Delta' + P_{3i}(1-L_1'-L_3'-L_8'+L_1'L_3') / \Delta' + P_{4i}(1-L_1') / \Delta' + P_{5i} / \Delta' \\ \Delta \phi &= \sum_{j=1}^5 P_{jn} \Delta_{jn} / \Delta' = P_{1n}(1-L_2') / \Delta' + P_{2n} / \Delta' + P_{3n}(1-L_1') / \Delta' + P_{4n} / \Delta' + P_{5n}(1-L_1'-L_2'-L_6'+L_1'L_2') / \Delta' \end{aligned} \quad (5)$$

ただし

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8) + (L_1L_2 + L_1L_3 + L_2L_3 + L_1L_7 + L_2L_5 + L_3L_6) - LL_2L_3 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} L_1 &= C_X \ddot{u} / s \\ L_2 &= C_Z \ddot{\alpha} / s \\ L_3 &= C_M \dot{\theta} / s + C_{M\theta} / s^2 \\ L_4 &= (C_Z \ddot{u} / s)(C_{M\alpha} / s)(C_{X\dot{\theta}} / s + C_{X\theta} / s^2) \\ L_5 &= (C_Z \dot{\theta} / s + C_{Z\theta} / s^2)(C_{X\alpha} / s)(C_M \ddot{u} / s) \\ L_6 &= (C_{X\alpha} / s)(C_Z \ddot{u} / s) \\ L_7 &= (C_Z \dot{\theta} / s + C_{Z\theta} / s^2)(C_{M\alpha} / s) \\ L_8 &= (C_{X\dot{\theta}} / s + C_{X\theta} / s^2)(C_M \ddot{u} / s) \\ P_{1x} &= (1/s)C_{ix} \\ P_{2x} &= (1/s)(C_{X\alpha} / s)C_{ix} \\ P_{3x} &= (1/s)(C_{M\alpha} / s)(C_{X\dot{\theta}} / s + C_{X\theta} / s^2)C_{ix} \\ P_{4x} &= (1/s)(C_{X\dot{\theta}} / s + C_{X\theta} / s^2)C_{im} \\ P_{5x} &= (1/s)(C_{X\alpha} / s)(C_Z \dot{\theta} / s + C_{Z\theta} / s^2)C_{im} \\ P_{1z} &= (1/s)(C_Z \ddot{u} / s)C_{ix} \\ P_{2z} &= (1/s)(C_M \ddot{u} / s)(C_Z \dot{\theta} / s + C_{Z\theta} / s^2)C_{ix} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P_{3z} &= (1/s)C_{iz} \\ P_{4z} &= (1/s)(C_Z \dot{\theta} / s + C_{Z\theta} / s^2)C_{im} \\ P_{5z} &= (1/s)(C_Z \ddot{u} / s)(C_{X\dot{\theta}} / s + C_{X\theta} / s^2)C_{im} \\ P_{1m} &= (1/s^2)(C_M \ddot{u} / s)C_{ix} \\ P_{2m} &= (1/s^2)(C_Z \ddot{u} / s)(C_{M\alpha} / s)C_{ix} \\ P_{3m} &= (1/s^2)(C_{M\alpha} / s)C_{iz} \\ P_{4m} &= (1/s^2)(C_{X\alpha} / s)(C_M \ddot{u} / s)C_{iz} \\ P_{5m} &= (1/s^2)C_{im} \\ \Delta' &= 1 - (L_1' + L_2' + L_3' + L_4' + L_5' + L_6' + L_7' + L_8') \\ &\quad + (L_1'L_2' + L_1L_3' + L_2L_3' + L_1L_7' + L_2L_5' + L_3L_6') \\ &\quad + (L_3'L_6') - L_1'L_2'L_2' \\ L_1' &= C_Y \ddot{\beta} / s \\ L_2' &= (C_L \dot{\phi} / s + C_{L\phi} / s^2) \\ L_3' &= C_N \dot{\phi} / s \\ L_4' &= (C_L \dot{\phi} / s)(C_N \dot{\phi} / s + C_{N\phi} / s^2)(C_Y \dot{\phi} / s) \end{aligned} \quad (8)$$

$$(9)$$

$$\begin{aligned}
L_5' &= (C_{L\dot{\phi}}/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s^2 + C_{Y\phi}/s^2)(C_{N\dot{\beta}}/s) \\
L_6' &= (C_{Y\dot{\phi}}/s + C_{Y\phi}/s)(C_{L\dot{\beta}}/s) \\
L_7' &= C_{L\dot{\phi}}/s)(C_{N\dot{\phi}}/s + C_{N\phi}/s^2) \\
L_8' &= (C_{Y\dot{\phi}}/s)(C_{N\dot{\beta}}/s) \\
P_{1y} &= (1/s)C_{iy} \\
P_{2y} &= (1/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s + C_{Y\phi}/s^2)C_{il} \\
P_{3y} &= (1/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s)(C_{N\dot{\phi}}/s + C_{N\phi}/s^2)C_{il} \\
R_{4y} &= (1/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s)C_{in} \\
P_{5y} &= (1/s)(C_{L\dot{\phi}}/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s + C_{Y\phi}/s^2)C_{in} \\
P_{1il} &= (1/s^2)(C_{L\dot{\beta}}/s)C_{iy} \\
P_{2il} &= (1/s^2)(C_{L\dot{\phi}}/s)(C_{N\dot{\beta}}/s)C_{iy} \\
P_{3il} &= (1/s^2)C_{il} \\
P_{4il} &= (1/s^2)(C_{L\dot{\phi}}/s)C_{in} \\
P_{5il} &= (1/s^2)(C_{Y\dot{\phi}}/s)(C_{L\dot{\beta}}/s)C_{in} \\
P_{1in} &= (1/s^2)(C_{N\dot{\beta}}/s)C_{iy} \\
P_{2in} &= (1/s^2)(C_{L\dot{\beta}}/s)(C_{N\dot{\phi}}/s + C_{N\phi}/s^2)C_{iy} \\
P_{3in} &= (1/s^2)(C_{N\dot{\phi}}/s + C_{N\phi}/s^2)C_{il} \\
P_{4in} &= (1/s^2)(C_{N\dot{\beta}}/s)(C_{Y\dot{\phi}}/s + C_{Y\phi}/s^2)C_{il} \\
P_{5in} &= (1/s^2)C_{in}
\end{aligned} \tag{10}$$

上記(5)式の入出力応答関係式の意味するところを(6)～(11)式を用いて考察するとつぎのようになっている。

すなわち、入出力応答関係式の右辺の各項は左辺の運動変数へ至る異なる伝達経路に対応している。運動変数 $\bar{u}$ を例にとると、伝達経路 ① $i \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \bar{u}$ ② $i \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \bar{u}$ ③ $i \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \Delta \ddot{\theta} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \bar{u}$ ④ $i \rightarrow \Delta \ddot{\theta} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \bar{u}$ ⑤ $i \rightarrow \Delta \ddot{\theta} \rightarrow \dot{\alpha} \rightarrow \ddot{u} \rightarrow \bar{u}$ に対応した作用を表わす。これらの伝達経路は前節で述べた例と同じである。

なお、次章以降の説明において、自己ループトランスミッタンスと相互ループトランスミッタンスを区別して用いている。(7)および(10)式では $L_1 \sim L_3$ ならびに $L_1' \sim L_3'$ は前者に、 $L_4 \sim L_8$ および $L_4' \sim L_8'$ は後者に属している。また Δ および Δ' はグラフ行列式、 Δ_{jx} ($j=1, 2, \dots, 5$) などは経路因子と呼ばれるもので、いずれも上式のようにループトランスミッタンスによって表わされる。

3 理想応答性の提起

洋上船の操縦性はおもに安定性、追従性、および旋回力に分けて検討されている⁴⁾。よって制御対象である潜水船の運動特性もまずこれら3つの特性にもとづいて議論されることが必要であらう。以下では前章において導いた入出力応答関係式をもとに、これらの特性を支配する関係式について述べる。ついで運動制御の観点から多変数系である潜水船の運動について検討する場合、上記の3つの特性に加えて異なる運動間の相互作用、たとえば運動変数 $\bar{u}$ によって表わされる Surging 運動と α による Heaving 運動との相互作用、ならびに海洋流速に

よる外乱の作用の大小を問題とする特性の考慮が必要なことについて述べる。筆者らは、このような特性を理想応答性と呼称し、この特性向上のための条件式を示す。

安定性はおもに固有運動の ①減衰性の有無、②周期性、③収れんの速さ、などを問題とする。周知のように安定性は入出力応答関係式の分母で表わせる特性方程式の根すなわち固有値によって決まる。したがって潜水船の場合、縦運動の安定性はグラフ行列式 Δ によって、横運動の安定性はグラフ行列式 Δ' によって決まること分かる。

追従性および操作力はそれぞれ、入出力応答のすみやかさならびに大きさを問題とする。換言すれば入出力応答の時定数とゲインである。操作力は運動制御の観点から旋回力に推進機による並進力を加えて総称したものである。追従性は入出力応答関係式のゼロ点および固有値により、一方操作力は入出力応答関係式の定常値によって決まる。したがって潜水船の場合、多変数系であるので追従性および操作力を決定する関係式は便宜上、入出力マトリクスで表示できる。たとえば推進機 P_x による操作力と x 軸方向の並進速度を表わす運動変数 $\bar{u}$ との入出力応答関係式の項 $\bar{u} = P_{1x} \Delta_{1x} / \Delta$ ((5)式参照)について検討すると、追従性は経路因子 Δ_{1x} から求められるゼロ値とグラフ行列式 Δ から求められる固有値によって決まる。また操作力は上式のラプラス演算子 s をゼロにおいた値すなわち $C_X \bar{P}_x / C_X \bar{u}$ によって決まる。

以上のように、潜水船の運動特性を上述の3特性で議論しても充分でない。なぜならば異なる運動変数間の相互作用についてはまったく問題化しておらず、かつ海洋流速による外乱については何も述べていないからである。そこで、このような検討の結果、安定性、追従性、および操作力とは別の理想応答性という新しい概念を導入し、その意味するところは、第一に異なる運動変数間の相互作用の除去、第二に外乱に対する低ゲインとした。すなわち、最良な理想応答性をもつ潜水船は、①入出力マトリクスは対角化され、②海洋流速による外乱の作用を感じない、このような特性をもつものである。したがって理想応答性の向上内容はつぎの関係式によって表わされる。

$$\begin{aligned}
L_4, L_5, L_6, L_7, L_8 &\rightarrow 0 \\
C_{X\alpha}, C_{X\dot{\theta}}, C_{X\ddot{\theta}}, C_{Z\ddot{\theta}}, C_{Z\dot{\phi}}, C_{M\ddot{u}}, C_{M\alpha} &\rightarrow 0 \\
C_{X\delta_1}, C_{X\delta_2}, C_{X\bar{P}_x}, C_{M\bar{P}_x} &\rightarrow 0 \\
C_{X\ddot{w}_0}, C_{X\ddot{w}_y}, C_{X\ddot{w}_z}, C_{Y\ddot{w}_0}, C_{Y\ddot{w}_y}, C_{Y\ddot{w}_z}, \\
C_{M\ddot{w}_0}, C_{M\ddot{w}_y}, C_{M\ddot{w}_z} &\rightarrow 0 \\
L_4', L_5', L_6', L_7', L_8' &\rightarrow 0 \\
C_{Y\dot{\phi}}, C_{Y\phi}, C_{Y\dot{\beta}}, C_{L\dot{\beta}}, C_{L\phi}, C_{N\dot{\beta}}, C_{N\phi}, C_{N\dot{\phi}} &\rightarrow 0 \\
C_{Y\ddot{w}_0}, C_{Y\ddot{w}_y}, C_{L\ddot{w}_0}, C_{L\ddot{w}_y}, C_{N\ddot{w}_0}, C_{N\ddot{w}_y} &\rightarrow 0
\end{aligned} \tag{12}$$

Table 1 Condition for improvement of Idealized Controllability
(想定している潜水船の制御操作は尾翼についた4つの舵と1つの推進機で行なう。(前報¹⁾参照)).

	条件番号	理想応答性向上を要する条件			理想応答性向上内容		
		設計条件			定常ピッチ角条件		
		その1	その2	その3			
縦運動部分	①	$\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_z\bar{x}_{vz} = 0$ $\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} = 0$			$L_4 = 0$ $L_5 = 0$ $L_6 = 0$	$C_{4x} = C_{2z} = 0$ $C_{2\bar{p}_x} = C_{xS1}$ $C_{x\bar{q}} + C_{w\bar{q}} = 0$	$C_{y\bar{q}} = C_{w\bar{q}} = 0$ $C_{x\bar{q}} + C_{w\bar{q}} = 0$
	②	"	$\bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{z\bar{v}_z} = 0$		$L_7 = 0$	$C_{11\bar{x}} = 0$	$C_{m\alpha} = 0$
	③	"	$\bar{m}_x + \bar{m}_z + \bar{m}_{x\bar{v}_x} = 0$			$C_{z\delta} = 0$	$C_{z\bar{q}} = 0$
	④	"	$\bar{B} - \bar{G} = 0$			$C_{y\bar{p}} + C_{2\bar{p}} = 0$	$C_{x\bar{p}} + C_{2\bar{p}} = 0$
	⑤	"	$\bar{z}_G = 0$		$L_8 = 0$	$C_{11\bar{x}} = 0$	$C_{m\bar{u}} = 0$
	⑥	"	$\bar{z}_p = 0$			$C_{11\bar{x}} = 0$	$C_{m\bar{p}_x} = 0$
	⑦	"	$\bar{z}_q = 0$	$\bar{x}_q = 0$		$C_{11\bar{x}} = C_{11\bar{y}} = C_{11\bar{z}} = C_{11\bar{v}_x} = C_{11\bar{v}_y} = C_{11\bar{v}_z} = 0$ $C_{11\bar{w}_x} = C_{11\bar{w}_y} = C_{11\bar{w}_z} = 0$	
横運動部分	⑧	$\bar{I}_{xx} = 0$					$C_{y\bar{q}} + C_{w\bar{q}} = 0$
	⑨	"	$\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{y\bar{v}_y} = 0$		$L'_5 = 0$ $L'_6 = 0$	$C_{11\bar{y}} = 0$	$C_{n\bar{p}} = 0$
	⑩	"	"	$\bar{z}_{vz} = 0$	$L'_4 = 0$ $L'_6 = 0$	$C_{11\bar{p}} = 0$	$C_{3\bar{p}} = C_{n\bar{p}} = 0$
	⑪	"	$\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{x\bar{v}_x} = 0$	$\bar{z}_{vx} = 0$		$C_{y\bar{q}} = 0$	$C_{3\bar{p}} + C_{3\bar{r}} = 0$
	⑫	"	$\bar{B} - \bar{G} = 0$			$C_{y\bar{q}} = 0$	$C_{3\bar{q}} = 0$
	⑬	"	$\bar{B} - \bar{G} = 0$	$\bar{x}_q = \bar{x}_G$		$C_{n\bar{q}} = 0$	$C_{n\bar{q}} = 0$
	⑭	"	$\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} + \bar{m}_{y\bar{v}_y}\bar{z}_{vx} = 0$		$L'_5 = 0$ $L'_7 = 0$	$C_{11\bar{y}} = 0$	$C_{d\bar{r}} = 0$
	⑮	"	$\bar{m}_y\bar{z}_{vy} - \bar{m}_z\bar{z}_{vx} + \bar{m}_{y\bar{v}_y}\bar{z}_{vx} = 0$			$C_{n\bar{q}} = 0$	$C_{n\bar{p}} = 0$
	⑯	"	$\bar{z}_{vz} = 0$			$C_{y\bar{q}} = 0$	$C_{3\bar{p}} = 0$
	⑰	"	$\bar{z}_q = 0$				$C_{3\bar{z}} + C_{3\bar{v}_z} = 0$
	⑱	"	$\bar{x}_q = 0$				$C_{11\bar{w}_x} + C_{11\bar{w}_y} = 0$

4 理想応答性向上条件に関する検討

本章では前述の理想応答性に関する議論のもとに、理想応答性向上のための設計に関する検討を行う。この結果、あとで示すように軸対称な船体形状を設計検討の出発点とすることが、すぐれた理想応答性をもつ潜水船を得るにあたって妥当な方針であることが判明する。

前章で述べた理想応答性向上のための関係式 (12) 式が極限すなわちゼロを考察してみる。筆者らが想定している潜水船を前提として理想応答性向上条件についてまとめた結果を Table 1 に示す。まとめるにあたって、前述のように縦運動と横運動が分離して考えられることから、それぞれ分けて表現した。Table 1 において理想応答性向上条件はいくつかの設計条件と定常ピッチ角条件によって示される。これらの条件によってゼロとなるループトランスミッタンス、トランスミッタンス係数、および運動係数は Table 1 の右側に示されている。たとえば②の理想応答性向上条件を成立させるような設計によって、4つのループトランスミッタンス (i. e. $L_4 \sim L_7$)

と7つのトランスミッタンス係数 (i. e. $C_{4x}, C_{X\delta}, C_{Z\bar{u}}, C_{Z\bar{v}_x}, C_{X\delta_1}, C_{X\delta_2}, C_{M\alpha}$) がゼロになることを表わしている。すなわち設計条件(その1)に含まれる2つの条件 (i. e. $\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_z\bar{x}_{vz} = 0, \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} = 0$) と (その2) に含まれる1つの条件 (i. e. $\bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{z\bar{v}_z} = 0$) によっていることを表わしている。

②の理想応答性向上条件にもとづいた設計について検討するとつぎのようになる。

(1) 設計条件(その1)は軸対称軸上に重心をもつ軸対称潜水船において満足される。軸対称性によって y および z 軸方向の付加質量、ならびに付加質量中心の x 座標が同一であること (i. e. $m_y = m_z, x_{vy} = x_{vz}$) ならびに x および y 軸方向の付加質量中心が軸対称軸にあること (i. e. $z_{vx} = z_{vy} = z_G$) によってあきらかに $\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_z\bar{x}_{vz} = \bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{vy} = 0, \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} = \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_y\bar{z}_{vy} = 0$ であるからである。上式のゼロは座標中心の決定条件によって、((1) および (2) 式)

(2) 潜水船は Rolling 運動および Pitching 運動に関して、復元性を有することが要求される。軸対称軸上に重心がある場合は $BG = 0$ となり、正の安定性をもたない。すくなく

とも正の安定性をもたせるためには $BG > 0$ 、すなわち重心を対称軸よりも下に位置させることが必要である。

(3) 船体形状が軸対称である場合、 $BG > 0$ ならば、軸対称軸にある x および z 軸方向の付加質量中心と重心の z 座標は異なり、 x 軸方向の付加質量 m_x と y 軸方向の付加質量 m_y が等しくない限り $\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_z\bar{z}_{vx} \neq \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_y\bar{z}_{vy} = 0$ となる。(i. e. $\bar{z}_{vx} = \bar{z}_{vy}$, $\bar{m}_x \neq \bar{m}_y$ より $\bar{m}_x\bar{z}_{vx} - \bar{m}_y\bar{z}_{vy} \neq 0$)。一般に x 軸方向の付加質量 m_x は質量 m , y および z 軸方向の付加質量 m_y, m_z に対して 10 分の1以下なので説明上無視すると設計条件(その1)は $\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{vy} = 0, \bar{m}\bar{z}_G = 0$ となる。したがって(2)で述べた安定性をもたせるとともにこれらの条件を満たすためには、軸対称形状によって成立する前者の設計条件 $\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_z\bar{x}_{vz} = \bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{vy} = 0$ を前提に、座標中心を重心と一致させることが必要である。このような設計は具体的に、①胴体の底面に下ひれをつけること、②下の尾翼を上尾翼よりも大きくすることを意味する。前者の場合、 BG の2倍程度の下ひれが胴体底面全体にわたって要求される。後者の場合は尾翼幅によ

て異なるので一概に言えない。あきらかに BG が小さければ小さい程、軸対称形状からの変形の度合は小さくてすむ。

(4) 設計条件(その2)は迎角に対するピッチングモーメントの運動係数 $C_{m\alpha}$ をゼロとするようなものである。 $C_{m\alpha}$ は航空機における縦の安定性を支配するものであるが、潜水船の場合、航空機と違って BG による復元モーメントが働くので、たとえ $C_{m\alpha} > 0$ であってもピッチング運動は正の安定性をもちうる。よって設計条件 $\bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0$ は無理な設計条件ではない。

(5) 設計条件 $\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0$ は $\bar{m}_{zb}\bar{x}_b = -(\bar{m}_y - \bar{m}_x)$ より、潜水船の不安定モーメントを打消するような尾翼の設計を要求する。 $\bar{m}_{zb}$ が尾翼幅の2乗に比例することから $\bar{x}_b$ は細長比および尾翼の取付位置によって支配されることからあきらかである。前報で述べた潜水船モデルにおいては胴体径の1.4倍程度の尾翼幅が相当する。ただし、細長比4~7、尾翼については縦横比1、先細比0.5である。細長比5の場合について行った実験から判断すると、1.5倍程度の尾翼幅が要求される。

以上は②の理想応答性向上条件に関する検討について述べたものであるが、他についても前報の結果を使用することによって同様に議論できる。

Table 1 をもとに検討した結果をつぎに示す。

(a) 対称軸上に重心のある4枚の尾翼の等しい軸対称形上潜水船によって、9つの理想応答性向上条件を成立する。条件番号で示すと①, ⑤, ⑥, ⑧, ⑭, ⑮, ⑯である。これらの設計条件は、たとえ重心が対称軸上になくとも、通常の潜水船程度の BG ならば、前述のように上下の尾翼の大きさなどを変化させること、潜水船に装備される計測器によって抵抗の着力点を変えること、および推進機の取付位置を考慮することなどによって成立させうると考えられる。

(b) 浮力 B と重力 G を釣り合わせると、④および⑩の条件が成立する。さらに重心と浮心の x 座標を同一にすることによって条件⑩が成立する。このような設計は、実際において可能である。

(c) 上記以外の条件の中で示されるおもな設計条件は、(i) $\bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0$ (ii) $\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0$ (iii) $\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b = 0$ (iv) $\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b = 0$ の4つである。はじめの2つは縦運動に関するもので、あとの2つは横運動に関するものである。いずれも、前述の②の理想応答性向上条件を成立させる設計についての検討から明らかなように、とくに尾翼の大きさを限定する条件である。上述の(i)と(ii)について検討すると、前述のように $\bar{m}_z < 0.1\bar{m}$, $\bar{m}_x < 0.1\bar{m}_z$ および尾翼の存在によって $\bar{m}_z > \bar{m}$, よって $\bar{m}_z - \bar{m}_x > \bar{m} + \bar{m}_x$ といえる。したがって、(i)および(ii)の設計条件は同時

成立しないことならびに(i)を前提とした $|\bar{m}_{zb}| (= \bar{m}_z - \bar{m}_x)$ は(ii)を前提とした $|\bar{m}_{zb}| (= \bar{m} + \bar{m}_x)$ よりも大きいことが分かる。この結果は設計条件(i)を成立させるような設計の方がより大きな尾翼を要求することを意味している。横運動に関する設計条件⑨, ⑩および⑪についても同様である。船体形状が軸対称に近い場合は、 $\bar{m}_y \doteq \bar{m}_z$, $\bar{m}_{yb} \doteq \bar{m}_{zb}$ と考えられるので、(i)と(iii)および(ii)と(iv)はほぼ同時成立するといえる。

(d) ループトランスミッタンス L_7' をゼロとする⑭の理想応答性向上条件は定常ピッチ角条件 $\theta_0 = 0$ を必要とする唯一のものである。あきらかにこの条件は設計などの人為的な設計操作によって成立しないものである。この理由は設計条件(その1)が成立する場合を想定すれば簡単にわかる。すなわち、(4)式よりトランスミッタンス係数 $C_{L\phi}$ は

$$C_{L\phi} = (C_{I\bar{\tau}}/\bar{I}_I) \cos \theta_0 - \{(C_{I\bar{\tau}}/\bar{I}_I) - (C_{n\bar{\tau}}/\bar{I}_n)\} \sin \theta_0 - (C_{n\bar{\tau}}/\bar{I}_n) \sin \theta_0 \tan \theta_0$$

となり、このうち Rolling 運動の Damping 係数 $(C_{I\bar{\tau}}/\bar{I}_I)$ が決してゼロにならないからである。

(e) L_7' 以外のループトランスミッタンスはゼロにできるものと考えられる。しかし、 $L_7' = (C_{L\phi}/s) (C_{N\phi}/s + C_{N\phi}/s^2)$ より、たとえ⑮の条件が成立しないとしても、 $C_{N\phi} = C_{N\phi} = 0$ のような設計によってゼロとすることができる。このうち⑭の条件によって $C_{N\phi} = 0$ が成立する。また、 $\bar{z}_{vyb} = 0$ および $\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} = 0$ になるような設計を行えば、⑯の条件は、

$$\bar{m}_y\bar{x}_{vy} - \bar{m}_x\bar{z}_{vx} + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b\bar{z}_{vyb} = \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_y\bar{z}_{vy} = 0$$

により成立する。上式の右側の式は(2)式を表わす。したがってすべての相互ループトランスミッタンスはゼロにすることができると考えられる。

(f) 入力トランスミッタンス係数のうち、操作入力に関する4つ(i.e. $C_{X\delta_1}$, $C_{X\delta_2}$, C_{Zp} , C_{Mp})のものは①の条件を満たすような設計によってゼロにすることができる。一方、海洋流速による外乱入力に対するものは一般にゼロとすることはできない。すなわち、重心よりも付加質量中心は尾翼の存在によって後方に位置し $x_G \neq 0$ と考えられ、かつあきらかに $\bar{m} \neq 0$ であるからである(付式(2)および(4)式参照)。

以上の議論をもとに理想応答性向上のための設計条件は大きく分けると

(A) 対称軸上に重心をもつ軸対称潜水船によって成立するもの。 $BG \neq 0$ の場合は多少の形状修正が必要である。

(B) 重力と浮力および重心と浮心の x 座標を等しくすること(i.e. $G = B$, $x_G = x_B$) によって成立するもの。

(C) とくに尾翼の大きさを限定する4つの条件

$$\because \bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0, \quad \bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b = 0,$$

$$\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b = 0, \quad \bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b = 0$$

となる。このうち、はじめの2つは他の運動特性、すなわち安定性、追従性、および操作用力に対し顕著な影響をおよぼすとは思われない。その理由を以下に述べる。

$$\begin{aligned} \bar{u}(s) &= \bar{P}_x / (s - \lambda_1) \\ \alpha(s) &= (s - \bar{\lambda}_3)(s - \bar{\lambda}_4)(C_{Z\delta_1}\delta_1 + C_{Z\delta_2}\delta_2) / (s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) \\ &\quad + sC_{Z\dot{\theta}}(C_{M\delta_1}\delta_1 + C_{M\delta_2}\delta_2) / (s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) \\ \Delta\theta(s) &= (s - \bar{\lambda}_2)(C_{M\delta_1}\delta_1 + C_{M\delta_2}\delta_2) / (s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) \\ &\quad + C_{M\alpha}(C_{Z\delta_1}\delta_1 + C_{Z\delta_2}\delta_2) / (s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) \\ \phi(s) &= (C_{L\delta_3}\delta_3 + C_{L\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_5)(s - \lambda_6) \\ &\quad + C_{L\beta}[s - \{\bar{\lambda}_3 - (C_{L\phi}C_{N\beta}/C_{L\phi})\}](C_{Y\delta_3}\delta_3 + C_{Y\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_5)(s - \lambda_6)(s - \lambda_7)(s - \lambda_8) \\ &\quad + C_{L\dot{\phi}}[s - \{C_{Y\phi}C_{L\beta}/C_{L\phi}\}](C_{N\delta_3}\delta_3 + C_{N\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_5)(s - \lambda_6)(s - \lambda_7)(s - \lambda_8) \\ \beta(s) &= (s - \bar{\lambda}_8)(C_{Y\delta_3}\delta_3 + C_{Y\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_7)(s - \lambda_8) + C_{Y\phi}(C_{N\delta_3}\delta_3 + C_{N\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_7)(s - \lambda_8) \\ \Delta\psi(s) &= (s - \bar{\lambda}_7)(C_{N\delta_3}\delta_3 + C_{N\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_7)(s - \lambda_8) + C_{N\beta}(C_{Y\delta_3}\delta_3 + C_{Y\delta_4}\delta_4) / (s - \lambda_7)(s - \lambda_8) \end{aligned} \quad (13)$$

ただし

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= C_X\bar{u}, \quad \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 : (\lambda - C_{Z\alpha})(\lambda^2 - C_{M\dot{\theta}}\lambda - C_{M\theta}) \\ &\quad - C_{M\alpha}C_{Z\dot{\theta}} = 0 \text{ の根} \\ \bar{\lambda}_1 &= C_X\bar{u}, \quad \bar{\lambda}_2 = C_{Z\alpha}, \quad \bar{\lambda}_3, \bar{\lambda}_4 : \lambda^2 - C_{M\dot{\theta}}\lambda - C_{M\theta} = 0 \text{ の根} \\ \lambda_5, \lambda_6 &: \lambda^2 - C_{L\dot{\phi}}\lambda - C_{L\phi} = 0 \text{ の根} \\ \lambda_7, \lambda_8 &: (\lambda - C_{Y\beta})(\lambda - C_{N\beta}) - C_{N\beta}C_{Y\phi} = 0 \text{ の根} \\ \bar{\lambda}_5, \bar{\lambda}_6 &: \bar{\lambda}^2 - C_{L\dot{\phi}}\bar{\lambda} - C_{L\phi} = 0, \quad \bar{\lambda}_7 = C_{Y\beta}, \quad \bar{\lambda}_8 = C_{N\beta} \end{aligned} \quad (14)$$

上式のうち、 $\lambda_1 \sim \lambda_8$ は特性方程式の根すなわち固有値、 $\bar{\lambda}_1 \sim \bar{\lambda}_8$ は入出力応答関係式のゼロ値を表わしている。相互ループトランスミッタンス $L_7 (= C_{M\alpha}C_{Z\dot{\theta}}/s^2)$ および $L_8' (= C_{N\beta}C_{Y\phi}/s^2)$ がゼロの場合に、 $\lambda_i = \bar{\lambda}_i$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) となるような添字をつけている。それ以外のループトランスミッタンスは前提条件よりゼロである。

上記の固有値ならびにゼロ値はあきらかに潜水船の安定性および追従性を支配するものである。またこれらの固有値ならびにゼロ値に大きく影響するトランスミッタンス係数は ① $C_X\bar{u} = 2C_R/(\bar{m} + \bar{m}_x)$ ② $C_{Z\alpha} = -\bar{m}_{zb}/(\bar{m} + \bar{m}_z)$ ③ $C_{M\dot{\theta}} = -\bar{m}_{zb}\bar{x}_b^2/\bar{I}_m$ ④ $C_{M\theta} = -\bar{B}\bar{G} \cdot \bar{G} \cos \theta_0/\bar{I}_m$ ⑤ $C_{Z\dot{\theta}} = (\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b)/(\bar{m} + \bar{m}_z)$ ⑥ $C_{M\alpha} = (\bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b)/\bar{I}_m$ ⑦ $C_{Y\beta} = -\bar{m}_{yb}/(\bar{m} + \bar{m}_y)$ ⑧ $C_{L\dot{\phi}} = -\bar{J}_{xb}/\bar{I}_L$ ⑨ $C_{L\phi} = -\bar{B}\bar{G} \cdot \bar{G} \cos \theta_0/\bar{I}_L$ ⑩ $C_{N\beta} = -\bar{m}_{yb}\bar{x}_b^2/\bar{I}_n$ ⑪ $C_{Y\phi} = -(\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b) \cos \theta_0/(\bar{m} + \bar{m}_y)$ ⑫ $C_{N\beta} = -(\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b)/\bar{I}_n$ の12個である。これらの値は前報で述べたように設計因子 ①胴体の細長比 ②胴体の投影形状 ③尾翼幅 ④尾翼の縦横比 ⑤尾翼の先細比 ⑥尾翼の取付位置 ⑦BG すなわち質量分布によって支配される。ただし、前報で形状決定因子とした尾翼の形状は④と⑤との2つによって表わせられることから、本報では上述のような表現をした。

以上より、前提とする設計条件がおよぼす安定性および追従性におよぼす影響について、検討した結果をつぎに示す。

(A) および (B) の設計条件を前提とすると入出力応答関係式はつぎのように簡素化される。ただし、海洋流速による外乱項は以下の議論に直接関係しないことから無視した。

(1) 安定性および追従性は入出力応答関係式のゼロ点の値および固有値の大きさによって支配される。すなわち上記の12個のトランスミッタンス係数の値いかににかかわる。よって軸対称な形状に多少の修正を加えるような設計を前提としたとしても、尾翼幅や細長比の大きさには何ら制限を加えるものではなく前述の12個のトランスミッタンス係数の値は設計によって自由に変えられる。ゆえにゼロ点および固有値も同様であることから、一応任意の安定性ならびに追従性をもたせることが可能である。

(2) 潜水船ならびに潜水艦などの海中航走体の重力と浮力は、本来はほぼ等しいと考えることができる⁵⁾。よって重力と浮力が等しくないとしても、その差が安定性および追従性に顕著な影響を与えないと思われない。なぜならば、安定性および追従性への影響は2つのトランスミッタンス係数 $C_{M\theta}$ ならびに $C_{L\phi}$ によって判断できるが、付式(1)、(3)式および(4)式より、いずれも $(\bar{z}_G\bar{B} - \bar{z}_G\bar{G})$ の値によって大きく左右されることが考えられることから、浮力と重力との差による影響はその差と重力および浮力の値との比によって推定されるので無視できる程度のものといえるからである。

(3) 運動制御の観点から潜水船の運動特性は上昇状態であっても下降状態であっても同じであることが望ましい。重心と浮心の x 座標が等しくない場合は、トランスミッタンス係数 $C_{M\theta}$ の値が定常ピッチ角 $\theta_0 = 0$ に関して対称性を失ない、制御上得策な設計とはいえない(付式(1)、(3)、および(4)式参照)。また、あえて $x_B \approx x_G$ とするような設計によって、安定性や追従性を左右するような効果は考えられない。

以上より、すくなくとも前提とする設計条件による安定性および追従性への顕著な影響はないと考えることができる。さらに上記の検討によって舵が含まれる尾翼の大きさが制約を受けないことなどから、操作用力についても同様である。したがって上述の(A)および(B)に

よって示される設計条件を前提とするような設計は、積極的に行うべきであると考えられる。なぜならば、(13)式のように入出力応答関係式が簡素化することによって、潜水船の設計検討が非常に見通しのよい状態で行えるからである。このような結果は理想応答性の向上を意味するものである。

5 結 言

本報の結論をつぎに示す。

(1) 前報で導いた運動方程式を用いて信号伝達線図を作成した。その結果、推進機力 P_x などの入力によって生ずる運動のプロセスがあきらかになり、かつ設計による運動特性への影響を図式的に検討できることとなった。また、制御設計において縦運動と横運動が分離して考えられることおよび縦運動と横運動とのグラフ構造が同一で両者の運動が類似していることがわかった。

(2) 信号伝達線図の各伝達経路にグラフ理論を適用し入出力応答関係式を導いた。入出力応答関係式の構造より、潜水船の運動特性は、安定性、追従性、操作力に加えて理想応答性の4つに分類して検討できることがわかった。このうち理想応答性は筆者らが提案したもので、異なる運動変数間の相互作用の除去および海洋流速による外乱の影響をはじめて問題化したものである。

(3) 各伝達経路の伝達要素すなわちトランスミッタンスのうち、自己ループトランスミッタンスおよび主要な入力トランスミッタンス以外のトランスミッタンスをゼロにすることは理想応答性の向上を意味する。よってこれらのトランスミッタンスをゼロとするような設計条件を理想応答性向上条件と定義し、かつまとめた。

(4) 理想応答性向上条件は、①対称軸上に重心のある軸対称形状潜水船によって成立しうるもの ②重力と浮力およびそれらの船体軸方向の位置が同じであることによって成立しうるもの ③胴体の細長比や尾翼幅などに制限を加えるもの の3種に分けられることがわかった。そのうち①と②は他の特性、すなわち安定性、追従性、および操作力に顕著な影響をおよぼすことがないことから潜水船の設計指針になりうるということがわかった。

本報で導いた設計指針を前提とすれば、入出力応答関係式は非常に簡素化される。したがって理想応答性以外の特性、すなわち安定性、追従性、および操作力と設計因子との関係は比較的容易に検討できる。つぎの課題として代表的な潜水船モデルをもとに運動特性と設計因子との関係を解明したいと考えている。

参 考 文 献

- 1) 飯高, 梅谷: 水中調査用自動潜水船の運動と制御に関する基礎的研究(第1報: 運動方程式の誘導と形状決定因子の検討), 日本造船学会論文集, 第138号, (1975).
- 2) SNAME: Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body through a Fluid, SNAME Technical and Research Bulletin No. 1~5, (1964).
- 3) Mason S. J.: Feedback Theory-Further Properties of Signal Flow Graph, Proc. IRE. Vol. 44, 920~926, (1956).
- 4) 野本: 船の操縦性, 第1回操縦性シンポジウムテキスト, 造船協会誌 424号, 8~22 (1964).
- 5) 土田, 平野他: 潜水船の縦安定性能, 造船協会論文集, 第111号, (1960)

付 録

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_x \dot{\bar{u}} &= C_{x\bar{u}} \bar{u} + C_{x\dot{\bar{q}}} \dot{\bar{q}} + C_{x\theta} \dot{\theta} + \bar{P}_x + C_{x\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{x\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0} + C_{x\dot{W}_{z0}} \dot{W}_{z0} \\
 \bar{M}_z \dot{\bar{\alpha}} &= C_{z\alpha} \alpha + C_{z\dot{\bar{q}}} \dot{\bar{q}} + C_{z\bar{q}} \bar{q} + C_{z\theta} \dot{\theta} + C_{z\delta_1} \delta_1 + C_{z\delta_2} \delta_2 + C_{z\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{z\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0} + C_{z\dot{W}_{z0}} \dot{W}_{z0} \\
 \bar{I}_m \dot{\bar{q}} &= C_{m\bar{u}} \bar{u} + C_{m\bar{u}} \bar{u} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\bar{q}} \bar{q} + C_{m\theta} \dot{\theta} + \bar{z}_p \bar{P}_x + C_{m\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{m\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0} + C_{m\dot{W}_{z0}} \dot{W}_{z0} \\
 \bar{M}_y \dot{\bar{\beta}} &= C_{y\beta} \beta + C_{y\dot{\bar{p}}} \dot{\bar{p}} + C_{y\bar{p}} \bar{p} + C_{y\phi} \phi + C_{y\dot{\bar{r}}} \dot{\bar{r}} + C_{y\bar{r}} \bar{r} + C_{y\delta_3} \delta_3 + C_{y\delta_4} \delta_4 + C_{y\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{y\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0} \\
 \bar{I}_l \dot{\bar{\beta}} &= C_{l\beta} \beta + C_{l\bar{p}} \bar{p} + C_{l\phi} \phi + C_{l\dot{\bar{r}}} \dot{\bar{r}} + C_{l\bar{r}} \bar{r} + C_{l\delta_3} \delta_3 + C_{l\delta_4} \delta_4 + C_{l\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{l\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0} \\
 \bar{I}_n \dot{\bar{\beta}} &= C_{n\beta} \beta + C_{n\dot{\bar{p}}} \dot{\bar{p}} + C_{n\bar{p}} \bar{p} + C_{n\phi} \phi + C_{n\dot{\bar{r}}} \dot{\bar{r}} + C_{n\bar{r}} \bar{r} + C_{n\delta_3} \delta_3 + C_{n\delta_4} \delta_4 + C_{n\dot{W}_{x0}} \dot{W}_{x0} + C_{n\dot{W}_{y0}} \dot{W}_{y0}
 \end{aligned}$$

(付式(1))

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_x &= \bar{m} + \bar{m}_x, \quad C_{x\bar{u}} = 2C_R, \quad C_{x\dot{\bar{q}}} = C_{m\dot{\bar{u}}} = -(\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx}), \quad C_{x\theta} = (\bar{B} - \bar{G}) \cos \theta_0, \quad \bar{M}_z = \bar{m} + \bar{m}_z, \\
 C_{z\alpha} &= -\bar{m}_{zb}, \quad C_{z\dot{\bar{q}}} = C_{m\dot{\alpha}} = \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_z\bar{z}_{vz}, \quad C_{z\bar{q}} = \bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b, \quad C_{z\theta} = (\bar{B} - \bar{G}) \sin \theta_0, \\
 \bar{I}_m &= \bar{I}_y + \bar{J}_y + \bar{m}\bar{z}_G^2 + \bar{m}_z\bar{z}_{vz}^2 + \bar{m}\bar{z}_G^2 + \bar{m}_x\bar{z}_{vx}^2, \quad C_{m\bar{u}} = 2\bar{z}_p C_R, \quad C_{m\alpha} = \bar{m}_z - \bar{m}_x + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b, \\
 C_{m\bar{q}} &= -(\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_z\bar{x}_{vz} + \bar{m}_{zb}\bar{x}_b^2), \quad C_{m\theta} = \{-(\bar{x}_B\bar{B} - \bar{x}_G\bar{G}) \sin \theta_0 + (\bar{z}_B\bar{B} - \bar{z}_G\bar{G}) \cos \theta_0\}, \quad \bar{M}_y = \bar{m} + \bar{m}_y, \\
 C_{y\beta} &= -\bar{m}_{yb}, \quad C_{y\dot{\bar{p}}} = C_{l\dot{\beta}} = \bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_y\bar{z}_{vy}, \quad C_{y\bar{p}} = \bar{m}_{yb}\bar{z}_{vyb}, \quad C_{y\bar{r}} = C_{n\dot{\beta}} = -(\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{vy}), \\
 C_{y\bar{r}} &= -(\bar{m} + \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b), \quad \bar{I}_l = \bar{I}_x + \bar{J}_x + \bar{m}\bar{z}_G^2 + \bar{m}_y\bar{z}_{vy}^2, \quad C_{l\beta} = \bar{m}_{yb}\bar{z}_{vyb}, \quad C_{l\bar{p}} = -(\bar{J}_{xb} + \bar{m}_{yb}\bar{z}_{vyb}^2), \\
 C_{l\dot{\bar{r}}} &= C_{n\dot{\beta}} = \bar{I}_{xz} + \bar{J}_{xz} + \bar{m}\bar{x}_G\bar{z}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{vy}\bar{z}_{vy}, \quad C_{l\bar{r}} = (\bar{m}\bar{z}_G + \bar{m}_x\bar{z}_{vx} + \bar{m}_{yb}\bar{z}_{vyb}\bar{x}_b), \quad C_{l\phi} = (\bar{z}_B\bar{B} - \bar{z}_G\bar{G}) \cos \theta_0, \\
 \bar{I}_n &= (\bar{I}_z + \bar{J}_z + \bar{m}\bar{x}_G^2 + \bar{m}_y\bar{x}_{vy}^2), \quad C_{n\beta} = -(\bar{m}_y - \bar{m}_x + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b), \quad C_{n\bar{p}} = (\bar{m}_y\bar{z}_{vy} - \bar{m}_x\bar{z}_{vx} + \bar{m}_{yb}\bar{z}_{vyb}\bar{x}_b),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{n\bar{r}} &= -(\bar{m}\bar{x}_G + \bar{m}_y\bar{x}_{by} + \bar{m}_{yb}\bar{x}_b^2), \quad C_{n\phi} = -(\bar{x}_B\bar{B} - \bar{x}_G\bar{G})\cos\theta_0 \\
C_{x\dot{\bar{w}}_{z0}} &= -\bar{m}\cos\theta_0\cos\phi_0, \quad C_{x\dot{\bar{w}}_{y0}} = -\bar{m}\cos\theta_0\sin\phi_0, \quad C_{x\dot{\bar{w}}_{z0}} = \bar{m}\sin\theta_0, \quad C_{z\dot{\bar{w}}_{z0}} = -\bar{m}\sin\theta_0\cos\phi_0, \\
C_{z\dot{\bar{w}}_{y0}} &= -\bar{m}\sin\theta_0\sin\phi_0, \quad C_{z\dot{\bar{w}}_{z0}} = -\bar{m}\cos\theta_0, \quad C_{m\dot{\bar{w}}_{z0}} = (\bar{m}\bar{x}_G\sin\theta_0 - \bar{m}\bar{z}_G\cos\theta_0)\cos\phi_0, \\
C_{m\dot{\bar{w}}_{y0}} &= (\bar{m}\bar{x}_G\sin\theta_0 - \bar{m}\bar{z}_G\cos\theta_0)\sin\phi_0, \quad C_{m\dot{\bar{w}}_{z0}} = (\bar{m}\bar{x}_G\cos\theta_0 + \bar{m}\bar{z}_G\sin\theta_0), \quad C_{y\dot{\bar{w}}_{z0}} = \bar{m}\sin\phi_0, \\
C_{y\dot{\bar{w}}_{y0}} &= -\bar{m}\cos\phi_0, \quad C_{l\dot{\bar{w}}_{z0}} = -\bar{m}\bar{z}_G\sin\phi_0, \quad C_{l\dot{\bar{w}}_{y0}} = \bar{m}\bar{z}_G\cos\phi_0, \quad C_{n\dot{\bar{w}}_{z0}} = \bar{m}\bar{x}_G\sin\phi_0, \quad C_{n\dot{\bar{w}}_{y0}} = -\bar{m}\bar{x}_G\cos\phi_0
\end{aligned}$$

(付式 (2))