(昭和 51 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

衝撃水圧を受ける防撓板の周波数応答解析

正員 守 国 夫* 正員 永 井 保**

Response of Stiffened Plates under Impulsive Water Pressure

by Kunio Mori, *Member* Tamotsu Nagai, *Member*

Summary

Dynamic response analysis of the ship structure is usually based on the assumption that the correlation between the pressure and the response is linear within the frequency domain. This report is concerned with that whether or not the above assumption is still applicable to the dynamic response due to slamming pressure of the bottom plate of the high speed craft.

Drop test of the full-scale model of the bottom plate of high speed craft on the water surface is carried out and experimental results are compared with calculated results using the finite strip method. The pressure is expanded into Fourier series and the dynamic response is calculated as the set of the response under every frequency load. Then the effect of damping factor is investigated. Damping factor of this bottom plate is evaluated as $6\pi(=[C]/T[M])$, which coincides with the results of flat plate. The root mean square of the deflection of the bottom plate is then calculated by using the power spectrum. The ratio of maximum deflection to the root mean square becomes about 3 on the middle of bottom plate.

The coherence function, which is defined by the power spectrum and the cross power spectrum of the pressure and the response, yields to about 1. Therefore, linearity between the pressure and the response within the frequency domain is confirmed.

1 緒 言

高速艇の船首船底部に作用する波浪衝撃力は、海象および航走条件によって種々変化し、同一状態で再現されることはほとんどない。このような不規則な外力による構造体の動的応答を解析する場合、一般には運動方程式の外力の項を周波数レベルであらわし、各周波数に対する応答を重ね合わせる手法が用いられる。この重ね合わせは、外力と応答の相関関係が周波数領域において線形であるという前提のもとに行なわれるが、衝撃水圧を受ける防撓板の動的応答解析に対してもこの前提条件が適用できるか否かは、まだ明らかにされていないようである。本文では、この外力と応答の相関性を周波数領域で検討するため、まず高速艇の船首船底部防撓構造のモデルによる落下衝撃試験を実施し、動的応答、パワースペクトル、関連関数などを求めた。つぎに動的応答とパワースペクトルについては有限帯板理論による計算を行ない、実験値との比較検討を行なった。その結果、衝撃水圧と応答の間は、今回用いた周波数領域ではほぼ線形関係にあるという結論を得た。さらに動的応答解析の結

果、減衰係数は筆者の 1 人が長方形板の応答解析によって得た値を防撓構造にも適用できることを確認した。

2 実験方法

Fig. 1 に実験装置の概略を、Fig. 2 に試験体の形状寸法を示す。試験体は 2 体で、材質はともにアルミ合金 5083-O 材である。試験体 No. 1 は、アルミ合金製高速艇船首船底部を実物大モデルにしたものである。ただしスチフナーは実艇ではバルブアングルになっているが、試験体では長方形断面となっている。試験体 No. 2 は、No. 1 にくらべて小型であるが、防撓構造としてのたわみ剛性は No. 1 より大きくなっている。

計測項目は、水圧とたわみで、Fig. 3 に計測点を示す。データ処理には YHP 2100 A ミニコンピュータを使用した。

3 有限帯板理論による動的応答解析

3.1 基礎式

防撓構造を Fig. 4 に示すような帯状板要素とスチフナーからなるモデルに分割する。任意の一带板要素の座標系を x, y, z 、全体座標系を X, Y, Z とし、帯板要素の変位成分をそれぞれ u, v, w とする。Fig. 5 にこれ

* (株)神戸製鋼所構造研究所

** 防衛庁技術研究本部第 1 研究所

Fig. 1 Dropping tower

Fig. 2 Details of the test specimens

Fig. 3 Measuring point

Fig. 4 Finite strip assemblage of the plate

Fig. 5 Strip elements and coordinates

らの座標系を示す。

(1) 面外変位に対する帯板要素の剛性マトリックスおよび質量マトリックス¹⁾

Fig. 4 で示した帯板要素の変位関数を次のように仮定する。

$$w(x, y) = \sum_{q=1,2,\dots}^r \left[\left(1 - \frac{3x^2}{d^2} + \frac{2x^3}{d^3} \right) w_{j,q} + \left(x - \frac{2x^2}{d} + \frac{x^3}{d^2} \right) \theta_{j,q} + \left(\frac{3x^2}{d^2} - \frac{2x^3}{d^3} \right) w_{j+1,q} + \left(\frac{x^3}{d^2} - \frac{x^2}{d} \right) \theta_{j+1,q} \right] Y_q(y) \quad (1)$$

ここに、 $w_{j,q}$, $\theta_{j,q}$ は節線 j での変位と回転角、 Y_q は $y=0$, a での境界条件を満足する関数である。

節線 j での y 方向の変位をマトリックスで表示すると

$$w(x, y) = \sum_{q=1,2,\dots}^r [N]_q \{\delta'\}_q \quad (2)$$

となる。ここに

$$[N]_q = \left[\left(1 - \frac{3x^2}{d^2} + \frac{2x^3}{d^3} \right), \left(x - \frac{2x^2}{d} + \frac{x^3}{d^2} \right), \left(\frac{3x^2}{d^2} - \frac{2x^3}{d^3} \right), \left(\frac{x^3}{d^2} - \frac{x^2}{d} \right) \right] Y_q(y)$$

$$\{\delta'\}_q = [w_{j,q}, \theta_{j,q}, w_{j+1,q}, \theta_{j+1,q}]^T$$

一方、モーメントと曲率の関係は弾性マトリックス $[D]$ を用いて次のようにあらわされる。

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \sum_{q=1,2,\dots}^r [D][C]_q \{\delta'\}_q \quad (3)$$

ここに

$$[C]_q = \begin{bmatrix} -\left(\frac{-6}{d^2} + \frac{12x}{d^3}\right)Y_q & -\left(\frac{-4}{d} + \frac{6x}{d^2}\right)Y_q & -\left(\frac{6}{d^2} + \frac{12x}{d^3}\right)Y_q & -\left(\frac{6x}{d^2} - \frac{2}{d}\right)Y_q \\ -\left(1 - \frac{3x^2}{d^2} + \frac{2x^3}{d^3}\right)Y_q' & -\left(x - \frac{2x^2}{d} + \frac{x^3}{d^3}\right)Y_q' & -\left(\frac{3x^2}{d} - \frac{2x^3}{d^2}\right)Y_q' & -\left(\frac{x^3}{d^2} - \frac{x^2}{d}\right)Y_q' \\ 2\left(\frac{-6x}{d^2} + \frac{6x^2}{d^3}\right)Y_q' & 2\left(1 - \frac{4x^2}{d} + \frac{3x^2}{d^2}\right)Y_q' & 2\left(\frac{6x}{d^2} - \frac{6x^2}{d^3}\right)Y_q' & 2\left(\frac{3x^2}{d^2} - \frac{2x^2}{d}\right)Y_q' \end{bmatrix}$$

帯板要素のひずみエネルギー U および運動エネルギー V を求め、ポテンシャルエネルギー $V(=U-T)$ を極小とする条件式から、剛性マトリックスと質量マトリックスは次のように求まる。

$$[K] = \begin{bmatrix} [k]_{11} & [k]_{12} \cdots [k]_{1r} \\ [k]_{21} & [k]_{22} \cdots [k]_{2r} \\ \vdots & \vdots \\ [k]_{r1} & [k]_{r2} \cdots [k]_{rr} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [m]_{11} & [m]_{12} \cdots [m]_{1r} \\ [m]_{21} & [m]_{22} \cdots [m]_{2r} \\ \vdots & \vdots \\ [m]_{r1} & [m]_{r2} \cdots [m]_{rr} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここに

$$[k]_{pq} = \int_0^a \int_0^d [C]_p^T [D] [C]_q dx dy$$

$$[m]_{pq} = \rho h \int_0^a \int_0^d [N]_p^T [N]_q dx dy$$

ρ は密度

(2) 面内変位に対する帯板要素の剛性マトリックスおよび質量マトリックス

x, y 方向の変位成分をそれぞれ u, v とし、その変位関数を次のように仮定する。

$$u = \sum_{q=1,2,\dots}^r \left[\left(1 - \frac{x}{d}\right) u_{j,q} + \left(\frac{x}{d}\right) u_{j+1,q} \right] Y_q(y) \quad (6)$$

$$v = \sum_{q=1,2,\dots}^r \left[\left(1 - \frac{x}{d}\right) v_{j,q} + \left(\frac{x}{d}\right) v_{j+1,q} \right] T_q(y) \quad (7)$$

上式をマトリックスで表示すると

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{q=1,2,\dots}^r [C_e]_q \{\delta_e'\}_q \quad (8)$$

ここに

$$[C_e]_q = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{x}{d}\right) Y_q & 0 & \frac{x}{d} Y_q & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{x}{d}\right) T_q & 0 & \frac{x}{d} T_q \end{bmatrix}$$

$$\{\delta_e'\}_q = [u_{j,q} \ v_{j,q} \ u_{j+1,q} \ v_{j+1,q}]^T$$

ひずみ成分と変位成分の関係は次式であらわされる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \sum_{q=1,2,\dots}^r [B_e]_q [\delta_e']_q \quad (9)$$

ここに

$$[B_e]_q = \begin{bmatrix} -\frac{1}{d} Y_q & 0 & \frac{1}{d} Y_q & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{x}{d}\right) T_q' & 0 & \frac{x}{d} T_q' \\ \left(1 - \frac{x}{d}\right) Y_q' & -\frac{1}{d} T_q & \frac{x}{d} Y_q' & \frac{1}{d} T_q \end{bmatrix}$$

さらに応力成分は弾性マトリックス $[D_e]$ を用いて次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{q=1,2,\dots}^r [D_e] [B_e]_q [\delta_e']_q \quad (10)$$

面外変位の場合と同様に、最小ポテンシャルエネルギーの原理を用い、面内の剛性マトリックスおよび質量マトリックスを求めると次のようになる。

$$[k_e]_{pq} = \int_0^a \int_0^d [C_e]_p^T [D_e] [C_e]_q dx dy \quad (11)$$

$$[m_e]_{pq} = \rho h \int_0^a \int_0^d [C_e]_p^T [C_e]_q dx dy \quad (12)$$

上記のマトリックスは実際の計算ではスチフナーの剛性と質量マトリックスを平板の面外に関する運動方程式の中に考慮する場合と、平板の応力に面内力を加算する場合に用いる。

(3) 運動方程式

運動方程式は次式で表わされる。

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{f(t)\} \quad (13)$$

ここに $[C]$ は減衰マトリックス、 $\{f(t)\}$ は一般力のマトリックス、

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta \end{Bmatrix}$$

である。

いま、この運動方程式を変位成分、速度成分、加速度成分の増分を用いて表示すると

$$[M]\{\Delta\delta\} + [C]\{\Delta\dot{\delta}\} + [K]\{\Delta\delta\} = \{\Delta f(t)\} \quad (14)$$

さらに、時間 t_n の変位、速度、加速度が既知で、時間 q だけ経過したときの t_{n+1} において

$$\{\delta\}_{n+1} = \{\delta\}_n + (1-\alpha)\{\dot{\delta}\}_n q + \alpha\{\delta\}_{n+1} q \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \{\delta\}_{n+1} &= \{\delta\}_n + \{\dot{\delta}\}_n q \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\{\ddot{\delta}\}_n q^2 + \beta\{\ddot{\delta}\}_{n+1} q \end{aligned} \quad (16)$$

の関係が成立するものと仮定する。 $\alpha=1/2$ とおくと、変位および速度の増分は次のようになる。

$$\{\Delta\delta\} = \{\delta\}_{n+1} - \{\delta\}_n = \{\dot{\delta}\}_n q + \{\ddot{\delta}\}_n q^2/2 + \beta \{\Delta\ddot{\delta}\}_n q^2 \quad (17)$$

$$\{\Delta\dot{\delta}\} = \{\ddot{\delta}\}_n q + \{\Delta\ddot{\delta}\}_n q/2 \quad (18)$$

ただし

$$\{\Delta\ddot{\delta}\} = \{\ddot{\delta}\}_{n+1} - \{\ddot{\delta}\}_n$$

式 (17), (18) を式 (14) に代入すると

$$\left([M] + \frac{q}{2} [C] + \beta q^2 [K] \right) \{\Delta\ddot{\delta}\} = \{\Delta f(t)\} - (C) \{\dot{\delta}\}_n q - [K] \left(\{\dot{\delta}\}_n q + \{\ddot{\delta}\}_n \frac{q^2}{2} \right) \quad (19)$$

となる。上式より $\{\Delta\dot{\delta}\}$ が求まると、式 (17), (18) より $\{\Delta\delta\}$, $\{\Delta\dot{\delta}\}$ が、さらに式 (15), (16) より各荷重段階における $\{\dot{\delta}\}$, $\{\delta\}$ が求まる。

なお、初期条件は $t=0$ において $\delta=\dot{\delta}=\ddot{\delta}=0$ とおいた。

3.2 計算値と実験値の比較

運動方程式 (13) を解くに当たって、減衰項 $[C]$ は粘性減衰の場合と構造減衰の場合の両者で検討した。粘性減衰の場合は式 (13) の減衰マトリックス $[C]$ を

$$[C] = a[M] \quad (20)$$

とし、 $[C]$ は質量マトリックスと線形関係にあるとした。構造減衰では運動方程式を

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + (1+ig)[K]\{\delta\} = \{f(t)\} \quad (21)$$

と近似した。ここに、 g は構造減衰係数、 $i=\sqrt{-1}$ である。式 (21) を求めるための逐次積分の手順は粘性減衰の場合と同じであるが、構造減衰では式 (19) は次のように変る。

$$([M] + (1+ig)\beta q^2 [K]) \{\Delta\dot{\delta}\} = \{\Delta f(t)\} - (1+ig)[K] (\{\dot{\delta}\}_n q + \{\ddot{\delta}\}_n q^2/2) \quad (22)$$

上式は複素数を含むが、求める応答は Real 部をとる。

実測で得られた衝撃水圧の最大値およびそのときの 1 パルスの作用時間を Table 1 に示す。計算では、このパルスの実測値を用いる。その場合、実測値に含まれる高周波成分を調べるため、運動方程式の荷重項 $f(t)$ を次式のように有限フーリエ近似を試みる。

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \left[A_k \cos \frac{2\pi kt}{N\Delta t} + B_k \sin \frac{2\pi kt}{N\Delta t} \right] + \frac{A_{N/2-1}}{2} \cos \frac{2\pi (N/2)t}{N\Delta t} \quad (23)$$

ここに、 N は標本数、 Δt は標本点間隔である。 $f(t)$ は実測値をデジタル量として与え、各モードに対するフーリエ係数を求める。Fig. 6 は試験体 No.1 の P3 に対する計算結果である。この結果によると $f(t)$ は、ほぼ 1 次の項で決まり、2 次以上の高周波成分におけるフーリエ係数は微少で無視できると考えられる。このため、ここでは 1 次項のみをとり

$$f(t) = \frac{P_0}{2} \left(1 - \cos \frac{2t}{l} \pi \right) \quad (24)$$

Table 1 Water pressure

Test	Pressure (kg/cm ²)					Working
Specimen	P1	P2	P3	P4	Mean	Time (msec)
NO. 1	1.41	1.38	1.66	—	1.48	10.7
NO. 2	1.09	1.13	1.03	1.06	1.08	17.5

Fig. 6 Fourier expansion of the water pressure

を用いた。ここに、 l は 1 パルスの周期である。

さらに、防撓板周辺の拘束条件については、Fig. 2 で示したように、試験体の周辺に矩形板をめぐらしているため、スチフナー端部は弾性支持の状態にあると考えられる。そこで、矩形板の固定度を検討した。固定度は、スチフナー端部のたわみ角を θ とすると $\theta = -\lambda M_0$ であらわされる。ここに、 M_0 は端部モーメント、 λ は固定度をあらわす係数で、完全固定のとき $\lambda=0$ 、支持のとき $\lambda=1$ となる。そこで、まずスチフナー端部を支持として、ある端部モーメント M によるたわみ角 θ を求める。

つぎに、矩形板が Fig. 7 で示したように、一辺固定、三辺自由であるとして、スチフナーと結合している部分に端部モーメント M を加え、そのときの θ' を求めた。ただし、矩形板の幅は有効幅 100% として、スチフナー間隔を用いた。その結果、 $\theta'/\theta \approx 0.7$ となり、ほぼ支持の状態に近かったので、以下の解析ではスチフナー端部を支持とした。

さて、上述のような検討を加えた後、要素分割数を平板で 5、スチフナーで 1 として、動的応答の計算を行なった。Table 2 に実測値と計算値の比較を示す。落下高さは 0.5m である。さらに、落下高さを変えた場合の応答を Fig. 8 に示す。ただし、Fig. 8 の計算値は粘性減衰の場合で示した。減衰係数は粘性減衰とした場合は、

$$[C] = a[M] = 2\eta\omega_1[M]$$

Fig. 7 Slopes of stiffener end

Table 2 Comparison between experiment and calculation of maximum deflection

Test Specimen	measured point	Experiment	Calculation		Remarks
			Viscous damping	Structural damping	
NO.1	D1	1.83	1.71	1.42	$g=0.8$ $\eta=3$
	D2	1.90	2.35	2.34	
NO.2	D1	0.75	0.58	0.60	$g=0.02$ $\eta=1.5$
	D2	0.90	0.76	0.80

Fig. 8 Relation between drop height and maximum deflection

とした。ここに η はある定数、 ω_1 は 1 次の固有振動数である。 η の値は、筆者の 1 人が長方形板で求めた $CT/m=6\pi$ (ここに、 T は固有周期、 m は質量) に対応した値になっている²⁾。構造減衰の場合は、式 (21) における g の値を、試験体 No.1 で 0.8、No.2 で 0.02 とした。

Table 2 と Fig. 8 の結果から、計算値は実測値には近い値が得られたと考えられる。その場合、減衰係数は粘性減衰としたとき、試験体 No.1 では $\eta=3$ ($\omega_1=258\text{Hz}$)、No.2 では $\eta=1.5$ ($\omega_1=504\text{Hz}$) としたとき計算値は実測値に近づく。したがって $a=2\eta\omega_1$ は No.

1, No.2 とほぼ同じ値になっていることがわかる。

4 周波数応答解析

4.1 パワースペクトルおよび二乗平均値¹⁾

4.1.1 基礎式

運動方程式は、減衰項を構造減衰とした式 (21) を用いる。式 (21) をフーリエ変換すると

$$((1+ig)[K]-\omega^2[M])\{A\}=\{F\} \quad (25)$$

ここに、 $\{A(i\omega)\}$ 、 $\{F(i\omega)\}$ はそれぞれ $\{\delta\}$ 、 $\{f(t)\}$ のフーリエ変換、 ω は円振動数である。

式 (25) より

$$\{A\}=[B]\{F\} \quad (26)$$

ここに、 $[B]$ は

$$[B]=[B_R]+i[B_I]$$

であり、 $[B_R]$ と $[B_I]$ は $[B]$ の有理化によってそれぞれ

$$[B_R]=[I-\omega^2K^{-1}M][(1+g^2)K-2\omega^2M+\omega^4MK^{-1}M]^{-1}$$

$$[B_I]=-g[(1+g^2)K-2\omega^2M+\omega^4MK^{-1}M]^{-1}$$

となる。

いま、 n 番目の一般化された変位を δ_n とし、そのフーリエ変換を A_n とすると、 A_n は式 (26) より

$$A_n=\sum_{j=1,2,\dots}^{N_0} B_{nj}F_j \quad (27)$$

とあらわされる。 N_0 は N_s を要素数とすると $N_0=2(N_s+1)r-(x$ 方向の境界条件の数) である。 δ_n のパワースペクトル密度 $S_{\delta_{nn}}(\omega)$ は A_n とその共役複素関数 A_n^* を用いて

$$S_{\delta_{nn}}=\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_n A_n^*}{2T} \quad (28)$$

で与えられる。ここに、 T はデータ長である。

さらに一般化されたランダム外力 f_j と f_k の相互スペクトル密度は次式であらわされる。

$$S_{f_{jk}}(\omega)=\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{F_j F_k^*}{2T} \quad (29)$$

ここに、 F^* は F の共役複素関数である。式 (27) を式 (28) に代入すると

$$S_{\delta_{nn}}(\omega)=\sum_j \sum_k B_{nj} B_{nk}^* S_{f_{jk}}(\omega) \quad (30)$$

ここで $S_{f_{jk}}=S_{f_{kj}}^*$ であることを考慮すると、 δ_n のパワースペクトルは最終的に次のようになる。

$$\begin{aligned} S_{\delta_{nn}}(\omega) &= \sum_{j=1}^{N_0} |B_{nj}|^2 \text{Real}[S_{f_{jj}}(\omega)] \\ &+ 2 \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{k=2}^{N_0} \{ [B_{Rnj} B_{Rnk} + B_{Inj} B_{Ink}] \text{Real}[S_{f_{jk}}(\omega)] \\ &+ [B_{Rnj} B_{Ink} - B_{Rnk} B_{Inj}] \text{Imag}[S_{f_{jk}}(\omega)] \} \end{aligned} \quad (31)$$

さらに、 δ_n の二乗平均値は

$$\delta_n^2=2 \int_0^\infty S_{\delta_{nn}}(\omega) d\omega \quad (32)$$

Fig. 9 Power spectral density of the deflection (specimen No.1)

によって求められる。

一方、実験によって得られる現象からパワースペクトルを求めるには、求めようとする変位成分の現象記録をAD変換したのち、式(28)の関係から求まる。実際は、YHP 2100A電算機の内部機能を用いて計算した。

4.1.2 計算結果

Fig. 9, Fig. 10に、それぞれ試験体 No. 1, No. 2の測定 D1, D2における鉛直変位のパワースペクトルを示す。点線は実験によって得られた現象記録をフーリエアナライザーによって求めた結果である。ただし、試験体 No. 2では、実測データで最大値となるときに1パルスを取り出し、そのパワースペクトルを求めた結果についても併記している。データ長は試験体が水面に衝突する寸前から $1,000 \times 10^{-3} \text{ sec}$ まで、積分時間間隔は $4 \times 10^{-3} \text{ sec}$ 、Window functionはTime windowである。

実線は式(31)で求めた計算値である。衝撃水圧は実

Fig. 10 Power spectral density of the deflection (specimen No. 2, $H=0.5 \text{ m}$)

Fig. 11 Idealized wave of water pressure

測データを Fig. 11に示すように1～3パルスの波形にモデル化し、この水圧が防撓板全体に様に分布するものと考えた。その時の作用時間と最大水圧値は実測値に合わせ、波形は1周期の間で全正弦波となるようにした。積分時間間隔は $0.5 \times 10^{-3} \text{ sec}$ である。

計算値のパワースペクトルは、実測結果にくらべるとなめらかな変化になっているが、これは記録をデジタル化するときの分解能が低かったことによる。試験体 No. 2では、変位の現象記録のデータ長を $1,000 \times 10^{-3} \text{ sec}$ とした場合と1パルスとした場合のパワースペクトルを示しているが、両者のパワースペクトルは、ほぼ同

Table 3 Root mean square and ratio

Test Specimen	Raised Point	Experiment		Calculation	
		PMS (mm)	$\Delta_{\max}$ RMS	RMS (nm)	$\Delta_{\max}$ RMS
NO. 1	D1	0.34	5.46	0.55	2.55
	D2	1.42	3.52	2.78	3.10
NO. 2	D1	0.35	2.16	0.20	2.96
	D2	0.35	2.63	0.27	2.91

し変化を示している。部分的にみた場合にはテータ長を大きくするとパワースペクトルの凹凸が多くなるが、試験体 No. 2 の 1 次の固有振動数が 504Hz であることを考えると、この凹凸は雑音などの他の要因によるものと考えられ、テータ長を 1 パルスとすることによってもパワースペクトルの傾向を十分把握できると考えられる。

つきに、式 (32) で求めた二乗平均値と現象記録から求めたパワースペクトル図の面積から得られる二乗平均値を比較する。さらに、応答の最大値と二乗平均値の比を求めた。これらの結果を Table 3 に示す。最大変位と二乗平均値の比は、試験体 No. 2 の D1, D2 および No. 1 の D2 では実測値、計算値とも約 3 となる。試験体 No. 1 の D1 では実測値が約 5、計算値が約 3 で両者に差があるが、これは Fig. 9 のパワースペクトル図で実測値は山と谷との差が大きく、二乗平均値が小さくなっていることによる。

今回はパワースペクトルを求めるとき、計算値の方の記録の読取り間隔が大きく分解能が低かったため、実測結果に比べるとパワースペクトルの変化を十分把握していない点もあるが、全体的には応答の最大値は二乗平均値の約 3 倍になるものと考えられる。

4.2 関連度関数

4.2.1 基礎式

動的外力が作用する構造物において、応答特性が時刻時刻によって変化しなければ、その系は定係数系であり、入出力の間は線形関係にあると考えられる。線形関係であれば、入力と出力の間には加法性ならびに斉次性が成立するから、波浪衝撃のような不規則外力による応答についてもたたみ込み積分が可能となり、周波数応答解析によって入出力間の伝達特性を明らかにすることができる。系が定係数系であるかどうかは関連度関数によって判断される。

いま、Fig. 12 に示すように防撓板に作用する衝撃水圧を $f(t)$ 、防撓板の鉛直変位を $w(t)$ とする。衝撃現象はランダムに発生するものとして確率的な取扱いを行

Fig. 12 Input output system

ない、 $f(t)$ および $w(t)$ をランダム現象における確率過程と考える。これらの確率過程が起こりうるすべての現象に対して、その集合平均と時間平均が等しいというエルゴード性が満足されれば、 $f(t)$ および $w(t)$ の自己相関関数ならびに $f(t)$ と $w(t)$ の相互相関関数は次のようにあらわされる。

$$\phi_{ff}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t)f(t+\tau)dt \quad (33)$$

$$\phi_{ww}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w(t)w(t+\tau)dt \quad (34)$$

$$\phi_{fw}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t)w(t+\tau)dt \quad (35)$$

まず $f(t)$ のパワースペクトル $S_{ff}(i\omega)$ を求める。

$$G(t) = \begin{cases} f(t), & |t| < T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (36)$$

として、 $G(t)$ のフーリエ変換を $F(t)$ とすると

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t)e^{-i\omega t}dt \quad (37)$$

$$G(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega)e^{-i\omega t}d\omega \quad (38)$$

式 (33) に式 (38) を代入して整理すると

$$\phi_{ff}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T F(i\omega)F(-i\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \quad (39)$$

となる。自己相関関数とパワースペクトルとの間には

$$\phi_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ff}(i\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \quad (40)$$

なる関係があるから、式 (39) と式 (40) より

$$S_{ff}(i\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |F(i\omega)|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T f(t)e^{-i\omega t}dt \right|^2 \quad (41)$$

上式はすでに式 (28) で示したとおりである。

同様に $w(t)$ のパワースペクトルおよび $f(t)$ と $w(t)$ の相互パワースペクトルは次のようになる。

$$S_{ww}(i\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T w(t)e^{-i\omega t}dt \right|^2 \quad (42)$$

$$S_{fw}(i\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{F(i\omega)A(i\omega)}{2T} \quad (43)$$

関連度関数 r_{fw}^2 は次式であらわされる。

$$r_{fw}^2 = \frac{|S_{fw}(i\omega)|^2}{S_{ff}(i\omega)S_{ww}(i\omega)} \quad (44)$$

Fig. 13 Water pressure (specimen No. 2)

Fig. 14 Coherence function (specimen No. 2, middle point of stiffener)

Fig. 15 Coherence function (specimen No. 2, middle point of plate)

Fig. 16 Coherence function (specimen No. 1)

周波数応答関数を $H(i\omega)$ とすると、定係数系では

$$S_{ww}(i\omega) = |H(i\omega)|^2 S_{ff}(i\omega) \quad (45)$$

$$S_{fw}(i\omega) = H(i\omega) S_{ff}(i\omega) \quad (46)$$

が成立するから、これらを式 (44) に代入すると $r_{fw}^2 = 1$ となり、定係数系では関連度関数は 1 となる。

4.2.2 実測データに基づく関連度関数の算定

落下実験で得られた水圧と変位の現象記録から、両者の間の関連度関数を求める。変位は板パネル中央点 D2 とスチフナー中央点 D1 の 2 点に注目する。水圧は実測値たとえば試験体 No. 2 を高さ 0.5m から落下させたとき、Fig. 13 のように最大水圧とピーク値となるとき、計算の簡略化の意味も含めて中央点 P3 の水圧波形が防撓板

全体に一樣に作用するものと考えた。

Fig. 14, 15 に一例として、No. 2 試験体の D1, D2 に対するパワースペクトル、伝達特性、関連度関数を示す。ただしパワースペクトルの縦軸は片側スペクトルで示している。同様にして、試験体 No. 1 の関連度関数は Fig. 16 のように

なる。この場合、現象のデータ長は $1,000 \times 10^{-8} \text{ sec}$ としている。

関連度関数は各試験体ともほぼ 1 で、この結果、衝撃水圧と変位の間は線形関係にあると考えられる。

なお、関連度関数が 1 より大きくなっているものについては、計算機内での処理誤差によるものと考えられる。

5 結 言

落下衝撃試験で得られたデータをもとに、動的応答、パワースペクトル、関連度関数について検討を行なった。結果の概要は次のようである。

- (1) 動的応答解析における減衰係数は、粘性減衰で $[C] = a[M]$ とおけば、今回の実験の範囲内におい

ては α は一定である。

- (2) 応答の最大値はパワースペクトルから得られる二乗平均値に対して約3倍になる。
- (3) 衝撃水圧と動的応答の関連度関数はほぼ1であることから、両者は周波数領域で線形関係にあると考えられる。

最後に本研究についていろいろご議論いただいた日本造船学会船体構造委員会関西地区部会会長八木教授はじめ関係各委員の方々に厚く感謝の意を表します。さらに本実験の実施ならびに研究内容の検討について大阪大学

浜本助教授、防衛庁技術研究本部第1研究所伊東技官のご協力があったことを付記し、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Sundarajan, C. and D. V. Reddy : Response of rectangular orthotropic plates to random excitations, Earthquake engineering and structural dynamics, Vol. 2, (1973).
- 2) 永井 保：水面衝撃による長矩形平板の弾塑性応答について，日本造船学会論文集，第124号，(1968)。