(昭和 53 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

有限要素法による水中線状構造の応答解析

正員 吉田 宏 一 郎* 正員 米 家 卓 也**
正員 飯 田 國 廣*

Static and Dynamic Analysis of Underwater Line Structures
by the Finite Element Method

by Koichiro Yoshida, *Member* Takuya Yoneya, *Member*
Kunihiro Iida, *Member*

Summary

In this paper, the finite element method is employed for the purpose of studying a general utility technique for calculating static and dynamic response of general three dimensional underwater Line Structures. Here, the structures composed primarily of long, flexible suspension members are called Line Structures, e.g. cables, drill strings etc. Transverse stiffness of Line Structures is secured mainly by tensile forces.

Underwater line structures have three combined nonlinearities, i.e. structural, hydrodynamic and material. Consequently a general approach for calculating their highly complex behavior is limited to one of numerical methods.

In this calculating program, bending stiffness is included for the purpose of the ability to calculating the behavior of frame structures in the ocean as well as underwater line structures as defined here.

Numerical results obtained by this approach about three relatively simple problems, i.e. towing, free fall anchoring and laying pipeline, are shown and discussed. Then, this numerical approach is seen general and useful for calculating the static and transient response of general underwater line structures.

1 緒 言

船舶あるいは浮遊式海洋構造物の位置保持としては、従来経済性などから係留方式が用いられているが、係留に使われる索・鎖の強度に関しては、経験的に決定されてきた面があり、索鎖自体の挙動、動的強度の解明は十分でなく、また、浮遊構造物の事故発生の原因の多くはこの係留索鎖に関するものである。

係留に用いる索・鎖など一般にケーブルは、係留関係の他に、船舶による探知器、水中カメラなどの観測機器の曳航 (towing)、繫留 (tethering) や航空機によるグライダーなどの曳航、また、アンカー、通信ケーブルなどの海底設置回収、海洋あるいは陸上塔、橋梁、吊り屋根など、構造物の支持など非常に広範囲な分野で使用されている。このようにケ

ーブルシステムは応用の点で、物体の位置保持 (mooring, tethering), 曳航 (towing), 設置回収 (laying and recovery), 構造物の支持 (suspension) の 4 つの主な分野に分けられるであろう。

このケーブルの構造的特性は、いちじるしい方向性のために横方向に大変位を生じやすい一方長さ方向には力を伝達し、その張力の存在により横方向変位に対する復

Fig. 1 Schematic underwater line structures

* 東京大学工学部

** 東京大学工学系大学院

元性を有することである。ところで、このケーブルに対してパイプは一般に曲げ剛性を無視できない点で異なるが、スパン径比が相当大であればケーブルと同様に横方向剛性の大部分を引張力による幾何学的剛性で受け持つ必要がある。パイプライン、ライザー管などが海洋におけるその例であり、このように構造力学的観点から本質的に引張り構造である細長部材で構成された構造をここで“線状構造”と呼ぶものとする。水中線状構造においては流体力の評価が必要不可欠な問題であるが、この時細長体であるために長さ方向微小部分に加わる流体力の線形重ね合せが十分仮定できることも線状構造の流体力学的観点からの限定とする。

線状構造は一般に大変位大回転を伴う構造力学的な非線形性の他に流体の抵抗力が速度2乗に比例するという非線形性を有し、さらにワイヤロープ合成ロープなどに見られる内部減衰、非線形弾性という材料非線形性も含んでいる。したがって、このような非線形性と境界条件の複雑さのために個々の単純な解析モデルに対する理論解は得られても、線状構造一般の解析解はとうてい不可能であるといつてよい。

さて、ケーブルシステムに関する歴史的包括的な展望として Casarella らにより流体力¹⁾および動的解析法²⁾を主題にしたものや膨大な数の文献の要約のリスト³⁾が発表されている。また、Dillon⁴⁾は海洋科学用係留システムの解析モデルおよび解析プログラムに関する展望を行ない、Berteaux⁵⁾は深海係留問題における一般の解説を示している。線状構造に対する解析法は、解析モデル化によって連続系モデルと離散化系モデルに、解析方法によって理論解析法と数値解析法に分けられる。もっとも基本的な取扱いは懸垂線理論によるアプローチであるが、任意の流体力、重力、弾性力を考慮した一般方程式の厳密解は不可能であり、何らかの近似化による解析あるいは直接数値計算するしかない。しかしながら、カタナリー解は一般の非線形問題に対して数値解析法を用いる場合の第1次近似として有用である。動的解析における連続系モデルによるアプローチとしては特性曲線法が代表的であり強力な方法であるが、数値積分による計算時間が無視できない、あるいは境界条件、材料特性にいくらか制約があったりする。いずれにしても、実際問題に適応し得るには数値解法に頼らざるを得ないだろう。離散化モデルによる解法には、そのモデル化の概念によって、差分法によるもの、多質点-バネ系モデルの概念に属するもの、いわゆる有限要素法といわれるもの⁶⁾⁻⁸⁾などがある。離散化モデルの特徴はシンカーなどの集中特性を容易に取り入れられる、不連続な材料特性を考慮できるなど汎用性を持たせやすい反面、離散化による誤差、数値解の収束性安定性などの数値計算上の問題を含んでいる。

本研究は、線状構造一般に対して有効な汎用性のある解析法を検討することを目的として始めたが、その解析法として3次元梁要素を用いた有限要素法を採用し計算プログラムを開発し、いくつかの比較的単純な問題に対してその適用性を吟味し本解析法の検討を行なった。なお、本論文ではここに定義した線状構造の範囲外のものとして直接の解析対象に含めていないが、著者の1人¹³⁾らが研究してきた浮遊骨組構造あるいは掘削リグ、海洋塔なども含めて一般に海洋骨組構造の衝撃応答、非定常応答問題にも対処しうるように解析プログラムには曲げ剛性を導入した。

2 解 析 法

2.1 概 要

解析対象は3次元水中線状構造一般の静的および動的応答とし考慮した非線形性は、大変位を含むこと、速度2乗に比例する流体抵抗力、線形内部減衰の3つである。解析法は線形化増分法に反復修正法を併用した有限要素法⁹⁾であり、動的応答は Newmark β 法と Wilson θ 法を共用した時間積分法を用いて解析する。有限要素としては梁要素を用い大変位による非線形歪成分は軸歪についてのみ考慮し形状関数には線形梁の純曲げ理論から得られるものを使い、材料特性は線形粘弾性とし Voight モデルを用いた。外力としては、重力、浮力、潮流力、波力および要素の運動による減衰力、付加慣性力を考慮し、いずれも微小長さ部分に加わる力の線形重ね合せを仮定する。要素は完全没水とし、シンカーなどの潜水体、中間ブイなどの浮体は節点への集中化モデルで置き換えられるものとする。

2.2 座標系および回転角

有限要素法においては、空間固定座標系の採り方は任意であるが、ここでは Fig. 2 に示すように XZ 面を自由表面内におき Y 軸は鉛直下向きを正の方向にとるもの

Fig. 2 Coordinate systems

Fig. 3 Nodal displacements and deflection angle

とし流体力の評価に用いた。要素特性を記述するために部材座標系 $o-xyz$ を用いるが梁の大変形により刻々と移動する直交座標系とし、梁の大変形は各要素の大きい剛体並進変位と剛体回転で表わされ歪は微小であるとする。変形の記述は変形時の時刻 t における形状 tC を参照するものとする。

梁要素の節点は2個でそれぞれ3つの並進成分と3つの回転成分の節点変位を有する。ところが剛性法により得られる節点変位には剛体運動による成分を含むため、大変形を受けた梁では一般に回転成分が有限となりベクトルとして扱えなくなる一方線形梁理論に基づいた形状関数には誤差が大きくなる。そこで、通常の節点変位は各増分区間における増分解としてのみに用い、歪のない状態から変形時に至るまでの純歪を生じる回転成分としては剛体回転を除去した撓み角 (deflection angle) を用いるものとする。Fig. 3 に通常の節点変位増分における回転成分 $\Delta \theta$ と剛体回転増分 $\Delta \psi$ および撓み角増分 $\Delta \varphi$ の間の関係およびそのうちの撓み角についてのみ増分量を変形を通じて足し合わせてゆくことを2次元梁要素について図示した。3次元要素の場合、取扱いはやや面倒になるが基本的には同様の考えで扱えて、構造全体が大変形を受けても個々の要素の純歪を生じる変形は小さく、撓み角は変形の全体を通じて微小であるのみならず、ベクトル則に従い、また通常の形状関数が十分適用しうる回転成分として撓み角が用いられる。なお、撓み角は各要素について定義されるので、同一節点におい

ても異なる値をとる点で通常の節点変位と異なる。

2.3 流体力

流体力としては浮力、潮流力、波力および要素の運動による力を考え、いずれも要素微小長さ部分に加わる力の線形重ね合わせにより算定する。要素は完全没水とし均質な材料とみなし、また浮力は一様分布すると仮定する。潮流力、波力については、潮流、波による流体粒子の速度、加速度分布が与えられているものとし、速度については要素微小長さ部分の速度との相対速度の2乗に比例する抵抗力として、加速度に関しては付加質量力として与えるものとする。抵抗力は要素接線方向と垂直方向の相対速度成分に対してそれぞれ接線抵抗係数 C_T 、法線抵抗係数 C_N を与えて算出する。付加質量力は接線方向にはないものとし、法線方向加速度成分に対してのみ考慮する。なお、各流体力係数は振動応答問題に際しては周波数依存性を考慮した値を用いるものとする。以上から、浮力を除いて要素単位長さ部分に働く流体力は次式のように表わされる。

$$\mathbf{f} = f_N \mathbf{n} + f_T \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

$$f_N = \frac{1}{2} \rho_w C_N d (V_N - \dot{v}_N) |V_N - \dot{v}_N| + \rho_w C_{mf} d \ddot{V}_N - \rho_w C_{mb} d \ddot{v}_N \quad (2)$$

$$f_T = \frac{1}{2} \rho_w C_T d (V_T - \dot{v}_T) |V_T - \dot{v}_T| \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{f}$: 要素単位長さあたりに加わる流体力、 $\mathbf{n}$: 要素法線方向単位ベクトル、 $\boldsymbol{\tau}$: 要素接線方向単位ベクトル、 C_N : 法線方向抵抗係数、 C_T : 接線方向抵抗係数、 V_N : 法線方向流速、 V_T : 接線方向流速、 $\dot{v}_N$: 要素速度の法線成分、 $\dot{v}_T$: 要素速度の接線成分、 C_{mf} : 流体加速度運動における付加質量係数、 C_{mb} : 要素加速度運動における付加質量係数、 $\ddot{V}_N$: 要素加速度の法線成分、 $\ddot{v}_T$: 要素加速度の接線成分、 ρ_w : 流体密度、 d : 要素半径。

2.4 動的平衡方程式

節点変位増分を $\Delta \mathbf{q}$ 、変位増分を $\Delta \mathbf{u}$ とするとき、形状関数 $\mathbf{N}$ により両者は次式で結ばれるとする。

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{N} \Delta \mathbf{q} \quad (4)$$

軸歪についてのみ非線形歪成分を考慮すると、歪増分 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ は変位増分により次式で表わされる。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \gamma_{xy} \\ \Delta \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial^i x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial^i x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial^i x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial^i x} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial \Delta u_y}{\partial^i x} + \frac{\partial \Delta u_x}{\partial^i y} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial^i z} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial^i x} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

(4)式を(5)式に代入して Δq について整理すると

$$\Delta \epsilon = \left({}^t B_L + \frac{1}{2} {}^t B_{NL} \right) \Delta q \quad (6)$$

と表現できる。ここで、 ${}^t B_L$ は形状関数 N の微分からなり、 ${}^t B_{NL}$ は非線形歪成分に対応し Δq に依存する行列である。左下の添字 t は座標 ${}^t x$ を参照していることを示す。

応力-歪関係式は Voight モデルによる内部減衰を考慮して、

$$\sigma = D\epsilon + D_V \dot{\epsilon} \quad (7)$$

とするが、 D はヤング率からなり D_V は減衰係数からなるいずれも定数の行列である。さて以上の関係式を用い、慣性力をダランベールの原理より静的外力におきかえて仮想仕事の原理を時刻 $t+\tau$ において適用すると、

$$\begin{aligned} & \int_V \delta \Delta \epsilon^T {}^{t+\tau} S dV \\ &= \delta \Delta q^T {}^{t+\tau} R + \int_V \delta \Delta u^T \left({}^{t+\tau} p - \rho \frac{\partial^2 {}^{t+\tau} u}{\partial t^2} \right) dV \\ &+ \int_0^L \delta \Delta u_L^T {}^{t+\tau} f dx \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ただし、 ${}^{t+\tau} S$ は応力、 ${}^{t+\tau} R$ は節点外力、 ${}^{t+\tau} p$ は水中重量、 ${}^{t+\tau} f$ は浮力を除く流体力、 $\delta \Delta u_L$ は要素軸線上の仮想変位、 ρ は要素の密度を表わす。なお、左上の添字 t は時刻を示し右上の T は転置 (transpose) の意味である。(8)式において増分量の1次項までを考慮して線形化を施すと、線形化増分平衡方程式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} M \Delta \ddot{q} + C \Delta \dot{q} + (K_L + {}^t K_G) \Delta q \\ = {}^{t+\tau} R - (M {}^t \dot{q} + {}^t F) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 M および K_L は通常の線形振動に用いられる質量行列、線形剛性行列であり、その他の量は

$$C = \int_V {}^t B_L^T D_V B_L dV \quad \text{線形減衰行列} \quad (10)$$

$${}^t K_G = \int_V N_{,x}^T {}^t \sigma_x N_{,x} dV \quad \text{幾何剛性行列} \quad (11)$$

$${}^t F = \int_V {}^t B_L^T \sigma dV \quad \text{内力ベクトル} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} {}^{t+\tau} \bar{R} = {}^{t+\tau} R + \int_V N^T {}^{t+\tau} p dV + \int_0^L N_L^T {}^{t+\tau} f dx \\ \text{外力ベクトル} \end{aligned} \quad (13)$$

である。 $N_{,x}$ は形状関数 N の x による微分を表わし、 ${}^t \sigma_x$ は軸応力であるが、微小歪で十分細長い梁の増分区間での幾何剛性を考えると、(5)式に示した軸歪増分の非線形項のうち第1項は無視でき、また ${}^t \sigma_x$ の曲げ成分も無視してさしつかえない。このときの幾何剛性行列は、

$${}^t K_G = \frac{{}^t P_x}{A} \int_V (N_{,x}^T N_{,x} + N_{,z}^T N_{,z}) dV \quad (14)$$

となり、通常用いられる梁の幾何剛性行列に一致する。

ここに、 ${}^t P_x$ は軸力、 A は断面積、 N_y 、 N_z はそれぞれ形状関数の変位 u_y 、 u_z に対応する行ベクトルを示す。(12)式中の応力 ${}^t \sigma$ の計算には2.2節に述べたような剛体運動を除去した各要素ごとに定義される撓み角などを含み純歪を生じる微小な節点変位 ${}^t \delta$ を用いる。このとき(12)式は簡単に、

$${}^t F = K_L {}^t \delta \quad (15)$$

と表わされる。(13)式中、右辺第2項は水中重量、第3項は流体力の共に等価節点力であり、 N_L は要素軸線上における変位の形状関数を意味する。この第3項の f の中で要素加速度に比例する付加慣性力の成分は最終的には外力項から抜き出し(9)式の慣性項に付加質量行列の形にして足し込まれる。その形は次のようである。

$$M_a = \int_V N_L^T \rho_w N_L dV \quad (16)$$

ただし、

$$\rho_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_w & 0 \\ 0 & 0 & \rho_w \end{bmatrix} \quad (17)$$

このように(9)式で与えられた各要素に関する平衡方程式は、各部材座標軸の全体座標系に対する方向余弦からなる座標変換行列 ${}^t A$ を用いて、全体座標系に変換し構造全体の平衡方程式に足し込まれる。部材軸の回転は ${}^t A$ を変えるため全体座標系における各係数行列は一定ではなく一般に形状 ${}^t C$ に依存するものである。よって構造全体の平衡方程式は、一般に

$${}^t M \Delta \ddot{q} + {}^t C \Delta \dot{q} + {}^t K_T \Delta q = \Delta R + {}^t R_e \quad (18)$$

と表わされる。ここで、 ${}^t K_T$ は接線剛性行列であり、 ${}^t R_e$ は時刻 t における不平衡力を示し、

$${}^t R_e = {}^t R - {}^t M {}^t \dot{q} - {}^t F \quad (19)$$

である。 ΔR は t から $t+\tau$ までの外力増分である。

2.5 解法

2.4節で得られた動的平衡方程式(18)式に対して数値時間積分を施して系の過渡応答を求める。Newmark β 法および Wilson θ 法に共用できる時間積分アルゴリズムは次のようになる。

$t+\Delta t$ における解を得るために $\tau = \theta \Delta t$ の時間刻みを取り [Newmark 法では $\theta=1$]、 $t+\tau$ における加速度、速度を次式のように予測する。

$$\begin{aligned} {}^{t+\tau} \ddot{q} &= a_0 \Delta q - a_2 {}^t \dot{q} - a_3 {}^t \ddot{q} \\ {}^{t+\tau} \dot{q} &= a_1 \Delta q - a_4 {}^t \dot{q} - a_5 {}^t \ddot{q} \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $a_0=1/\beta\tau^2$ 、 $a_1=r/\beta\tau$ 、 $a_2=1/\beta\tau$ 、 $a_3=1/2\beta-1$ 、 $a_4=r/\beta-1$ 、 $a_5=\tau(r/2\beta-1)$ [Wilson 法では $\beta=1/6$ 、 $r=1/2$]

(20)式を(18)式に代入すると、

$${}^t \bar{K}_T \Delta q = {}^{t+\tau} \bar{R} \quad (21)$$

ただし、

$$\{\tilde{K}_T = a_{0t}M + a_{1t}C + \{\tilde{K}_T \quad (22)$$

$${}^{t+\tau}\tilde{R} = \theta {}^{t+\Delta t}R + (1-\theta) {}^tR + {}^tM(a_2 {}^t\dot{q} + a_3 {}^t\ddot{q}) + {}^tC(a_4 {}^t\dot{q} + a_5 {}^t\ddot{q}) - \{\tilde{F} \quad (23)$$

となる。この (21) 式が増分解 Δq を求めるための連立一次方程式である。変位境界の自由度を u 、力学境界の自由度を s で表わし、変位境界条件を (21) 式に適用すると、

$$\{\tilde{K}_{Tss}\Delta q_s = {}^{t+\tau}\tilde{R}_s - \{\tilde{K}_{Tsu}\Delta q_u \quad (24)$$

ここに、 Δq_u は強制変位増分である。

得られる増分解に対して線形化による誤差を少なくするために必要ならば反復修正を行なうものとする。修正変位増分 $\Delta \tilde{q}^{(i)}$ を未知量とし、

$$\Delta q^{(i)} = \Delta q^{(i-1)} + \Delta \tilde{q}^{(i)} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (25)$$

とすると、増分解と同様に積分パラメータにより、

$${}^{t+\tau}\ddot{q}^{(i)} = {}^{t+\tau}\ddot{q}^{(i-1)} + a_0 \Delta \tilde{q}^{(i)} \\ {}^{t+\tau}\dot{q}^{(i)} = {}^{t+\tau}\dot{q}^{(i-1)} + a_1 \Delta \tilde{q}^{(i)} \quad (26)$$

$${}^{t+\tau}q^{(i)} = {}^{t+\tau}q^{(i-1)} + \Delta \tilde{q}^{(i)} \quad (i=1, 2, \dots)$$

(20)式の代わりに(26)式を用い増分段階と同様にして、反復修正解のための方程式が次式のように得られる。

$${}^{t+\tau}\tilde{K}_T^{(i-1)}\Delta \tilde{q}^{(i)} = {}^{t+\tau}\tilde{R}^{(i-1)} \quad (27)$$

ただし、

$${}^{t+\tau}\tilde{K}_T^{(i-1)} = a_{0t+\tau}M^{(i-1)} + a_{1t+\tau}C^{(i-1)} + {}^{t+\tau}K_T^{(i-1)} \quad (28)$$

$${}^{t+\tau}\tilde{R}^{(i-1)} = \theta {}^{t+\Delta t}R^{(i-1)} + (1-\theta) {}^tR - {}^tM^{(i-1)} {}^{t+\tau}\dot{q}^{(i-1)} - {}^tF^{(i-1)} \quad (29)$$

変位境界条件は (27) 式に適用するが増分段階と異なり強制変位による外力ベクトルの修正項はない。また、反復解の収束判定には、修正変位増分のノルムが変位のノルムの許容誤差内に収まる条件を用いた。 $t+\Delta t$ における最終解は、 $t+\tau$ における加速度を線形内挿して、

$${}^{t+\Delta t}\ddot{q} = \left(1 - \frac{1}{\theta}\right) {}^t\ddot{q} + \frac{1}{\theta} {}^{t+\tau}\ddot{q} \\ {}^{t+\Delta t}\dot{q} = {}^t\dot{q} + \frac{\Delta t}{2} ({}^t\dot{q} + {}^{t+\tau}\dot{q}) \quad (30) \\ {}^{t+\Delta t}q = {}^tq + \Delta t {}^t\dot{q} + \frac{\Delta t^2}{6} (2 {}^t\ddot{q} + {}^{t+\tau}\ddot{q})$$

によって得られる。

2.6 計算プログラム

以上に述べた解法による計算機プログラムの大略のフローチャートを Fig. 4 に示す。連立1次方程式の解法としてはガウス消去法ならびに変形コレスキー法を帯行列に適用した。本プログラムは本来動的解析用プログラムであるが、動的解析の初期状態を与えるために静的解析も同一プログラムで扱えるようにし、このためも含めて一般に外部ファイルを用いた接続計算が可能である。初期座標には懸垂線曲線を自動分割するサブルーチンを持っているが、一般に任意の形状を関数またはデータで

Fig. 4 Rough flow chart of FEM program

与えられ、集中特性には集中質量、集中減衰、集中剛性のいずれも付加できる。また、海底面の存在を節点の拘束条件を変える単純なモデルで考慮している。

3 数値計算例および考察

ここに開発したプログラムの妥当性と適用性を調べるために、計算例を他の有限要素法による解析から拾って比較計算し、さらにそれらのデータを用いて著者らが設定した問題に対して拡張計算を行ない検討した。計算例としては比較的単純な問題として、曳航索、アンカードロップならびにパイプラインの3つの例を示す。

3.1 曳航索

(1) 曳航索の準静的形状 (比較計算)

プログラムの妥当性を確かめる意味でも、まず初めに、Gibbons ら¹¹⁾による曳航索の実験結果およびそれと比較した Webster⁹⁾によるトラス要素の有限要素法による計算結果に対して本解析法による結果を比較したが、Fig. 5 にその形状の比較と数値の比較を示す。図中で②は Webster による $C_T = 0.2 C_N$ を用いたものであるが、これは相当大きい接線抵抗係数であり、曳航点における張力が 545 kg で実験値 299 kg と比較しても約2倍近くの大きさであり、これに対して $C_T = 0.02 C_N$ として計算したものが①であり、実験結果と形状、張力とも

Fig. 5 Comparison of experimental and numerical results of a towed cable configuration

Fig. 6 Total tension history of towed cable due to sudden stop

良く一致している。③は法線方向抵抗係数の形状に及ぼす影響をみるために参考として計算したもので前述の線などから相当離れており、 C_T , C_N ともにこの問題におけるような速い曳航時には形状、張力に及ぼす影響が大であることを示しているといえる。なお、計算は鉛直垂下状態に対して 0.1 ノットずつ速度を上げ 105 ステップで所定の 10.5 ノットの速度になる静的計算を用いた。

さて次に、ここで得られた準静的平衡形状①を初期形状として、上述の比較計算とは別に 3 種類の動的応答問題を設定して本計算法の可能性、適用性を調べた。そのうちの 2 つは衝撃応答と遷移応答に属するもので、他の 1 つは定常振動応答に属するものであるが、定常応答については顕著な非線形性が現われなかったため、紙面の都合上詳しい論及はしないこととする。

(2) 曳航点を急に停めた時の衝撃張力(拡張計算 1)
まず、第 1 の動的応答例は一定速度 10.5 ノットで曳

航している船を急に停止させたと仮定した場合に曳航索にどのような衝撃張力が発生するかを調べたもので、Fig. 6 に静的張力と変動張力を合わせた全張力の時間変動(以後単に張力変動と呼ぶ)を示す。停止後 2~3 秒程度の短い時間に激しい張力変動が見られ、その後急速に減衰してほぼ一定張力となってゆくことがわかる。この定常時における曳航点と曳航体との張力差は索の海中重量 21.5 kg から抵抗力の揚力成分を引いたものであると考えられ、またこの定常時におけるほぼ一定の張力値は Fig. 5 の表中に示した準静的張力値に比べ曳航体ではほとんど変わりなく、曳航点では 10 kg 以上低くなっているが、これは索に加わる抵抗力が索の形状、速度が変化するのに対応して変わるためである。なお、曳航体の海中重量は 264 kg であることに注意すれば、ほぼ定常状態での張力変動が静的な釣合のみで決定されることがうかがわれる。

一方、停止直後の張力変動はまったく衝撃の変動であり、この間の全張力から静的張力を引いた変動張力成分(以後単に変動張力あるいは動的張力と呼ぶ)を、時間軸を拡大し詳細に表わしたものが Fig. 7 であり、上図は曳航点における下図は曳航体における変動張力をそれぞれ示し、上図の下方の線は $C_T=0.3$ の場合を減衰効果の参考までに入れたものである。縦波が索全長を伝わ

Fig. 7 Initial disturbance of tension due to sudden stop

Fig. 8 Propagation of longitudinal stress wave due to sudden stop

る時間は約 0.048 秒であり、 $t=0$ 秒において曳航点に発生した縦波が索を伝わり曳航点と曳航体との間を往復するが、その端部で反射波が発生することによってその点において大きな張力攪乱が生じる。Fig. 7 上図では $C_T=0.03$, $C_T=0.3$ いずれの場合にもそのパターンが確認でき、また、Fig. 7 下図においても曳航体に縦波が伝わる最初の約 0.05 秒までは張力は変化しないが、その後約 0.1 秒おきの周期で大きな張力攪乱が生じ、Fig. 7 上図の曳航点での張力の攪乱と同一周期でかつ 0.05 秒のずれがある。Fig. 7 上図における C_T による差は攪乱の減衰効果によく現われており、 $C_T=0.3$ の線が $C_T=0.03$ の線に比べて大きく下にあるのは Fig. 5 に示したように静的張力で 240 kg の差があるためで、停止直後に静的張力のすべてが開放されることを示唆している。なお、0.1~0.2 秒後頃に攪乱に伴ない一時的に負張力が発生しており、本計算では何ら特別な処理をしていないが索は負張力をもたないと考えるのが妥当であり、この処理は今後の課題としたい。Fig. 8 は $t=0\sim0.055$ sec までの縦波の伝播状況を索の長さ方向を横軸にとって示したものである。

(3) 曳航点を減速して折返した場合 (拡張計算 2)

動的応答拡張計算の第 2 例として、曳航点の速度を Fig. 9 に示すように、一定曳航速度 10.5 ノットから毎秒 1 ノットずつ減速し、21 秒後逆方向に 10.5 ノットとなったところで減速を止め再び一定速度とする折返しモデルを想定し、その形状、張力、速度変化を調べた。Fig. 9 上図はその形状の遷移過程を 1 秒ごとにプロットして示したもので、滑らかな形状変化がみられ、折返し点の $t=10.5$ 秒の曳航点から円弧状の包絡線が形成されており、その曲率は曳航体の曳航点の動きに対する抵抗力による追従の遅れに基づくと考えられる。曳航体の軌跡をみると、曳航点の動きに対する遅れが明確であり、曳航体が折返すのは曳航点がすでに逆方向の一定速度に入ってからである。Fig. 9 下図にはいくつかの時刻における速度ベクトルの分布を示してある。曳航体における速度は 0 になることがなく弧を描いて向きを変えるが索中央

Fig. 9 Transition of towed cable configuration due to abrupt tow velocity change

Fig. 10 Total tension history of towed cable due to abrupt speed change

部ではほぼ 0 となるなど、速度分布は索の長さ方向に相当異なる。Fig. 10 に張力変動を示すが Fig. 6 に示した (2) の急停止の場合と異なり全般に滑らかな張力変動を示し、攪乱は $t=0$ と 10.5 秒の曳航加速度が不連続となる時にわずかに見られる程度である。また、Fig. 11 は曳航体の速度変化を鉛直方向、水平方向に分けて示したもので、Fig. 9 で述べた速度変化の遅れが定量的に裏付けられる。破線が曳航点の与えられた速度変化を示し、十分長い時間の後には水平速度はこの破線

Fig. 11 Velocity variation with time when abrupt tow speed change

に近づき、鉛直速度は0に近づくはずのものである。

動的計算の第3例として曳航点を水平方向、鉛直方向に正弦強制変位させた場合の計算を行なったが、結果はほとんど線形挙動の範囲であり、ここで図面は省略するが、周波数の増大が変動張力の振幅を増加させる傾向をもち係留索における傾向と類似した点もあり、また、大きい流体抵抗力の存在により横方向変位が索中央部で著しく拘束されるなど係留索の通常の場合に考えにくい結果も示された。

3.2 アンカードロップ

動的過渡応答の他の1例として Webster⁶⁾の行なったアンカードロップの計算を取り上げ比較計算すると同時に初期張力を変えた例を設定し Webster には示されていない張力変動、速度変動について考察した。Webster は材料に硬化型の非線形弾性モデルを用いているが、本計算プログラムには線形弾性モデルのみ考慮しているので、初期張力時、アンカー海中重量時における接線弾性係数の種類によって線形化近似した点、および Webster の計算には流体力係数が明示されていないので、索については円柱、アンカーについては球の抵抗係数、付加質量係数を用いたこと、索の要素分割において Webster は支持点近くをきわめて粗くとしてあるのを細かく分割した点で、Webster の計算条件と異なる。

Fig. 12 に落下後の形状について、Webster の結果と本計算で Webster と同様に初期張力 454 kg を有した場合の結果および初期張力がない場合で軸剛性の異なる2ケースの結果を比較する。本計算の3ケースの間には顕著な差がないのに対して破線で示した Webster の結果とは著しい相違が見られ、このことから計算条件として材料モデルが異なるためよりも、むしろ他の2つの要因すなわち要素分割および流体力係数が結果に非常に影響するのではないかと推察される。本計算の3ケース

Fig. 12 Comparison of anchor drop configurations

Fig. 13 Total tension history in anchor drop

Fig. 14 Velocity variation with time in anchor drop

内での相違を細かく見ると、初期張力の有無よりも軸剛性の相違がより形状に影響するといえるが、Fig. 13 に示した張力変動、Fig. 14 に示した速度変動を見てわかるように、張力、速度は落下初期の15秒程度までしか影響せず、それ以降は軸剛性の大小による差はほとんどないといってよい。初期張力の有無による差は初期張力がアンカー海中重量 5,443 kg に比べ約 1/10 の大きさであるためか結果のどれにもほとんど相違がない。なお、

Webster との直接の比較は Fig. 12 のみで Fig. 13, Fig. 14 における比較は本計算ケース内でのものである。

以上、初期張力の多少の相違、軸剛性の相違ともアンカードロップ時における形状、張力、速度に顕著な差を持たせない反面、数値計算上では有意な差がある。すなわち、軸剛性を高く評価すると当然縦波の速度が上がり時間増分に影響するし、初期張力を有した場合落下初期において、要素ごとの最高次固有振動が発生するために縦波伝播時間からくる時間増分の制約が最小固有周期の何分の 1 というさらに厳しい時間増分の制約になる問題が生じた。

3.3 パイプライン静的形状

パイプの線状構造の例として、パイプライン敷設時における静的形状について計算した。データは Cowan¹²⁾ によるもので Fig. 15 下図に Cowan の計算結果と比較したが Fig. 16, 17 の結果は Cowan のデータに基づいた拡張計算である。パイプラインの全長は約 3,350m、水深は 914m でスティンガー部とパイプラインとの接合点 (lift-off point, L. O. P.) は水深 30m の深さにあり、lift-off point は完全ピン支持とした。Fig. 15 上図は静的平衡形状を得るための計算上の手順を示し、Fig. 15 下図は静的平衡形状の Cowan との比較である。なお、lift-off point における張力と深さを与えたときのカタ

Fig. 15 Static equilibrium configuration of a pipeline

Fig. 16 Reaction forces vs. horizontal displacement at lift-off point

Fig. 17 Projection of three dimensional configuration of a pipeline

Table 1 Description of calculated models

		1. TOWING	2. ANCHOR DROP
CABLE	Diameter (cm)	0.889	2.54
	EA (kgf)	8.71×10^4	8.61×10^4 5.33×10^5
	Length (m)	85.3	457.2
	Weight (in water) (kgf/m)	2.52×10^{-3}	0
BODY	Diameter (m)	0.3048	1.219
	Weight (in water) (kgf)	263.5	5,443
3. PIPELINE			
PIPE	Outer Diameter (cm)	91.44	
	Thickness (cm)	2.54	
	Concrete Coating (cm)	5.74	
	Length (m)	3,353	
	Elasticity (kgf/mm ²)	21,000	
	Effective I (m ⁴)	7.01×10^{-8}	
	Weight(in air) (kgf/m)	995.4	
	Weight(in water) (kgf/m)	104.2	
Water Depth (m)		914.4	L. O. P. 30.48m under water surface

ナリー解は本計算結果にはほぼ一致し十分長いパイプラインの形状はカタナリー解でも十分近似しうることがわかった。ただし、パイプラインでは曲げによる局部座屈に問題があり曲げ応力の評価は必要であろう。Fig. 16 には下図に得られた平衡形状からの lift-off point の水平方向変位と反力の関係を示す。sag bend 部の重量により反力の立ち上がりがあるやかなのがワイヤなどの水中重量の小さい索の係留の場合と対照的である。Fig. 17 には、Fig. 15 下図の状態から横方向 (z 方向) に強制変位させたときの 3 次元投影図を示す。

なお、各数値計算例に用いたデータを Table 1 に示した。

以上、いくつかの数値計算例の結果およびプログラムチェックのために行なった数値実験の結果より、数値計算上の結論として、静的計算において反復修正計算は修正ニュートンラフソン法で十分であり、また適当な荷重増分を用いれば反復修正はほとんど必要ないこと、動的計算においては縦波伝播速度に制限されるが、そのために時間増分をかなり小さくするので反復修正計算はまったくといえるほど不要であること、いずれの場合にも要素分割の結果に及ぼす影響は大であることがわかった。

一方、曳航索、アンカードロップの形状比較に見られるように線状構造の解析においては抵抗係数、付加質量係数などの流体力特性を明確にすることが必要不可欠に思える。

ところで、線状構造一般に対する統一的手法として本解析法が有効であるかについては、これまでの数値計算例の結果、十分確認できたと考える。一方、負張力の取り扱い、正確な浮体の運動の組み込みなど残された課題もあり、また、本解析法は統一的手法ではあるが、個々の線状構造においては最良というわけではなくより実用的な解析法が考えられるだろう。本解析プログラムに採用した曲げ剛性は引張構造である線状構造においてはほとんど無視でき、その範囲で曲げ剛性を落しうるように解析法に検討を加えたい。

4 結 言

水中線状構造一般の統一かつ汎用的な手法を検討することを目的として、3次元梁要素を用い速度2乗に比例する流体減衰力、線形内部減衰、幾何学的非線形性を考慮した静的および動的遷移応答を求める有限要素法による解析プログラムを作成した。数値計算例の結果、本解析法が水中線状構造一般の統一、汎用的手法として有用であり、個々の線状構造の基本的特性を把握し基礎的データを供する道具となりうる事が一部の課題を残して確認できた。

本解析プログラムでは別の目的からも含むことにした曲げ剛性は、引張構造であるような線状構造においてはほとんど形状に影響しないようであり、より有効な解析法とするためには一部分あるいはすべての曲げに関する自由度を除去できる方法が考えられ、今後の課題とした。

終りに、本論文をまとめるに際して図面作成などに御尽力いただいた東京大学船舶工学科職員諸氏および飯田

研究室の方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) M. J. Casarella and M. Parsons : A Survey of Investigations on the Configuration and Motion of Cable Systems Under Hydrodynamic Loading, MTS Journal, vol. 4, No. 4 (1970/7~8) pp. 27~44.
- 2) Young-il Choo and M. J. Casarella : A Survey of Analytical Methods for Dynamic Simulation of Cable-Body System, J. of Hydronautics, vol. 7, No. 4 (1973/10), pp. 137~144.
- 3) P. A. Laura and M. J. Casarella : A Survey of Publications on Mechanical Cables and Cable Systems, The Catholic University of America, Washington, Report 68-1 (1968/12).
- 4) D. B. Dillon : An Inventory of Current Mathematical Models of Scientific Data-Gathering Moors, Hydrospace-Challenger Inc. Maryland, HCI TR 4450 000, AD 756 225 (1973/2).
- 5) H. O. Berteaux : Design of Deep-Sea Mooring Lines, MTS Journal, vol. 4, No. 3 (1970/5~6), pp. 33~46.
- 6) R. L. Webster : Nonlinear Static and Dynamic Response of Underwater Cable Structures Using the Finite Element Method, OTC 2322 (1975/5).
- 7) J. Ketchman and Y. K. Lou : Application of the Finite Element Method To Towed Cable Dynamics, IEEE OCEAN'75, Reprint from OCEAN'75 CONFERENCE RECORD paper presented at the Ocean'75 Conference California, COE Report 186 (1975/9), pp. 98~107.
- 8) P. I. Johansson : Non-linear Dynamic Response of a Mooring Line, DET NORSKE VERTAS, Publication No. 106 (1978/3).
- 9) K. J. Bathe et al. : Static and Dynamic Geometric and Material Nonlinear Analysis, Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Report #UC SESM 74-4 PB 231 113 (1974/2).
- 10) 米家卓也 : 水中線状構造の応答解析, 東京大学船舶工学科修士論文 (1977/3).
- 11) T. Gibbons and C. O. Walton : Evaluation of Two Methods for Predicting Tensions and Configuration of a Towed Body System using Bare Cable, DTMB Report 2313, AD 651 543 (1966/12).
- 12) R. Cowan and R. P. Andris : Total Pipelaying System Dynamics, OTC 2914 (1977/5).
- 13) 吉田宏一郎, 石川邦照 : 三次元浮遊骨組構造の周期応答, 日本造船学会論文集, 第143号 (1978/5) pp. 307~321.