船体縦強度解析における荷重の

確率変数としての特性 (第 3 報)

——全荷重の長期分布——

正員 真 能 創* 正員 河 辺 寛*

Statistical Character of the Demand on Longitudinal Strength (Third Report)

—Long Term Distribution of Combined Bending Moment—

by Hajimu Mano, *Member* Hiroshi Kawabe, *Member*

Summary

To estimate the extreme value of combined bending moment resulting from wave bending moment and still water moment is the most important problem on analyzation of longitudinal strength of ships.

Authors study on the characters of long term distribution of the combined moment, and clarify the following effects of still water load on the characters.

In the case, where distribution of still water moment and wave bending moment are described by normal distribution and exponential distribution respectively, long term distribution of combined moment is approximated by exponential distribution which have the same parameter as that of wave bending moment where values of the moment is high.

The resulting characteristic extreme of the moment corresponding $Q(M)=10^{-8}$, is sum of the value of wave bending moment, mean value of still water moment, and a value which is proportional to variance of still water moment.

The distribution of extremes of the moment is equal to that of wave bending moment, but the mean value increases by the same value as that of characteristic extreme value.

Compering the above extreme value with the one estimated by regarding still water moment is constant, the difference of these values of a tanker is not negligible small.

1 緒 言

船体の縦強度の解析においては、荷重は静水荷重と波浪荷重の和である全荷重が対象となる。実船に働く荷重を考えてみると、船の積付状態は常に変化し、それに対応して静水荷重、波浪荷重はともに変化をする。

従来、これらの波浪荷重と静水荷重を確率変数として取り扱い、その和となる全荷重の確率変数としての特性について検討した論文は比較的少ない。

本論文の第 1 報¹⁾において、この積付状態の変動のうち静水曲げモーメントの変化が波浪曲げモーメントの長期分布の形、特性極値、最大値の分布に与える影響について検討した。さらに第 2 報²⁾では、実船の載貨記録を調査することにより、静水曲げモーメントの長期分布を求めた。

本論文においては、この全荷重の確率変数としての特

性、とくに船の就航期間が十分長期であるとしたときの静水荷重および波浪荷重の分布が、全荷重の長期分布の形、特性極値、最大値の分布にどのような影響を与えるかについての研究結果を報告する。

2 全荷重の長期分布

2.1 荷重の性質

船体縦強度を解析する場合、船体に働く荷重は波浪曲げモーメント（または波浪応力） M_w と静水曲げモーメント（または静水応力） M_s の和である全縦曲げモーメント（または全荷重） M を対象とする。以下 M_w を波浪荷重、 M_s を静水荷重、 M を全荷重と呼ぶ。

$$M = M_s + M_w \quad (1)$$

静水荷重 M_s は積付状態によって相当大幅に変化をするものであり、一種の確率変数とみなすべきものである²⁾。

波浪荷重 M_w は、遭遇海象、航行状態、積付状態な

* 防衛大学校

どによって変化をするが、一定の分布に従う確率変数である。遭遇海象、航行状態が同一条件であっても、積付状態が異なれば波浪荷重の分布のパラメータは変化をする^{1),5)}。積付状態とともに変化をする排水量、静水荷重、喫水、トリムなどを $x_1, x_2, \dots$ とする。 $x_1, x_2, \dots$ は航海ごとに異なり、それぞれある分布に従う確率変数である。積付状態の要素 $x_1, x_2, \dots$ が確率変数である場合、波浪荷重が任意の値 M_w を超える確率 $Q_w(M_w)$ は次式となる。

$$Q_w(M_w) = \int_{x_1} \int_{x_2} \dots Q_w(M_w | x_1, x_2, \dots) p_{x_1 x_2}(x_1, x_2, \dots) dx_1, dx_2, \dots \quad (2)$$

ここに $Q_w(M_w | x_1, x_2, \dots)$ 積付状態 $x_1, x_2, \dots$ を与えられたときの波浪荷重の条件付超過確率

$p_{x_1 x_2}(x_1, x_2, \dots)$ $x_1, x_2, \dots$ の同時確率密度関数

本報告では第1報と同様に排水量は一定とし、積付状態のなかで静水荷重のみが波浪荷重に影響を与えるものとする。

これらの荷重の和となる全荷重も、当然あるバラツキを有する確率変数となる^{3),4),6),7),8),9),10)}。

静水荷重は出航時の積付状態を基準として、1航海を1サイクルとするきわめて変動の緩慢な不規則荷重である。それに対して、波浪荷重は数秒のオーダーの変動周期で船体に働く不規則荷重である。全荷重はこのような変動周期が相当異なる2種類の荷重の和となる。通常、時間とともに変化する不規則変動荷重に対してはスペクトル解析法を適用して荷重を確率過程論的解析を行なうが、本論文では、静水荷重および波浪荷重に対しては長期分布を対象とし、航海中の任意の時点における静水荷重および波浪荷重の値はそれぞれの長期分布より任意にとり出された標本の値であるとし、これらの荷重を確率論的に取り扱う。

2.2 全荷重の長期分布

Fig. 1 に示すように、任意の航海中の任意の時間 $t \sim t+dt$ 間において、静水荷重の値が $M_s \sim M_s + dM_s$ の間となる確率を $p_s(M_s) dM_s$ とする。ここに、 $p_s(M_s)$ は静水荷重 M_s の長期分における確率密度関数である。このとき、波浪荷重の値が M_w であり、波浪荷重が M_w を超える確率が $Q_w(M_w)$ であるとする。全荷重が任意の値 M_1 を超える確率は次式となる。

$$P_T[M > M_1 | M_s, t] = Q_w(M - M_s | M_s, t) \quad (3)$$

ここに $Q_w(M - M_s | M_s, t)$ は、時間 t であるときに静水荷重の値が M_s であるという条件付の波浪荷重が M_w を超える確率である。

時間 $t \sim t+dt$ の間に静水荷重の値が M_s であり、波

Fig. 1 Relation between $Q_w(M_w)$ and $Q_w(M = M_s + M_w)$

浪荷重の値が M_w であるという確率を、 $p_t(t)$ とすると M_s と M_w の分布がともに t 時間に対して独立であり、船の一生 T の間では一様分布であるとする。

$$p_t(t) dt = \frac{dt}{T}$$

したがって、任意の航海中の任意の時間において、全荷重が任意の値を超える確率 $Q(M)$ は次式となる。

$$Q(M) = \int_{M_s} \int_T Q_w(M - M_s | M_s, t) p_s(M_s) p_t(t) dM_s dt = \int_{M_s} Q_w(M - M_s) p_s(M_s) dM_s \quad (4)$$

静水荷重の値 M_s によって波浪荷重の値 M_w の発現確率が変化し、 M_w の分布のパラメータに影響を与えるならば、波浪荷重の分布は静水荷重の条件付確率関数となる。そのような場合、全荷重が任意の値 M を超える確率 $Q(M)$ は次式となる。

$$Q(M) = \int_{M_s} Q_w(M - M_s | M_s) p_s(M_s) dM_s \quad (5)$$

式(4)、(5)は航海中の任意の時間における全荷重の分布を与えるものであり、本論文では式(4)、(5)を全荷重の長期分布という。

波浪荷重はそのピーク値についての長期分布であり、全荷重の長期分布もそのピーク値の分布を意味するが、これにはホッピングとサッピングの両方の分布が考えられる³⁾。以下静水荷重の平均値がホッピング側にあれば、全荷重のホッピングの長期分布を対象とし、静水荷重の平均値がサッピング側にあれば、サッピングの長期分布を対象とする。

2.3 全荷重の最大値分布

時間 $t \sim t+dt$ の間に波浪荷重のピーク値が $n(dt)$ 回

作用するものとする。 M_w の個々のピーク値は互いに独立でかつすべて同一母集団に属するならば、すべてのピーク波浪荷重が M_{w1} を超えない確率は次式となる。

$$P_r[M_w < M_{w1} | M_w, n(dt)] = \{1 - Q_w(M_{w1})\}^{n(dt)} \quad (6)$$

式(6)は M_{w1} および波浪荷重の負荷回数 $n(dt)$ を与えた条件付きの確率で、時間 dt の間の波浪荷重の最大値の分布を与える。

時間 dt の間では静水荷重の値 M_s は一定値であり、船の一生から見ればその値となる発現確率は $p_s(M_s) dM_s$ である。したがって、時間 dt の間に全荷重の最大値が任意の値 M_n を超える確率は次式となる。

$$Q_n(M_n) = 1 - \int_{M_s} \{1 - Q_w(M_n - M_s)\}^{n(dt)} p_s(M_s) dM_s \quad (7)$$

船の一生が $m \times dt = T$ とすると、その間に全荷重は式(7)に属する母集団よりランダムにとり出された m 個の最大値が存在する。すべての最大値が M_{cr} を超えない確率は次式となる。

$$P_r[M < M_{cr} | n(dt), m] = [1 - Q_n(M_{cr})]^m \\ = \left[\int_{M_s} \{1 - Q_w(M_{cr} - M_s)\}^{n(dt)} p_s(M_s) dM_s \right]^m \quad (8)$$

式(8)は、静水荷重が一定値である時間 dt とその間の波浪荷重の負荷回数 $n(dt)$ および静水荷重の変化回数 m を与えた条件付確率であり、船の一生における全荷重の最大値分布を与える。

静水荷重 M_s は航海中の燃料、清水の消費、それともなうバラスト水の移動、注排水などにより、航海中にも変化をする^{2), 3), 11)}。したがって、静水荷重はゆるやかではあるが連続的に変化をすると仮定すると、静水荷重が一定値である時間 dt はきわめて短いものと考えられる。式(8)は $dt \rightarrow 0$ の場合では次式となる。

$$\lim_{dt \rightarrow 0} P_r[M < M_{cr} | n(dt), m] \\ = \left[\int_{M_s} \{1 - Q_w(M_{cr} - M_s)\} p_s(M_s) dM_s \right]^N \quad (9)$$

ここに、 $\lim_{dt \rightarrow 0} n(dt) = 1$

$N = n(dt) \cdot m$ 船の一生の間の全荷重の負荷回数、 $dt \rightarrow 0$ では波浪荷重の負荷回数と等しい。

式(9)は前節の全荷重の長期分布式(4)または(5)によって表わされる母集団より、任意に N 個の標本値をとり出したときの最大値の確率分布に等しい。

3 実船の全荷重の長期分布

3.1 静水荷重に上下限値がない場合

積付状態が一定である場合の波浪荷重の長期分布は、指数分布に従うと仮定すると、任意の積付状態で航行する場合の指数分布のパラメータ λ は次式で近似できる¹⁾。

$$\lambda = (C_0 + C_1 \cdot M_s / M_{s0}) \lambda_0 \quad (10)$$

ここに、 M_{s0} : 標準積付状態に対する静水荷重

M_s : 任意の積付状態に対する静水荷重

λ_0 : 標準積付状態に対する波浪荷重の指数分布のパラメータ

C_0, C_1 : 係数 ($C_0 + C_1 = 1$; $M_s = M_{s0}$ で $\lambda = \lambda_0$)

第1報においては、式(10)の導入にあたり標準積付を均一積付状態においたが、これを許容積付状態に対する値に書きあらためると次式となる。

$$\lambda = (C_{0a} + C_{1a} \cdot M_s / M_{sa}) \lambda_a \quad (11)$$

ここに、 $C_{0a} = C_0 / (C_0 + C_1 \cdot M_{sa} / M_{s0})$

$C_{1a} = C_1 (M_{sa} / M_{s0}) / (C_0 + C_1 \cdot M_{sa} / M_{s0})$

$C_{0a} + C_{1a} = 1$; $M_s = M_{sa}$ で $\lambda = \lambda_a$

M_{sa} : 許容積付状態に対する静水荷重 (許容静水荷重)

λ_a : 許容積付状態に対する波浪荷重の指数分布のパラメータ

Table 1 に第1報で計算に用いた $C_b = 0.7$ の一般貨物船と、日本造船研究協会第90研究部会¹²⁾による $C_b = 0.55$ の高速貨物船および $C_b = 0.8$ のタンカーを前後対称に変形した船について、係数 C_{0a}, C_{1a} を求めた結果を示す。ただし、タンカーのように積付状態が満載状態とバラスト状態の2種類に大別できる場合では、満載許容積付状態に対する値を基準値とした。均一積付状態による静水荷重 M_{s0} と許容静水荷重 M_{sa} の比 M_{s0}/M_{sa} は、一般貨物船に対しては0.6、タンカーに対しては1.5と仮定した。

静水荷重 M_s が平均値 m_s 、標準偏差 σ_s の正規分布に従うと仮定すると、全荷重が任意の値 M を超える確率 $Q(M)$ は次式となる。以下全荷重の長期分布についてはホッピングの場合を例にとる。

Table 1 Values of C_{0a}, C_{1a}

Ship Length (m)	General Cargo				Tanker $C_b = 0.8$			
	$C_b = 0.55$		$C_b = 0.7$		Full Load		Ballast	
	C_{0a}	$ C_{1a} $	C_{0a}	$ C_{1a} $	C_{0a}	$ C_{1a} $	C_{0a}	$ C_{1a} $
100	1.1534	.1534	1.1036	.1036	—	—	—	—
150	1.2000	.2000	1.1901	.1901	—	—	—	—
200	1.2610	.2610	1.1640	.1640	—	—	—	—
250	1.1930	.1930	1.1421	.1421	.9390	.0610	1.0470	.0470
300	—	—	—	—	.9400	.0600	1.0470	.0470

Note..... m_s ... Hog ; $C_{1a} < 0$
 m_s ... Sag ; $C_{1a} > 0$

$$Q(M) = \frac{1}{1 - \int_{M_{sc}}^{\infty} p_s(M_s) dM_s} \int_M^{\infty} \exp\left[-\frac{(M-M_s)}{\lambda(M_s)}\right] \\ \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(M_s-m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] dM_s \quad (12)$$

ここに*, $M_{sc} = -M_{sa} \cdot C_{0a}/C_{1a}$

$$\lambda(M_s) = (C_{0a} + C_{1a} \cdot M_s/M_{sa}) \lambda_a$$

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与えない場合^{4),13)}, 波浪荷重の分布のパラメータは一定の値となり, 式(11)における λ_a で近似できると仮定する。全荷重が任意の値 M を超える確率 $Q(M)$ は次式となる¹³⁾。

$$Q(M) = \int_M^{\infty} \exp\left[-\frac{(M-M_s)}{\lambda_a}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \\ \times \exp\left[-\frac{(M_s-m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] dM_s \\ = \exp\left[-\frac{1}{\lambda_a} \left\{ M - \left(m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \right) \right\} \right] \\ \times \Psi\left(\frac{M}{\sigma_s} - \frac{m_s}{\sigma_s} - \frac{\sigma_s}{\lambda_a}\right) + \Psi\left(\frac{m_s - M}{\sigma_s}\right) \quad (13)$$

ここに, $\Psi(\cdot)$ は $(\cdot)$ の正規確率分布関数

式(12)に Table 1 の値を代入し, λ_a, m_s, σ_s などの値を種々に変化させ $Q(M)$ を数値計算によって求めた結果では, M が十分に大きい領域では $Q(M)$ は次式で近似できる。

$$Q(M) \doteq \exp\left[-\frac{1}{m_1} \left\{ M - \left(m_s + \frac{C_r \sigma_s^2}{2m_1} \right) \right\} \right] \quad (14)$$

ここに, $m_1 = (C_{0a} + C_{1a} \cdot m_s/M_{sa}) \lambda_a : \lambda$ の平均値
 $C_r \doteq 1/C_{0a}$

式(13)は M が次式の値より大きい場合は次の式で近似できる^{4),13)}。

$M \geq \sigma_s^2/\lambda_a + \sigma_s + m_s$ のとき

$$Q(M) \doteq \exp\left[-\frac{1}{\lambda_a} \left\{ M - \left(m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \right) \right\} \right] \quad (15)$$

式(14), (15) から, $Q(M)$ はそれぞれ原点を $m_s + C_r \sigma_s^2/2m_1$, $m_s + \sigma_s^2/2\lambda_a$ 平行移動した, パラメータが m_1 および λ_a の指数分布で近似できることがわかる。Fig. 2 a, b に $Q(M)$ の計算結果の1例を片対数グラフにプロットをして示す。

超過確率 $Q(M)=1/N$ に対応する全荷重の特性極値 M^* は, N が十分に大きい場合には近似的に式(14), (15) より計算でき次式となる。

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与える場合

$$M^* \doteq m_1 \cdot \ln N + \left(m_s + \frac{C_r \sigma_s^2}{2m_1} \right) \quad (16)$$

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与えない場合

$$M^* \doteq \lambda_a \cdot \ln N + \left(m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \right) \quad (17)$$

従来は, $Q(M)=1/N$ に対する全荷重の特性極値 M^*

Fig. 2(a) Long term distribution of combined bending moment

Fig. 2(b) Long term distribution of combined bending moment

は, 波浪荷重の超過確率が $1/N$ に対応する特性極値と静水荷重の平均値を加えた値で近似されていたが, 式(16), (17) に示したように, さらに静水荷重のバラツキすなわち分散に比例する項が加わり増加する。静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与える場合は, 波浪荷重の特性極値は近似的に $m_1 \ln N$ となり, 静水荷重の平均値に対応する値となる。

負荷回数 N における全荷重の最大値は, 式(12)または(13)の分布に従う母集団よりランダムにとり出された N 個の標本中の最大値とみなすと, 最大値は標本ごとに異なる値をとるもので, これもまた確率変数である。その分布は前節の式(9)より求めることができる。式(12)または(13)の分布のすその部分では, それぞれ式(14), (15) で表わされる指数分布で近似できることよ

り、標本数 N が十分に大である場合には、最大値の分布のパラツキは指数分布のそれと等しくなる。したがって、最大値分布の平均値 m_e 、標準偏差 σ_e は次式となる¹⁴⁾。

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与える場合

$$\left. \begin{aligned} m_e &\doteq (1+r/\ln N) m_\lambda \cdot \ln N + m_s + \frac{C_r \sigma_s^2}{2 m_\lambda} \\ \sigma_e &\doteq m_\lambda \cdot \pi / \sqrt{6} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与えない場合

$$\left. \begin{aligned} m_e &\doteq (1+r/\ln N) \lambda_a \ln N + m_s + \frac{\sigma_s^2}{2 \lambda_a} \\ \sigma_e &\doteq \lambda_a \cdot \pi / \sqrt{6} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、 $r=0.5772$ ：オイラー定数

式 (18), (19) の極値分布のそれぞれの平均値の右辺第1項は、波浪荷重の負荷回数 N 回における最大値の平均値であり、標準偏差 σ_e は波浪荷重のみ考えた場合の最大値の標準偏差に等しい。したがって、全荷重の極値分布は波浪荷重の極値分布をその平均値のみを増加させたものとなる。

いま、全荷重の最大値に、次式で示す値 M_a を基準とする。

$$M_a = M_{wa} + M_{sa} \quad (20)$$

ここに、 $M_{wa} = \lambda_a \cdot \ln N$ ：許容積付状態における波浪荷重の超過確率が $1/N$ に対応する特性極値、許容波浪荷重

式 (20) で式 (16), (17) の特性極値 M^* を無次元化すると、それぞれ次式となる。

$$\frac{M^*}{M_a} = \left\{ C_w + C_{ms} \cdot \kappa + C_r \frac{\ln N}{2} V_{ws}^2 \right\} / (1 + \kappa) \quad (21)$$

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与えない場合

$$\frac{M^*}{M_a} = \left\{ 1 + C_{ms} \cdot \kappa + \frac{\ln N}{2} V_{ws}^2 \right\} / (1 + \kappa) \quad (22)$$

ここに、 $C_w = m_\lambda / \lambda_a = C_{0a} + C_{ms} C_{1a}$

$$C_{ms} = m_s / M_{sa}$$

$$C_r = C_r / C_w$$

$\kappa = M_{sa} / M_{wa}$ ：許容静水荷重と許容波浪荷重の比

$$V_{ws} = \sigma_s / M_{wa}$$

Table 1 の船について、 κ 、 C_{ms} 、 V_{ws} を種々に変化させ、 $Q=10^{-8}$ に対する式 (21), (22) の値を比較した。結果の1例を Fig. 3 に示す。図の横軸に静水荷重の平均値の無次元値 C_{ms} をとり、縦軸は特性極値 M^* を式 (21), (22) によって無次元化したもので示す。実線は静水荷重の変化が波浪荷重に与える影響を無視した場合、破線は影響を考慮した場合である。この場合、 $C_{ms} = 0$ で Hog 荷重、Sag 荷重では値が異なるのは、Table

Fig. 3 Characteristic extremes ($Q=10^{-8}$) of combined bending moment

1に示した C_{1a} は Hog 荷重の場合は負の値をとり、 M_s が増加をすれば λ は減少する。逆に Sag 荷重の場合は正の値をとるためである。一般に、静水荷重の平均値が大となるほど、静水荷重のパラツキが大となるほど、全荷重の特性極値は増加する。全荷重の特性極値を式 (20) に示す許容荷重を基準値とする場合、図の実線と破線の差は小さく、静水荷重の変化が波浪荷重に与える影響は無視することができる。

ただし、一般貨物船などでは静水荷重の平均値を第1報に示した標準積付状態に一致するとし、全荷重の標準 M_0 値を次式とすることも考えられる。

$$M_0 = C_w \cdot M_{wa} + C_{ms} \cdot M_{sa} \quad (23)$$

上式において、 $C_w \cdot M_{wa}$ は標準積付状態に対する波浪荷重の特性極値である。式 (23) で式 (16), (17) を無次元化した結果を Fig. 4 に示す。ただし、式 (17) に対しては、想定波浪荷重を許容積付状態に対する値としているので、無次元化には $C_w = 1$ とした。この場合には、静水荷重のパラツキ V_{ws} が大となるほど、両者の差は大きくなり、静水荷重と波浪荷重の相関の影響は無視できなくなる。しかし、静水荷重の平均値が小さい場合には全荷重の標準値 M_0 の絶対値は小さく、式 (16), (17) による値の差は小さいので実際上は問題がない。

3.2 静水荷重に上下限值がある場合

静水荷重の分布の範囲は、無制限に広がるということとは実際にはあり得なく、ある範囲で打ち切られた分布形となる^{2),3),7)}。

静水荷重の分布が平均値を中心に $m_s \pm a \sigma_s$ の範囲で打ち切られた正規分布であるとすると、その確率密度関

* 式 (11) においては λ と M_s の関係を一次式で近似している。したがって、 M_s が m_s より大きく離れている場合には、 λ が負になる場合が生じる。 M_{sc} はこの限界値を示し、積分については λ が負の場合は除外する。

Fig. 4 Characteristic extremes ($Q=10^{-8}$) of combined bending moment

数 $p_s(M_s)$ は次式で与えられる。

$$p_s(M_s) = \frac{1/\sqrt{2\pi}\sigma_s}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \exp\left(-\frac{(M_s - m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (24)$$

ただし、

$$m_s - a\sigma_s \leq M_s \leq m_s + a\sigma_s$$

a : 分布範囲を表わすパラメータ

式 (4), (24) より全荷重が任意の値 M を超える確率 $Q(M)$ は次式となる。

$m_s + a\sigma_s \leq M$ のとき

$$\begin{aligned} Q(M) &= 1 - \frac{1/\sqrt{2\pi}\sigma_s}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \\ &= \int_{m_s - a\sigma_s}^{m_s + a\sigma_s} \left[1 - \exp\left(-\frac{M - M_s}{\lambda_a}\right) \right] \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{(M_s - m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right) dM_s \\ &= \exp\left[-\frac{1}{\lambda_a} \left\{ M - \left(m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \right) \right\} \right] \\ &\quad \times \frac{\Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} + a\right) - \Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} - a\right)}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \end{aligned} \quad (25)$$

$m_s - a\sigma_s \leq M \leq m_s + a\sigma_s$ のとき

$$\begin{aligned} Q(M) &= 1 - \frac{1/\sqrt{2\pi}\sigma_s}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \\ &= \int_{m_s - a\sigma_s}^M \left[1 - \exp\left(-\frac{M - M_s}{\lambda_a}\right) \right] \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{(M_s - m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right) dM_s \\ &= \exp\left[-\frac{1}{\lambda_a} \left\{ M - \left(m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \right) \right\} \right] \\ &\quad \times \frac{\Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} + a\right) - \Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} + \frac{m_s}{\sigma_s} - \frac{M}{\sigma_s}\right)}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \\ &\quad + \frac{\Psi(a) - 2\Psi(-a) - \Psi\left(\frac{M - m_s}{\sigma_s}\right)}{\Psi(a) - \Psi(-a)} \end{aligned} \quad (26)$$

パラメータ a が無限大になれば、当然式 (26) は前節の

Fig. 5 Effect of truncation of still water bending moment

分布に制限のない場合の式 (13) に一致する。 a の値を種々に変化した場合の計算結果の 1 例を Fig. 5 に示す。

$Q(M)=1/N$ に対応する特性極値 M^* は、 N が十分に大きい場合では式 (25) より計算でき次式となる。

$$M^* = (\lambda_a \ln N + m_s) + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} + \lambda_a \ln[f(\sigma_s, \lambda_a; a)] \quad (27)$$

ここに、

$$f(\sigma_s, \lambda_a; a) = \frac{\Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} + a\right) - \Psi\left(\frac{\sigma_s}{\lambda_a} - a\right)}{\Psi(a) - \Psi(-a)} < 1$$

式 (27) の右辺第 3 項は負の値で、Fig. 5 に示すように、静水荷重の分布に上下限値がある場合には、全荷重の特性極値 M^* は前節の分布に制限のない式 (17) の値より低下する。

負荷回数 N 回における全荷重の最大値の平均値 m_e 、標準偏差 σ_e は、 N が十分に大きい場合では次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m_e &= (1 + \gamma/\ln N) \lambda_a \ln N + m_s + \frac{\sigma_s^2}{2\lambda_a} \\ &\quad + \lambda_a \ln[f(\sigma_s, \lambda_a; a)] \\ \sigma_e &= \lambda_a \pi / \sqrt{6} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式 (28) の全荷重の極値分布は、前節の式 (18), (19) と同様に、波浪荷重の極値分布をその平均値のみが増加したものと同じ。

4 実船の全荷重の最大値の推定

波浪荷重は船の幾何学的条件によってほぼ一定の値となり、船型や主要目寸法が等しければあまり差がない。一方、静水荷重は積付状態、航行区域などの運航要素に

よって定まり、設計条件として設定できる値である。したがって、同一の船の種類であっても静水荷重と波浪荷重の許容値の組み合わせは多数の場合が考えられる。

数値計算例として、 κ を 0.25~1.5, C_{ms} を 1/3~3/4, V_{ws} を 0~40% それぞれ変化させ、 $N=10^8$ に対応する全荷重の特性極値、最大値の分布を求めた。

4.1 特性極値

Fig. 6 に静水荷重の分布に上下限値がない場合の V_{ws} と $Q=10^{-8}$ に対する特性極値 M^*/M_a の関係を、静水荷重の平均値 C_{ms} をパラメータに示す。図において破線は静水荷重の変動係数 V_s が一定の線である。静水荷重の平均値が大となるほど、また標準偏差が大になるにしたがって特性極値は増加をする。式 (21), (22) よりわかるように特性極値は V_{ws} の自乗に比例して増加し、全荷重は静水荷重のパラッキすなわち標準偏差の影響が大きいことがわかる。

静水荷重の変動係数 V_s が一定とすると、平均値 m_s または κ の値によって標準偏差の値が変化することになる。実際の船の積付状態を考えてみると、同一の船種ならば静水荷重の変動は、平均値は船ごとに異なるとしても、パラッキの幅は同程度と考えられ、標準偏差はほぼ一定の値であると推定できる。

一方、波浪荷重は前述のように船の幾何学的形状が等しければおよそ一定値となる。したがって、実船では静水荷重の標準偏差と波浪荷重の許容値の比 V_{ws} を一定値とみなすべきである。

第2報で示したコンテナ船およびタンカーの静水荷重の変動の統計的諸量を Table 2 に示す。調査対象船では静水荷重と波浪荷重の比 κ は約 0.5~0.75 と推定できるので、静水荷重の標準偏差はタンカーは $\kappa=0.5$ 、コ

Fig. 6 Effect of C_{ms} and V_{ws} on characteristic extremes ($Q=10^{-8}$) of combined bending moment

Table 2 Statistical character of actual ships

Item	C_{ms}	$V_s(\%)$	$V_{ws}(\%)$	α
Container *	0.698	30.9	16.2	4.0
Tanker Full**	0.740	29.9	11.1	1.5
Tanker Ballast*	0.514	114.4	29.4	3.5

* Hog, ** Sag

ンテナは $\kappa=0.75$ のときの値とし、Table 2 に示す V_{ws} が一定値であるとする。

Fig. 7 はそれぞれの船について Table 2 の値を用いた場合の全荷重の $Q=10^{-8}$ に対する特性極値を示すものである。図中で実線は静水荷重の分布に上下限値がない場合、破線は上下限がある場合を表わす。それぞれの船の全荷重の特性極値については、静水荷重の標準偏差が最も大きく影響を与え、これらの差が特性極値の値に表われたと考えられる。

コンテナ船とタンカーの荷重条件について比較をすれば、タンカーのバラスト時が最も厳しい状態であり、第2報で推定したように、タンカーの縦強度解析にはバラスト時の全荷重を対象とすべきことが確認できた。

4.2 最大値の分布

Table 3 にコンテナ船およびタンカーの全荷重の負荷回数 $N=10^8$ に対する最大値の平均値、標準偏差を示す。表の値はすべて式 (20) の許容全荷重 M_a で無次元化した値である。上段は静水荷重の分布に上下限値がない場合、下段は上下限値がある場合である。全荷重の最大値の標準偏差は、 κ が同じ値ならば、船の種類や静水荷重の分布の上下限の有無にかかわらず、一定の値となる。したがって、静水荷重の分布の影響は、全荷重の最大値の平均値のみを増加させる。

Fig. 7 Characteristic extremes ($Q=10^{-8}$) of combined bending moment of actual ships

Table 3 Mean and standard deviation of extreme value ($N=10^6$)

K	m _σ /M _a			σ _σ /M _a
	Container *	Tanker		
		Full **	Ballast *	
0.25	1.1580	1.0639	1.5648	.0557
	1.1435	.9697	1.2533	
0.5	1.0814	1.0099	1.3896	.0469
	1.0692	.9314	1.1301	
0.75	1.0266	.9713	1.2645	.0398
	1.0162	.9040	1.0421	
1.0	.9855	.9424	1.1707	.0348
	.9764	.8835	.9761	
1.25	.9536	.9199	1.0978	.0309
	.9454	.8675	.9247	
1.5	.9280	.9019	1.0394	.0279
	.9207	.8548	.8836	

* Hog, ** Sag

5 結 言

本論文では静水荷重と波浪荷重がそれぞれ確率変数である場合、これらの和となる全荷重について、その長期分布の形、特性極値、最大値の分布の検討を行ない、次の結果が得られた。

静水荷重の変化が波浪荷重に影響を与える場合と、両者が独立な確率変数である場合について全荷重の長期分布の比較をした結果、全荷重を許容値ベースで考える場合では、静水荷重と波浪荷重の相関の影響は小さく無視できる。ただし、標準積付時の荷重ベースでは、静水荷重の変動が大きい場合には、両者の相関の影響は大きく無視できない場合がある。

この全荷重の長期分布は、超過確率が十分に小さい範囲では、原点を平行移動した指数分布で近似でき、その指数分布のパラメータは波浪荷重の分布のパラメータと等しい値となる。

長期分布の超過確率 $Q(M)=1/N$ に対する特性極値は、波浪荷重の超過確率が $1/N$ に対する特性極値と静水荷重の平均値の和に、さらに両者のバラツキに関する項が加わり、静水荷重の標準偏差の自乗に比例して増加する。

全荷重の最大値の分布は、波浪荷重の極値分布を、その平均値のみが変化した分布となり、分布のバラツキは波浪荷重の極値分布と等しい。

実際の船では、静水荷重の分布範囲は上下限値のある打ち切り分布となる。本論文ではこのような場合の全荷重の長期分布の性質についても検討し、このような場合には、全荷重の特性極値、最大値の平均値は静水荷重の分布に上下限値がない場合よりも減少するが、最大値の標準偏差は変化しないことを明らかにした。

実船を対象として、第2報で示したコンテナ船とタンカーの静水荷重の調査結果を用いて、これらの船の全荷重の特性極値、最大値の分布を検討した。その結果、コ

ンテナ船とタンカーの荷重条件について、第2報で推定したように、タンカーのバラスト時が最も厳しい状態であることが確認でき、タンカーの強度解析にはバラスト時を最も重視すべきであることが明らかになった。

謝 辞

本論文の執筆にあたり、貴重なご意見をいただいた防衛大学校 別所正利教授、横浜国立大学 板垣浩教授に厚くお礼申し上げます。また、日本造船研究協会第200研究部会第5分科会におきまして、秋田分科会長はじめ委員の方々には有益なご討論をいただき深く感謝します。

参 考 文 献

- 1) 真能創, 河辺寛: 船体縦強度解析における荷重の確率変数としての特性 (第1報) — 波浪荷重に与える重量分布の影響 —, 日本造船学会論文集, 第141号 (昭和52年6月), p.189~p.185.
- 2) 真能創, 河辺寛, 岩川国男, 光宗信之: 船体縦強度解析における確率変数としての特性 (第2報) — 静水曲げモーメント等の長期分布 —, 日本造船学会論文集, 第142号 (昭和52年12月), p.271 p.279.
- 3) Lewis, E. V., Hoffman, D., Maclean, W. M., Hoff, R. V., Zubaly, R. B.: Load Criteria for Ship Structural Design, SSC-240, (1973).
- 4) Mansour, A. E.: Probabilistic Design Concepts in Ship Structural Safety and Reliability, Trans. S. N. A. M. E. (1972) p.64~p.97.
- 5) Nordenström, N.: Further Analysis of Full Scale Measurements of Midship Bending Moments, Report from the Division of Ship Design, Chalmers University of Technology, Gothenburg (May 1965).
- 6) Goodman, R. A., Mowatt, G. A.: Application of Strength Research to Structural Design, Lloyd's Register of Shipping, International Conference on Steel Plated Structures, (July 6-9, 1976).
- 7) Taylor, K.: Contribution to Committee I. 3 Design Loads, I. S. S. C., (1976).
- 8) Stiansen, S. G., Mansour, A. E.: Ship Primary Strength Based on Statistical Data Analysis, Trans. S. N. A. M. E., (1975) p.214~p.243.
- 9) Mansour, A. E., Evans, J. H.: Criteria for the Design of Primary Ship Structure, Priceedings, First International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles, London, (April 1974) p.57~p.63.
- 10) Söding, H.: Calculation of Long-Term Extreme Loads and Fatigue Loads of Marine Structure, Preceedings First International Symposium on the Daynamics of Marine Vehicles, London, (April 1974) p.373~p.382.
- 11) Little, R. S., Lewis, E. V.: A Statistical of Wave-Induced Bending Moment on Large Oceangoing Tankers and Bulk Carriers, Tra-

- ns. S. N. A. M. E., (1971) p. 117~p. 168.
- 12) 海象気象の船体構造との関連に関する調査研究,
波浪曲げモーメントの計算, 日本造船研究協会第
90 研究部会報告書, 研究資料第 56 号, (昭和 42
年 3 月).
- 13) Nordenström, N. : Method for Predicting Long
Term Distributions of Wave Loads and Pro-
bability of Failure for Ships-Appendix VIII.
- 14) Gumbel, E. J. : Statistical Theory of Extreme
Values and Some Practical Applications, 加
瀬滋男訳, 極値統計理論とその応用, 標準化,
Vol. 10 (1957).
-