(昭和53年11月 日本造船学会秋季講演会において講演)

ハット型スチフナによる平板の補剛効果 に関する研究

(第1報: 単一スチフナモデルの曲げ変形)

正員 船 渡 川 治* 正員 金 原 勲**
正員 竹 鼻 三 雄**

On the Stiffening Effect of Hat-shaped Stiffeners on a Plate
(1st Report: Bending of a Single Stiffener Model)

by Osamu Funatogawa, *Member* Isao Kimpara, *Member*
Mitsuo Takehana, *Member*

Abstract

Hat-shaped stiffeners have often been adopted in FRP ship constructions, not only because they are easily moulded on FRP hull laminates, but because their structural form is effective to stiffen the low rigidity of a FRP single-skin panel. However this stiffening method has not been applied to steel ships, so that there are few design data available for this type of stiffeners.

The difference between hat-shaped and T-shaped stiffeners is that the former is attached to a plate along two separate lines making a closed section which induced a considerable torsional rigidity. The object of this research is to clarify the deformation mechanism of a FRP single-skin panel stiffened with hat-shaped stiffeners in view of obtaining fundamental design data.

In this report, the bending deformation of a fundamental structure is analyzed on a simply supported orthotropic plate stiffened with a single hat-shaped stiffener under uniform lateral load. Three analytical models are proposed to modelize the stiffening effect of a stiffener. They are compared with detailed finite strip analyses on a fundamental structure and experimental results on plastic models. It is shown that a simple model considering the effective breadth of a plate and the rotational spring constant of a stiffener web gives a good explanation of the bending deformation of a fundamental structure.

1 緒 言

FRP 製船体構造には、比較的大型のハット型スチフナを積層板に成形結合した構造法が多く用いられる。この方法は、積層工法をとる FRP 構造の特異性による成形上の利点もあるが、剛性の低い FRP 単板の防撓法としてすぐれている。しかるに、この種の形状のスチフナは従来鋼船にはほとんど用いられていないので、スチフナの形状寸法を決定するのに直接参照しうる設計資料が極めて少ないのが現状である。

このため、本研究ではハット型スチフナにより補剛された平板の変形機構を解析し、スチフナの形状・寸法と

補剛効果との相関性を明らかにすることを目的とした。本報では、まずもっとも基本的な場合として、中央に単一のハット型スチフナを有する周辺支持の平板が等分布荷重を受ける場合の曲げ変形について検討を加えた。

2 解 析

補強材が平板の両面に対称に縦横に取付けられた長方形板の曲げ変形については、補強材に梁の仮定を行ない直接平衡方程式を解くか、あるいはエネルギー法を用いることにより、従来より広く解析が行なわれている。特に補強材が十分に密に取付けられた場合には、均質な直交異方性板に置換して解析する方法が一般的である¹⁾。

一方、非対称補強板は適当な有効幅を考慮して対称補強板とみなす場合が多いが、補強材の影響を平均化して

* 東京大学工学系大学院

** 東京大学工学部

Fig. 1 Coordinate system and notations

等価な直交異方性積層板に置き換えて解析する方法も行なわれている²⁾。

一般に、ハット型スチフナにより平板は非対称に補剛され、スチフナが大型化するに従ってこの非対称性は増す。この場合、詳細には立体平板構造解析を行なう必要があるが、一方、スチフナの補剛効果を表わす適当なモデル化を行なうことも重要である。その際、特に等価剛性の取り方に問題があるので、以下いくつかの方法について検討を加えた。

2.1 解析対象

解析対象として Fig. 1 に示すような中央に単一のハット型スチフナを有する長方形板を考える。スチフナの形状を決定する変数として、板厚 t 、高さ h 、頂部フランジの幅 d_1 、平板との接合位置での幅 d_2 、およびウェブの傾斜角度 θ を考えた。 t を除いた変数の間には

$$d_2 - d_1 = 2h \tan \theta \quad (1)$$

なる関係があるから、独立な変数は4個である。また平板ならびにスチフナは FRP 積層板であることを考慮し異方性主軸を座標軸に一致させた均質直交異方性を有するものとした。境界条件は、長方形平板の四辺およびスチフナの両端で面外変形に対しては単純支持を仮定し、面内変形については境界線に平行な変位成分を拘束し、垂直な変位成分は自由とした。荷重は長方形板のスチフナを取付けていない側に一様分布力作用させた。

この補強板を微小変形弾性の範囲で解析する方法として、補強材を梁要素に置換し非対称補強板として解析するもの (モデル A, B) を 2.2 に示した。次に近似的に定めた平板部の有効幅を導入した簡略解析法 (モデル C) を 2.3 に示した。一方、詳細解析としてはスチフナ部も平板要素とみなして、帯板要素法 (finite strip method, F. S. M.) による計算を吉田³⁾らによって開発されたプログラムに直交異方性を算入して行なった。以下、平板の中央面での変位 u, v, w 、合応力 N_x, N_y, N_{xy} 、合モーメント M_x, M_y, M_{xy} とする。

2.2 非対称補強板としての解析 (モデル A, B)

非対称補強板の一般的な場合として、Fig. 2 に示すような x, y 軸方向に補強した場合を考える⁴⁾。ただし補

Fig. 2 Eccentrically stiffened plate

強材どうしが交差することの影響は考慮しない。外力として横分布荷重 P を作用させたときの系の全ポテンシャルエネルギー Π は、材料的な直交異方性を算入し次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{t_0}{2(1-\nu_x\nu_y)} \int_0^a \int_0^b \left\{ E_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2E_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. + E_y \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + G_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \\ & + \frac{t_0^3}{24(1-\nu_x\nu_y)} \int_0^a \int_0^b \left\{ E_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right. \\ & \left. + 2E_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + E_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\ & \left. + 4G_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \\ & + \sum_{j=1}^J \int_0^a \left[\frac{E_{sj}}{2} \left\{ A_j \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{y=y_j} \right\}^2 \right. \\ & \left. - 2\bar{z}_j A_j \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{y=y_j} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=y_j} \right. \\ & \left. + I_j \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=y_j} \right\} \\ & + \frac{G_{sj} J_j}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \Big|_{y=y_j} \right)^2 \Big] dx \\ & + \sum_{i=1}^I \int_0^b \left[\frac{E_{si}}{2} \left\{ A_i \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x=x_i} \right\}^2 \right. \\ & \left. - 2\bar{z}_i A_i \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x=x_i} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=x_i} \right. \\ & \left. + I_i \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=x_i} \right\} \\ & + \frac{G_{si} J_i}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \Big|_{x=x_i} \right)^2 \Big] dy - \int_0^a \int_0^b p w dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

ただし

平板 $E_x(E_y)$: $x(y)$ 方向のヤング係数,

$\nu_x(\nu_y)$: $x(y)$ 方向のポアソン比,

G : $x(y)$ 方向のせん断弾性係数,

補強材 $j(i)$ $y_j(x_i)$: 取付位置座標, $E_{sj}(E_{si})$: ヤング係数, $G_{sj}(G_{si})$: せん断弾性係数, $A_j(A_i)$:

断面積, $\bar{z}_j(\bar{z}_i)$: 図心座標, $I_j(I_i)$: 断面二次モーメント ($z=0$ まわり), $J_j(J_i)$: サンプソンの

振り係数

および

$$E_1 = \nu_y E_x, \quad G_1 = (1 - \nu_x \nu_y) G \quad (3)$$

とする。

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} w(0, y) = w(a, y) = w(x, 0) = w(x, b) = 0 \\ M_x(0, y) = M_x(a, y) = M_y(x, 0) = M_y(x, b) = 0 \\ N_x(0, y) = N_x(a, y) = N_y(x, 0) = N_y(x, b) = 0 \\ v(0, y) = v(a, y) = u(x, 0) = u(x, b) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

を満足する許容変位関数として

$$\left. \begin{aligned} u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{u}_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\ w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

を仮定する。また一様分布荷重は

$$p = \frac{16q}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (6)$$

と表わされる。 mn について有限項 MN までとり、(5)、

(6) 式を(1)式に代入し $\delta \Pi = 0$ より

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial \bar{u}_{mn} = \partial \Pi / \partial \bar{v}_{mn} = \partial \Pi / \partial \bar{w}_{mn} = 0 \\ (m=1 \sim M, \quad n=1 \sim N) \end{aligned} \quad (7)$$

として解くリッツ法を用いれば、 $\bar{u}_{mn}$ 、 $\bar{v}_{mn}$ 、 $\bar{w}_{mn}$ に関する次の連立一次方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} R_{mn} \bar{u}_{mn} + T_{mn} \bar{v}_{mn} + \sum_{j=1}^J \left\{ A_{mnj} \sum_{n=1}^N \bar{u}_{mn} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \right. \\ \left. + Z_{mnj} \sum_{n=1}^N \bar{w}_{mn} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \right\} = 0 \\ T_{mn} \bar{u}_{mn} + S_{mn} \bar{v}_{mn} + \sum_{i=1}^I \left\{ A_{mni} \sum_{m=1}^M \bar{v}_{mn} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \right. \\ \left. + Z_{mni} \sum_{m=1}^M \bar{w}_{mn} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \right\} = 0 \\ D_{mn} \bar{w}_{mn} + \sum_{j=1}^J \left\{ Z_{mnj} \sum_{n=1}^N \bar{u}_{mn} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \right. \\ \left. + I_{mnj} \sum_{n=1}^N \bar{w}_{mn} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \right. \\ \left. + C_{mnj} \sum_{n=1}^N \bar{w}_{mn} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{n\pi y_j}{b} \right\} \\ + \sum_{i=1}^I \left\{ Z_{mni} \sum_{m=1}^M \bar{v}_{mn} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \right. \\ \left. + I_{mni} \sum_{m=1}^M \bar{w}_{mn} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \right. \\ \left. + C_{mni} \sum_{m=1}^M \bar{w}_{mn} \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x_i}{a} \right\} - P_{mn} = 0 \\ (m=1 \sim M, \quad n=1 \sim N) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} R_{mn} &= \frac{t_0 ab}{4(1-\nu_x \nu_y)} \left\{ E_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + G_1 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \\ S_{mn} &= \frac{t_0 ab}{4(1-\nu_x \nu_y)} \left\{ E_y \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + G_1 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \\ T_{mn} &= \frac{t_0 ab}{4(1-\nu_x \nu_y)} \left\{ (E_1 + G_1) \frac{mn\pi^2}{ab} \right\} \\ D_{mn} &= \frac{t_0^3 ab}{48(1-\nu_x \nu_y)} \left\{ E_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \right. \\ &\quad \left. + 2(E_1 + 2G_1) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + E_y \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{mnj} &= E_{sj} A_j \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{a}{2} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \\ A_{mni} &= E_{si} A_i \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \frac{b}{2} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \\ Z_{mnj} &= E_{sj} \bar{z}_j A_j \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 \frac{a}{2} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \\ Z_{mni} &= E_{si} \bar{z}_i A_i \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 \frac{b}{2} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \\ I_{mnj} &= E_{sj} I_j \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \frac{a}{2} \sin \frac{n\pi y_j}{b} \\ I_{mni} &= E_{si} I_i \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \frac{b}{2} \sin \frac{m\pi x_i}{a} \\ C_{mnj} &= G_j J_j \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{a}{2} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{n\pi y_j}{b} \\ C_{mni} &= G_i J_i \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \frac{b}{2} \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x_i}{a} \\ P_{mn} &= \begin{cases} 4abq/mn\pi^2 & (m=\text{odd and } n=\text{odd}) \\ 0 & (m=\text{even or } n=\text{even}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

このように一般的には未定変位係数に関する $3MN$ 元の連立一次方程式が与えられる。いまスチフナが一方向 (x 方向) にのみ存在する場合を考えると、(8) 式が m に関して連成しないことから $3N$ 元の一次方程式の組に分けることができる。

以上の非対称補強板の解析法を用いてハット型スチフナをモデル化する方法を二通り考える。モデル A は、まず Fig. 3(a) に示すように補強材を取り出し、この部分の断面積 A 、図心座標 $\bar{z}$ 、断面二次モーメント I を薄肉断面近似を行なうことにより次式で定める。

$$\left. \begin{aligned} A &= t(d_1 + 2h/\cos \theta) \\ \bar{z} &= (thd_1 + th^2/\cos \theta)/A \\ I &= 2th^3/3 \cos \theta + d_1 th^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

また、Fig. 3(b) のように取り出し、薄肉閉断面棒とみなしてサンブナンの捩り定数を次式で定める。

$$J = \{ t t_0 h^2 (d_1 + d_2)^2 \} / \{ t d_2 + t_0 (2h/\cos \theta + d_1) \} \quad (13)$$

これらの諸量を点 A に集中剛性として与えるものとする。モデル B は、Fig. 3(c) に示すようにスチフナ頂部フランジの中央を切断することにより 2 つの補強材に分解し、それぞれ点 B、点 C に集中させるものである。こ

Fig. 3 Equivalent rigidity in Model A and Model B

の場合、図心位置はモデルAと同一であるが、断面積および断面二次モーメントは1/2ずつに振り分けられる。また、モデルBではスチフナは開断面となるので振り剛性は無視される。

2.3 簡略モデル (モデルC)

始めに解析対象が一方補強であり、中央に関して対称であることから平板部のたわみを次式で仮定する。

$$w = \sum_{n=1,3,5,\dots}^N \bar{w}_n \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (14)$$

次に補強板に生ずる歪エネルギーを平板の板曲げによる項と平板部の有効幅 (付録A) を考慮したスチフナの梁としての曲げの項に分解し、スチフナと平板との接合点で両者の変位を適合させることにより変形を w だけで表現する。変形を a 方向に正弦半波としたため有効幅は x 方向に変化しないので、スチフナの有効断面二次モーメント I_e (中立軸まわり) を (12) 式と同じく薄肉断面近似を行ない定めることができる。また、Fig. 4 に示すように、ウェッジの面外変形が平板に及ぼす影響を接合線上に等価な回転ばね (ばね定数 K) を分布させることにより考慮すれば (付録B)、全ポテンシャルエネルギー Π に関する次式を得る。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{t_0^3}{24(1-\nu_x\nu_y)} \int_0^a \int_0^b \left\{ E_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ & + 2E_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + E_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \\ & + 4G_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \Big\} dx dy \\ & + \frac{E_s I_e}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{y=ab} \right)^2 dx \\ & + K \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=ab} \right)^2 dx - \int_0^a \int_0^b p w dx dy \end{aligned} \quad (15)$$

ただし

$$\alpha = (b - d_2)/2b \quad (16)$$

(14) 式を (15) 式に代入してリッツ法を用いれば

Fig. 4 Model C

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^4 t_0^3 ab}{48(1-\nu_x\nu_y)} \left\{ E_x \left(\frac{1}{a} \right)^4 + 2(E_1 + G_1) \frac{n^2}{a^2 b^2} \right. \\ & + E_y \left(\frac{n}{b} \right)^4 \Big\} \bar{w}_n + \frac{\pi^4 I_e}{2a^3} \sin n\pi\alpha \sum_{j=1}^N \bar{w}_j \sin j\pi\alpha \\ & + Kan\pi \cos n\pi\alpha \sum_{j=1}^N \bar{w}_j \frac{j\pi}{b} \cos j\pi\alpha - \frac{4abq}{n\pi^2} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

なる N 元連立一次方程式を得る。モデルCでは $N=3$ とした。

3 実験

実験に用いた試験体はアクリル平板を接合線上で溶融接着し Fig. 1 のように組み立てたものである。平板は一辺の長さ $a=b=1000\text{mm}$ の正方形板とした。スチフナの断面寸法および板厚を Table 1 に示す。これらはスチフナの重量を一定とし幅と高さの比を変化させた試験体 T1, T2, T3, スチフナ頂部フランジの幅 d_1 を T1 に一致させてウェッジを傾斜させた T4, T5 および T1 と同じ幅と高さの比で寸法を 1/3 に縮小した T6 よりなる。また、いずれの試験体にも端部での断面変形を拘束するためのダイヤフラムを設けた。

試験体の材料定数は、試験体から直接切り出した試験片の引張試験により、ヤング係数 $E=334\text{ (kg/mm}^2\text{)}$ 、ポアソン比 $\nu=0.36$ と定めた。

試験装置は、正方形板の周辺およびスチフナの頂部をジグを介して約 10cm 間隔で設けたねじ棒で押さえ、単純支持条件に近いものとした。荷重はスチフナを取付けていない側の平板部にビニール袋を当て、袋に空気を送り込み、ビニール袋の試験体と接触していない面は補強した木製の箱で囲むことにより反力を得て、平板部に一様分布圧力を与えた。

Table 1 Dimensions of plastic models (unit : mm)

	d_1	d_2	h	t_0	t
T1	150.0	150.0	225.0	5.0	3.0
T2	200.0	200.0	200.0	5.0	3.0
T3	120.0	120.0	240.0	5.0	3.0
T4	150.0	266.4	225.0	5.0	3.0
T5	150.0	375.0	225.0	5.0	3.0
T6	50.0	50.0	75.0	5.0	3.0

計測は、プラスチック用歪ゲージを用いて主として中央断面での歪をデジタル静歪測定器により一試験につき60点ずつ測定した。このとき、材料のクリープを考慮して荷重増加時より約1分後に歪を読み取った。また、同じく中央断面での平板のたわみ量をダイヤルゲージにより一試験につき15点計測した。分布荷重の大きさは、ビニール袋に空気を送り込む管を分岐させてU字管に接続し、水頭の差により測定した。

荷重の増加は平板部のたわみが板厚を越えない程度の範囲（水頭 20cm 以内）に止めた。

(a) Displacements

(b) Longitudinal inplane strains

(c) Transverse surface strains

Fig. 5 Displacements and strains in the central section of T1

4 実験および解析結果の考察

Table 1 に示した各試験体に対して2で述べた各種解析を材質的には等方性として行ない、実験結果と比較した。FSM では問題の対称性を考慮して 1/2 の領域について平板部を 10 要素、スチフナ部を 4~5 要素に分割し、 x 方向には9半波までとった。モデルA、モデルB では x 方向に1半波、 y 方向に 15 半波とした。

水頭 10cm すなわち $q=0.0001$ (kg/mm²) のときの

(a) Displacements

(b) Longitudinal inplane strains

(c) Transverse surface strains

Fig. 6 Displacements and strains in the central section of T4

中央断面での変形状況を比較し、対称性を有することから片側の部分について結果を Fig. 5~Fig. 8 に示した。

まず平板部のたわみ分布で比較する。FSM, モデル B およびモデル C は実験のたわみと大体一致している。これに対してスチフナの取付位置をパラメータに含んでいないモデル A では T6 を除いて一致せず、スチフナの幅 d_2 が増加するほどその差異は著しくなる。

次に x 方向の面内歪分布を平板部とスチフナ部について示す。スチフナ部の歪分布は平板部のたわみと同様にモデル A を除いて実験とよく一致するが、ウェーブの変

形の大きい T6 では実験ならびに FSM による結果と他のモデルとはスチフナ頂部で一致していない。平板部の歪分布については実験では微小負荷時より荷重と歪との関係は線形性を失ない、 x, y 両方向に面内引張歪を生じたため、最大たわみが板厚程度の状態でも良好な一致は見られなかった。本論文ではこの大たわみ挙動の解析は行わず、実験値がその立ち上がりにおいて線形解析の結果と一致することを確認するととどめた。また、モデル C だけが平板の端部で他のモデルと異なり 0 とならないのは、有効幅を算定する際に式 (A2) (付録 A) を仮定したことによる。

最後に y 方向の表面歪を比較する。図で平板の上表面の歪およびウェーブの内外両表面歪を示す。平板部では

Fig. 7 Displacements and strains in the central section of T5

Fig. 8 Displacements and strains in the central section of T6

Fig. 9 Maximum deflection of plate vs. lower width of stiffener

y 方向の面内歪成分は微小であるので、図に示された結果は平板の面外歪成分の分布に極めて近い。モデル C では y 方向に 3 半波しかとらないため、取付位置での変化の様相を十分に表現しているとはいえない。しかし、その他の部分では実験値とも大体良好に一致している。また、FSM による中央断面の変形を表わす図 (Fig. 5~8 (a)) でウェッブの部分が面外変形する場合 (T1, T4, T6) と、しない場合 (T5) のあることがわかるが、ウェッブの y 方向歪の測定により実験上からも確認された。

以上の結果からハット型スチフナの形状変数中取付幅 d_2 がたわみ波形に及ぼす影響が大であることがわかった。そこでモデル C を用いて形状変数と平板に生ずる最大たわみの関係を計算し、FSM 解と比較したものを Fig. 9 に示す。両者はよく一致しており、モデル C の妥当性が示される。この結果からスチフナの高さに左右されず、取付幅 d_2 と全幅 b との比約 0.35 で最大たわみが最小となることが明らかにされた。

5 結 言

単一ハット型スチフナを有する補強板の曲げ変形について実験ならびにモデル解析を行なった結果、以下の結論を得た。

- 1) 平板部のたわみ分布はスチフナを取付幅 d_2 に大きく左右され、 d_2 が小さければ一点集中モデル A で十分であるが、大きい場合には二点に振り分ける、すなわち、スチフナを取付位置を考慮すべきである。
- 2) スチフナの形状変数による平板の補剛効果の相違を検討するのにモデル C は有効である。
- 3) モデル C によれば、スチフナの高さ h は等価集

中剛性に置換した際に、主に図心座標および断面二次モーメントに影響を及ぼす。すなわち h を増加すると補強板は剛になると同時に非対称の影響も増大する。また、スチフナを取付幅 d_2 はある程度大きくする ($d_2/b=0.35$ 程度) ことによって平板に生ずる最大たわみを最小とする。これは実験によっても確認された。また、 d_2 を大きくすることは、有効幅の点からも有利であることが示された。

謝 辞

本研究に対して御指導いただいた東京大学船舶工学科吉田宏一郎助教授に厚く感謝の意を表します。また本実験に際し多大の御協力をいただいた同 岡徳昭助手ならびに卒業論文として本研究に御協力いただいた昭和 50 年度卒業生 荒瀬進氏に深く感謝致します。

なお本論文での数値計算には東京大学大型計算機センター HITAC 8700/8800 システムを利用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 安藤文隆：縦横に補強された板の強度 (第 1 報)，日本造船協会論文集，第 103 号 (1958.7)，203~218.
- 2) M. S. Troitsky : Stiffened Plates, Elsevier Scientific Publishing Company, (1976), 149~191.
- 3) 吉田宏一郎，岡 徳昭：帯板要素による平板構造の曲げ解析，日本造船学会論文集，第 132 号 (1972.12)，289~298.
- 4) M. M. Mikulas, Jr. and J. A. McElman : On Free Vibrations of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells and Flat Plates, NASA TN D-3010 (1965).

付録 A 有効幅の算定

Fig. A1 の長方形板の一側辺に次式の変位を与える。

$$u|_{y=0} = u_0 \cos \frac{\pi x}{a} \quad (A1)$$

平板内の変位分布を y 方向には二次曲線を仮定して次式のようにおく。

$$u = \{(u_0 - u_1)(y-B)^2/B^2 + u_1\} \cos \frac{\pi x}{a} \quad (A2)$$

さらに簡単のため $v=0$ と仮定すれば、歪エネルギー U は次のようになる。

$$U = \frac{t_0}{2(1-\nu_x\nu_y)} \int_0^a \int_0^B \left\{ E_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + G_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (A3)$$

上式の未定係数 u_1 に関する停留条件より次式を得る。

$$f \equiv u_1/u_0 = (g-e)/(g+4e) \quad (A4)$$

ただし

$$g = 4aG_1/3BE_x, \quad e = 2\pi^2B/15a \quad (A5)$$

したがって、有効幅を次式で定義すると

Fig. A.1 Assumed distribution of longitudinal displacement

Fig. A.2 Effective width of plate vs. Lower width of stiffener

$$B_e = \int_0^B \varepsilon_x dy / \varepsilon_x|_{y=0} \quad (A6)$$

Fig. B.1 の長方形板の有効幅は B を変数と考えて

$$B_e(B) = (1+2f)B/3 \quad (A7)$$

本論文で解析の対象としているハット型スチフナでは、スチフナに囲まれた平板部のせん断遅れも考慮して次式で定めた。

$$b_e = \left\{ B_e \left(\frac{b-d_2}{2} \right) + B_e \left(\frac{d_2}{2} \right) \right\} / b \quad (A8)$$

解析対象の中央断面における有効幅を FSM により求めたものと (A8) 式による計算結果との比較を Fig. A.2 に示す。両者はよく合っていることがわかる。

付録 B 等価な回転ばね定数の算定

Fig. B.1 のように周辺を支持され、弾性主軸を x, y とする直交異方性板 (板の曲げ剛性 D_x, D_y , ねじり剛性 D_s) の側面に曲げモーメント $M \sin(\pi x/a)$ を与える。

$$-D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=B} = M \sin \frac{\pi x}{a} \quad (B1)$$

このときの曲げモーメントとたわみ角の比を回転ばね定数 K として定める。

Fig. B.1 Model for rotational spring constant

$$K = D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=B} / \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=B} \quad (B2)$$

この場合、平衡条件式は次のようになる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(\nu_y D_x + 2D_s) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (B3)$$

ここで変位 w を

$$w = Y(y) \sin(\pi x/a) \quad (B4)$$

と仮定し (B3) 式に代入すれば

$$D_x \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 Y - 2(\nu_y D_x + 2D_s) \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 Y}{dy^2} + D_y \frac{d^4 Y}{dy^4} = 0 \quad (B5)$$

なる Y の常微分方程式を得る。この解は次の 3 つの場合に分れる。

i) $(\nu_y D_x + 2D_s)^2 > D_x D_y$ のとき

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2}} \\ r_2 &= \sqrt{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2}} \end{aligned} \right\} \quad (B6)$$

ただし $\lambda_1 = (\nu_y D_x + 2D_s)/D_y$, $\lambda_2 = D_x/D_y$ (B7)

$y=0$ の境界条件より

$$Y = C_1 \sinh(r_1 \pi y/a) + C_2 \sinh(r_2 \pi y/a) \quad (B8)$$

$y=B$ の境界条件より、未定係数 C_1, C_2 を定めれば

$$K = \frac{\{(\tau_1 \pi/a)^2 - (\tau_2 \pi/a)^2\} D_y}{(\tau_1 \pi/a) \coth(\tau_1 \pi B/a) - (\tau_2 \pi/a) \coth(\tau_2 \pi B/a)} \quad (B9)$$

と定まる。

ii) $(\nu_y D_x + 2D_s)^2 = D_x D_y$ のとき

同様に

$$Y = C_1 (\tau \pi y/a) \cosh(\tau \pi y/a) + C_2 \sinh(\tau \pi y/a) \quad (B10)$$

ただし $\tau = \sqrt{\lambda_1}$ (B11)

$y=B$ の境界条件より C_1, C_2 を定めれば

$$K = \frac{(2\tau \pi/a) \{1 - \cosh(2\tau \pi B/a)\} D_y}{(2\tau \pi B/a) - \sinh(2\tau \pi B/a)} \quad (B12)$$

を得る。

iii) $(\nu_y D_x + 2D_s)^2 < D_x D_y$ のとき

同じく

$$Y = C_1 \sin(r_1 \pi y/a) \cosh(r_2 \pi y/a) + C_2 \cos(r_1 \pi y/a) \sinh(r_2 \pi y/a) \quad (B13)$$

ただし $r_1 = \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)/2}$ (B14)

$$r_2 = \sqrt{(\lambda_2 + \lambda_1)/2}$$

同様に C_1, C_2 を定め

$$K = \frac{(2r_1 r_2 \pi^2/a^2) \{\cosh^2(r_2 \pi B/a) - \cos^2(r_1 \pi B/a)\} D_y}{(r_1 \pi/2a) \sinh(2r_2 \pi B/a) - (r_2 \pi/2a) \sin(2r_1 \pi B/a)} \quad (B15)$$

を得る。